

Le curriculum de l'Ontario
11^e et 12^e année

RÉVISÉ

Mathématiques

2007



TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	3
Les écoles secondaires au XXI ^e siècle	3
L'école de langue française	3
La place du programme-cadre de mathématiques dans le curriculum	5
Le rôle de l'élève	6
Le rôle des parents	7
Le rôle de l'enseignante ou l'enseignant	7
Le rôle de la directrice ou du directeur d'école	8
ORGANISATION DU PROGRAMME-CADRE DE MATHÉMATIQUES	9
L'aperçu du programme	9
Les cours en 11 ^e et 12 ^e année	10
Les domaines d'études	13
Les attentes et les contenus d'apprentissage	17
PROCESSUS MATHÉMATIQUES	19
La résolution de problèmes	20
La communication	20
La réflexion sur le caractère raisonnable des résultats	21
Le raisonnement	21
L'établissement de liens	21
La sélection d'outils technologiques ou de matériel approprié	21
La modélisation	22
ÉVALUATION DU RENDEMENT DE L'ÉLÈVE	23
Le processus d'évaluation du rendement de l'élève	23
La grille d'évaluation du rendement	24
La communication du rendement	28

An equivalent publication is available in English under the title The Ontario Curriculum, Grade 11 and 12 : Mathematics, 2007.

Cette publication est postée dans le site Web du ministère de l'Éducation à www.edu.gov.on.ca.

Dans la présente publication, les ressources et les outils technologiques sont désignés en termes génériques le plus souvent possible. Cependant, par souci de clarté, l'appellation commerciale d'un produit est précisée lorsqu'elle est très connue parmi le personnel enseignant; ce qui n'implique nullement que le ministère de l'Éducation recommande ce produit.

CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LA PLANIFICATION

DU PROGRAMME

29

Les stratégies d'enseignement et d'apprentissage	29
Les habiletés de la pensée et de la recherche	30
L'importance de l'actualité	30
La planification des cours de mathématiques destinés aux élèves en difficulté	31
L'élève des programmes d'actualisation linguistique en français et de perfectionnement du français	34
L'éducation antidiscriminatoire dans le programme de mathématiques	35
La littératie et la numératie	36
Le rôle du centre de ressources dans le programme de mathématiques	37
La place des technologies en mathématiques	37
La majeure haute spécialisation	38
La planification de carrière	39
Le Passeport-compétences de l'Ontario et les compétences essentielles	40
L'éducation coopérative et les autres formes d'apprentissage par l'expérience	40
La santé et la sécurité	41

COURS

43

11^e année

Fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire (MCR3U)	45
Modèles de fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire/précollégial (MCF3M)	55
Méthodes de mathématiques, 11 ^e année, cours précollégial (MBF3C)	65
Mathématiques de la vie courante, 11 ^e année, cours préemploi (MEL3E)	75

12^e année

Calcul différentiel et vecteurs, 12 ^e année, cours préuniversitaire (MCV4U)	83
Mathématiques de la gestion des données, 12 ^e année, cours préuniversitaire (MDM4U)	95
Fonctions avancées, 12 ^e année, cours préuniversitaire (MHF4U)	107
Méthodes de mathématiques, 12 ^e année, cours précollégial (MAP4C)	119
Mathématiques de la technologie au collège, 12 ^e année, cours précollégial (MCT4C)	129
Mathématiques de la vie courante, 12 ^e année, cours préemploi (MEL4E)	141

INTRODUCTION

Le présent document *Le curriculum de l'Ontario – Mathématiques, 11^e et 12^e année, Révisé, 2007* est destiné aux écoles de langue française; il remplace les documents *Le curriculum de l'Ontario – Mathématiques, 11^e et 12^e année, 2000* et *Le curriculum de l'Ontario – Mathématiques 11^e année, Révisé, 2006*. À compter de septembre 2007, le programme de mathématiques de 11^e et 12^e année est fondé sur les attentes et les contenus d'apprentissage énoncés dans les pages suivantes.

LES ÉCOLES SECONDAIRES AU XXI^e SIÈCLE

Les écoles secondaires de l'Ontario offrent à tous les élèves un programme d'études varié et planifié de grande qualité. Ce programme vise la réussite de tous les élèves dans la destination de leur choix. La mise à jour du curriculum de l'Ontario, de pair avec un élargissement des options d'apprentissage offertes à l'extérieur de la salle de classe, intègre l'apprentissage des compétences essentielles pour réussir au XXI^e siècle et respecte les champs d'intérêt, les points forts ainsi que les besoins des élèves.

L'ÉCOLE DE LANGUE FRANÇAISE

À l'école secondaire de langue française, un apprentissage de qualité se déroule dans un environnement propice à la construction de l'identité francophone. En effet, s'éveiller et s'ouvrir à la francophonie, prendre conscience de ses enjeux, identifier ses caractéristiques, s'y engager avec fierté et contribuer à la vitalité de ses institutions, tout cela correspond sans aucun doute à la plus-value de l'apprentissage proposé.

À l'appui du mandat de l'école de langue française, la *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française, 2004* définit la nature et la portée des interventions en aménagement linguistique ainsi que les résultats escomptés. Ces résultats sont de trois ordres.

- Pour les élèves : capacité accrue à acquérir les compétences en communication orale afin de maximiser l'apprentissage et la construction identitaire.
- Pour le personnel scolaire : capacité accrue à œuvrer en milieu minoritaire afin d'appuyer les apprentissages scolaires et le développement identitaire de chaque élève.
- Pour les conseils scolaires : capacité accrue à maintenir et à augmenter l'effectif scolaire afin de contribuer à la vitalité des écoles de langue française et de la communauté francophone.

Dans cet esprit, le personnel scolaire doit tenir compte des attentes génériques suivantes communes à tous les programmes-cadres :

- *L'élève utilise la langue française et des référents culturels de la francophonie pour exprimer sa compréhension, interpréter l'information qui lui est communiquée et s'en servir dans différents contextes.*
- *L'élève utilise sa capacité à communiquer oralement en français pour explorer ses propres idées, les cerner, les organiser et les communiquer aux autres.*

Lors de la planification des activités d'enseignement et d'apprentissage, le personnel enseignant de l'école conçoit des interventions en aménagement linguistique qui réunissent les conditions favorables à la création d'un espace francophone respectueux du dynamisme et du pluralisme de la communauté et qui contrent les effets négatifs du contexte anglo-dominant sur la réussite des élèves. De cette manière, l'école devient un milieu de bilinguisme additif qui permet d'acquérir de solides compétences langagières en français à l'oral et à l'écrit. Elle invite les élèves à prendre conscience des avantages de maîtriser les deux langues officielles du Canada. Les élèves utilisent leur capacité à communiquer oralement en français pour apprendre à se connaître, à construire leur identité, à apprendre avec les autres et à faire état de leurs apprentissages.

La politique d'aménagement linguistique de l'Ontario (PAL) comporte, entre autres, deux axes d'intervention qui ciblent la réussite scolaire et le développement de la personne.

L'axe de l'apprentissage

Cet axe d'intervention porte sur l'appropriation des savoirs et le choix de carrière. Le curriculum de l'Ontario définit les compétences transdisciplinaires que tous les élèves doivent acquérir pour évoluer comme francophones dans la vie et dans la société, c'est-à-dire savoir communiquer oralement, savoir lire, savoir écrire, savoir rechercher l'information, savoir se servir des technologies de l'interaction et savoir exercer une pensée critique. Garante de la réussite scolaire, l'acquisition de ces compétences de base se fait graduellement et en parallèle avec la découverte des champs d'intérêt et des talents individuels qui amènera chaque élève à définir son rôle dans la société et à choisir son domaine d'activité professionnelle.

L'axe de la construction identitaire

Cet axe d'intervention porte sur l'appropriation de la culture et le développement de l'identité. En approfondissant sa connaissance du français, l'élève acquiert un ensemble de repères culturels qui lui permettent d'interpréter le monde et de découvrir les traits distinctifs et les manifestations de la francophonie, sur le plan matériel et intellectuel. Chez l'élève, ce cheminement culturel vient encadrer sa démarche de construction identitaire qui s'opère en trois étapes interreliées : *l'ouverture et le constat* où l'élève s'éveille au milieu environnant et à la réalité culturelle francophone, *l'expérience* où l'élève prend contact de façon approfondie et plus active avec les contextes socioculturels et *l'affirmation* où l'élève fait des choix déterminants pour s'engager et affirmer son identité.

Puisqu'une langue sert de véhicule à la culture, l'école doit aussi s'assurer de créer des situations d'apprentissage qui permettront aux élèves d'affirmer leur identité comme francophones. Les attentes du curriculum de l'Ontario visent le cheminement de l'élève

sur les plans personnel, interpersonnel et professionnel. En incitant les élèves à discuter des apprentissages et à les mettre en relation avec leurs émotions, leurs valeurs et leurs connaissances antérieures, on développe simultanément chez l'élève l'expression de la pensée et le courage d'exposer un point de vue et de le confronter à d'autres avec mesure et tolérance. Ainsi, les attentes constituent un tremplin à partir duquel l'élève peut construire son identité tout en perfectionnant ses compétences linguistiques.

En instaurant dans la salle de classe une ambiance collégiale et respectueuse des divers niveaux d'habiletés linguistiques et des différences culturelles, on contribue à rehausser l'estime de soi et à construire une identité forte et engagée chez les élèves.

Finalement, les expériences vécues dans le milieu communautaire et les expériences de travail prévues dans les cours du présent document offrent d'excellentes occasions pour que l'élève s'engage dans des activités sociales, communautaires ou culturelles et consolide ses liens avec la communauté.

LA PLACE DU PROGRAMME-CADRE DE MATHÉMATIQUES DANS LE CURRICULUM

Au cours des dernières décennies, notre société a connu des transformations aussi rapides que profondes, notamment sous l'impulsion de progrès scientifiques et technologiques sans précédent. Dans ce contexte, on comprendra toute l'importance que revêt l'apprentissage des mathématiques à l'école secondaire pour mener les activités quotidiennes liées au marché du travail, à la famille et aux loisirs.

« Le programme-cadre de mathématiques de l'Ontario doit servir diverses fins. Il doit en premier lieu susciter l'intérêt de tous les élèves pour les mathématiques et leur donner les outils nécessaires pour réussir dans une société où les mathématiques sont de plus en plus omniprésentes. C'est en effet en soutenant l'intérêt des élèves qu'on les amènera à persévérer dans l'étude des mathématiques et qu'on leur donnera ainsi accès à de nombreux itinéraires de formation et de carrière. Le programme doit en outre permettre l'acquisition de solides compétences en mathématiques pour que les élèves puissent en grand nombre poursuivre des études postsecondaires dans des domaines d'activité professionnelle qui font appel aux mathématiques comme le génie, les sciences et les affaires, et qui sont essentiels à la croissance de l'économie de l'Ontario. Enfin le programme doit aussi fournir aux élèves qui le désirent et qui en sont capables la possibilité de faire des études poussées en mathématiques¹. »

Le développement des connaissances et des compétences en mathématiques se fait progressivement. Une réalisation cohérente et continue des attentes du programme-cadre permet à l'élève de reconnaître les grandes idées des domaines d'étude et d'acquérir plus facilement une vision d'ensemble de son apprentissage et des principes fondamentaux qui sous-tendent l'univers des mathématiques. Les éléments importants d'habileté, de concept, de processus et d'attitude sont introduits au cycle primaire et nourris tout au long du niveau élémentaire. Une transition sans heurt entre les mathématiques à l'élémentaire et au secondaire permet à l'élève de développer sa confiance et sa compétence en mathématiques.

1. Rapport du Groupe de travail de la Ministre sur les mathématiques au cycle supérieur du secondaire, présenté le 9 mai 2006, p. 17-18.

Le programme-cadre de mathématiques de 11^e et de 12^e année a pour objectif de permettre à l'élève :

- d'acquérir les connaissances et les compétences essentielles en mathématiques;
- de développer sa capacité de raisonner, de résoudre des problèmes et d'utiliser convenablement les différentes facettes de la communication;
- d'éveiller sa volonté à poursuivre de façon autonome son apprentissage en fonction des défis rencontrés dans la vie courante.

« Le programme-cadre reconnaît aussi l'importance du processus de raisonnement sous-jacent aux mathématiques. En étudiant les mathématiques, les élèves apprennent à raisonner de façon logique, à avoir une pensée critique et à résoudre des problèmes, qui sont en somme autant de compétences clés pour réussir sur le marché du travail d'aujourd'hui². »

Dans le programme-cadre, on mise aussi sur la résolution de problèmes s'inspirant des réalités du quotidien puisqu'il s'agit d'une approche incomparable pour valoriser et faciliter l'apprentissage des mathématiques.

Les mathématiques sont en interaction avec toutes les autres disciplines. Que ce soit en sciences et technologie, en sciences humaines et sociales ou en sciences économiques, les mathématiques fournissent des concepts qui font avancer la connaissance et la compréhension du monde, et réciproquement, les mathématiques se nourrissent des autres sciences. Il est important d'examiner de près ces liens, de les analyser et d'en discuter pour permettre à l'élève de bien saisir le rôle déterminant que jouent les connaissances et le raisonnement propres aux mathématiques dans les différentes disciplines.

LE RÔLE DE L'ÉLÈVE

Face à la diversité des possibilités d'apprentissage que l'école lui propose, l'élève a la responsabilité de s'engager résolument et de faire les efforts nécessaires pour réussir. C'est en prenant conscience de ses progrès et du développement de ses habiletés que l'élève sera amené à croire en sa réussite et trouvera la motivation pour assumer cette responsabilité et persévérer dans ses apprentissages. Tous les élèves doivent pouvoir compter sur l'appui et la sollicitude du personnel enseignant et, dans certains cas, sur un soutien supplémentaire.

La maîtrise des connaissances et des habiletés propres au programme de mathématiques requiert de la part de l'élève un engagement sincère. L'élève devrait saisir toutes les occasions possibles en dehors de la classe pour mieux maîtriser les processus de communication. Ses connaissances et ses habiletés croîtront au fur et à mesure qu'il explore son environnement et s'engage dans des activités qui impliquent la communication orale et l'utilisation et la compréhension du vocabulaire mathématique. Les activités d'apprentissage qui lui sont proposées permettent à l'élève de s'engager activement dans sa construction identitaire, dont l'épanouissement culturel constitue une dimension importante. Il importe donc d'amener l'élève à réaliser que la culture comporte de nombreux aspects qui concourent tous à la richesse de son identité et qu'à cet égard il lui appartient d'assumer une part de responsabilité.

2. Idem p. 17.

LE RÔLE DES PARENTS

Le rôle des parents³ dans l'éducation de leur enfant s'articule principalement autour des axes suivants : connaître le curriculum, accompagner leur enfant dans son apprentissage, faire du foyer un milieu d'apprentissage et un lieu d'épanouissement culturel.

Connaître le curriculum

L'élève a tendance à fournir un meilleur rendement scolaire lorsque ses parents s'intéressent à ses études. S'ils se familiarisent avec les programmes-cadres du curriculum, les parents sauront quelles sont les connaissances, les habiletés et les compétences que leur enfant doit acquérir dans chaque cours. Ils pourront ainsi mieux suivre les progrès scolaires de leur enfant et en discuter en connaissance de cause. Cela leur permettra aussi de collaborer plus étroitement avec l'enseignante ou l'enseignant en vue d'améliorer le rendement scolaire de leur enfant.

Accompagner leur enfant dans son apprentissage

Les parents peuvent manifester leur intérêt pour l'apprentissage de leur enfant de bien des façons; par exemple, en l'encourageant à faire ses travaux, en assistant aux réunions de parents ou en s'assurant qu'il peut faire ses travaux dans un endroit adéquat et dispose de ressources appropriées en langue française. Comme l'apprentissage de leur enfant se fait en français, il est important que les parents valorisent l'acquisition de bonnes compétences langagières en faisant du foyer un milieu stimulant pour l'apprentissage des mathématiques. Ils peuvent aussi l'encourager à assumer ses responsabilités en matière de citoyenneté et à se tailler une place dans la communauté francophone de l'Ontario.

Faire du foyer un milieu d'apprentissage

Les parents peuvent encourager leur enfant à participer à des activités qui élargiront ses horizons, enrichiront sa compréhension du monde et développeront son esprit critique, qu'il s'agisse de discuter de questions d'actualité économique traitées dans un bulletin de nouvelles télévisées, de lui faire prendre conscience du rôle des mathématiques dans sa vie ou de lui donner le goût des mathématiques. Il importe aussi que les parents présentent les mathématiques sous un jour favorable, notamment en véhiculant l'idée que les mathématiques sont à la portée de tous.

Faire du foyer un lieu d'épanouissement culturel

L'appui des parents est essentiel pour favoriser chez leur enfant le développement de l'identité francophone. Le fait de parler français à la maison, de prévoir des activités culturelles et récréatives en français, d'offrir des ressources en français à l'enfant renforcera le travail éducatif accompli à l'école de langue française. Cela aidera l'enfant à mieux réussir à l'école et à s'identifier plus étroitement à la culture d'expression française, dans toute la diversité de ses manifestations.

LE RÔLE DE L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT

Le rôle de l'enseignante ou l'enseignant, qui consiste à appuyer chaque élève dans sa réussite, s'articule autour de trois axes : créer un milieu d'apprentissage convivial pour l'élève, lui proposer des activités pertinentes et faire de l'aménagement linguistique en français une priorité.

3. Dans le présent document, le terme *parents* désigne aussi les tutrices et les tuteurs.

Créer un milieu d'apprentissage convivial pour l'élève

L'enseignante ou l'enseignant a pour tâche d'élaborer une gamme de stratégies d'enseignement et d'évaluation fondées sur une pédagogie éprouvée. Il lui faut concevoir des stratégies qui tiennent compte des différents styles d'apprentissage et les adapter pour répondre aux divers besoins des élèves. Ces stratégies devraient aussi viser à insuffler à chaque élève le désir d'apprendre et de maintenir sa motivation à donner son plein rendement.

Proposer des activités pertinentes pour l'élève

L'enseignante ou l'enseignant fait des liens entre la théorie et la pratique et conçoit des activités fondées sur un apprentissage actif. Miser sur le connu et le concret amène l'élève à découvrir et à intégrer les concepts à l'étude par l'entremise du questionnement, de la recherche, de l'observation et de la réflexion. L'enseignante ou l'enseignant l'encouragera à situer ces concepts dans un contexte qui lui permettra d'en voir clairement la pertinence et l'application dans le monde qui l'entoure.

Faire de l'aménagement linguistique en français une priorité

La qualité de la langue utilisée est garante de la qualité des apprentissages. Il importe donc qu'en salle de classe, on attache la plus grande importance à la qualité de la communication orale et écrite, quelle que soit l'activité d'apprentissage. Il ne s'agit pas de tout corriger, mais plutôt d'encadrer l'élève dans le processus de production orale et écrite afin de lui permettre de transmettre clairement ses idées. Il faut offrir à l'élève un milieu linguistique, où tout contribue à enrichir ses compétences en français. Il est donc essentiel que l'élève dispose de diverses ressources d'apprentissage en français.

LE RÔLE DE LA DIRECTRICE OU DU DIRECTEUR D'ÉCOLE

De concert avec divers intervenants, la directrice ou le directeur d'école prendra les mesures nécessaires pour fournir la meilleure expérience scolaire possible à tous les élèves et leur donner les moyens de connaître le succès et d'assumer leurs responsabilités sur le plan personnel, civique et professionnel. Il lui incombe aussi de veiller à la mise en œuvre du curriculum de l'Ontario dans sa totalité et dans le respect des différents styles d'apprentissage des élèves et, pour ce faire, de s'assurer que les élèves et le personnel enseignant disposent des ressources nécessaires, y compris en matière de perfectionnement professionnel pour favoriser l'excellence de l'enseignement.

La directrice ou le directeur d'école doit valoriser et favoriser l'apprentissage sous toutes ses formes, à l'école comme dans le milieu communautaire. Il lui appartient en outre de concevoir des mesures pour appuyer l'épanouissement d'une culture d'expression française, en conformité avec la politique d'aménagement linguistique du conseil scolaire. À cet égard, la directrice ou le directeur d'école travaille en collaboration avec divers intervenants pour créer une communauté apprenante qui constituera un milieu communautaire où il fait bon vivre et apprendre en français.

La directrice ou le directeur d'école a la responsabilité de s'assurer que l'élève qui a un plan d'enseignement individualisé (PEI) obtienne les adaptations et les changements décrits dans son PEI. Il lui incombe aussi de voir à l'élaboration, à la mise en œuvre et au suivi du PEI.

ORGANISATION DU PROGRAMME-CADRE DE MATHÉMATIQUES

L'APERÇU DU PROGRAMME

Les cours du secondaire sont fondés sur des principes en harmonie avec ceux qui sous-tendent le programme de 9^e et de 10^e année, ce qui facilite la transition au cycle supérieur. Ces cours reflètent la notion selon laquelle les élèves apprennent efficacement les mathématiques lorsqu'on leur donne d'abord l'occasion d'examiner des idées et des concepts et de les relier à des connaissances déjà acquises puis lorsqu'on les amène à comprendre les mathématiques abstraites qui entrent en jeu.

Ces cours visent à fournir aux élèves la préparation nécessaire pour des études post-secondaires ou pour le marché du travail en construisant une solide conception des fondements en mathématiques leur permettant ainsi d'appliquer leurs connaissances et leurs habiletés de façons différentes à la résolution de problèmes et de poursuivre avec succès leur apprentissage.

De nos jours, de nombreux outils technologiques viennent appuyer l'enseignement des mathématiques en salle de classe. Dans un programme de mathématiques efficace, l'élève apprend en présence d'outils technologiques. « La recherche démontre que l'utilisation de la calculatrice, de la calculatrice à capacité graphique et d'autres ressources technologiques a un effet significatif sur le rendement des élèves quant aux concepts et aux habiletés arithmétiques ainsi que sur le plan de résolution de problèmes et des habiletés intellectuelles de niveaux supérieurs⁴. » Le curriculum intègre des technologies appropriées à l'apprentissage et à la pratique des mathématiques en tenant compte du fait qu'il reste important que les élèves maîtrisent les habiletés numériques et algébriques essentielles.

L'acquisition des habiletés constitue une partie importante du programme; les habiletés s'inscrivent dans les contextes offerts par les divers domaines du programme de mathématiques et doivent être présentées lorsque le besoin s'en fait sentir.

4. Groupe d'experts pour la réussite des élèves, *La numératie en tête de la 7^e à la 12^e année – Rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves*. Toronto, Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004, p. 55 (désigné ci-après par *La numératie en tête*).

LES COURS EN 11^e ET 12^e ANNÉE

En 11^e et 12^e année, quatre types de cours sont offerts : cours préuniversitaire, cours préuniversitaire/précollégial, cours précollégial et cours préemploi. L'élève choisit le type de cours selon ses intérêts, son rendement et ses objectifs postsecondaires. Les quatre types de cours sont définis de la façon suivante :

- *Le cours préuniversitaire est conçu pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances et les habiletés qu'il lui faut pour satisfaire aux critères d'admission des programmes d'études universitaires.*
- *Le cours préuniversitaire/précollégial est conçu pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances et les habiletés qu'il lui faut pour satisfaire aux critères d'admission des programmes d'études particuliers offerts dans les universités et les collèges.*
- *Le cours précollégial est conçu pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances et les habiletés qu'il lui faut pour satisfaire aux critères d'admission de la plupart des programmes d'études collégiales ou à ceux de certains programmes d'apprentissage ou d'autres programmes de formation professionnelle.*
- *Le cours préemploi est conçu pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances et les habiletés qu'il lui faut pour répondre aux attentes des employeurs, si son intention est de joindre le marché du travail immédiatement après l'obtention de son diplôme, ou pour satisfaire aux critères d'admission de nombreux programmes d'apprentissage ou d'autres programmes de formation professionnelle.*

Les conseils scolaires peuvent élaborer et offrir à l'échelon local un cours en 9^e année et en 10^e année en mathématiques qui comptera comme un crédit obligatoire en mathématiques (voir la note Politique/Programme n° 134 qui modifie la section 7.1.2, « Cours élaborés à l'échelon local », du document *Les écoles secondaires de l'Ontario de la 9^e à la 12^e année – Préparation au diplôme d'études secondaires de l'Ontario, 1999 [ESO]*). Qu'il compte ou non comme un crédit obligatoire, ce cours peut être élaboré pour préparer l'élève à réussir les cours préemploi de 11^e et 12^e année en mathématiques. L'approbation ministérielle du cours élaboré à l'échelon local autorise le conseil scolaire à l'utiliser comme préalable donnant droit à un crédit au cours de la filière préemploi.

Pour en savoir davantage sur les types de cours, consulter le document complémentaire *Les écoles secondaires de l'Ontario de la 9^e à la 12^e année : préparation au diplôme d'études secondaires de l'Ontario, 1999*.

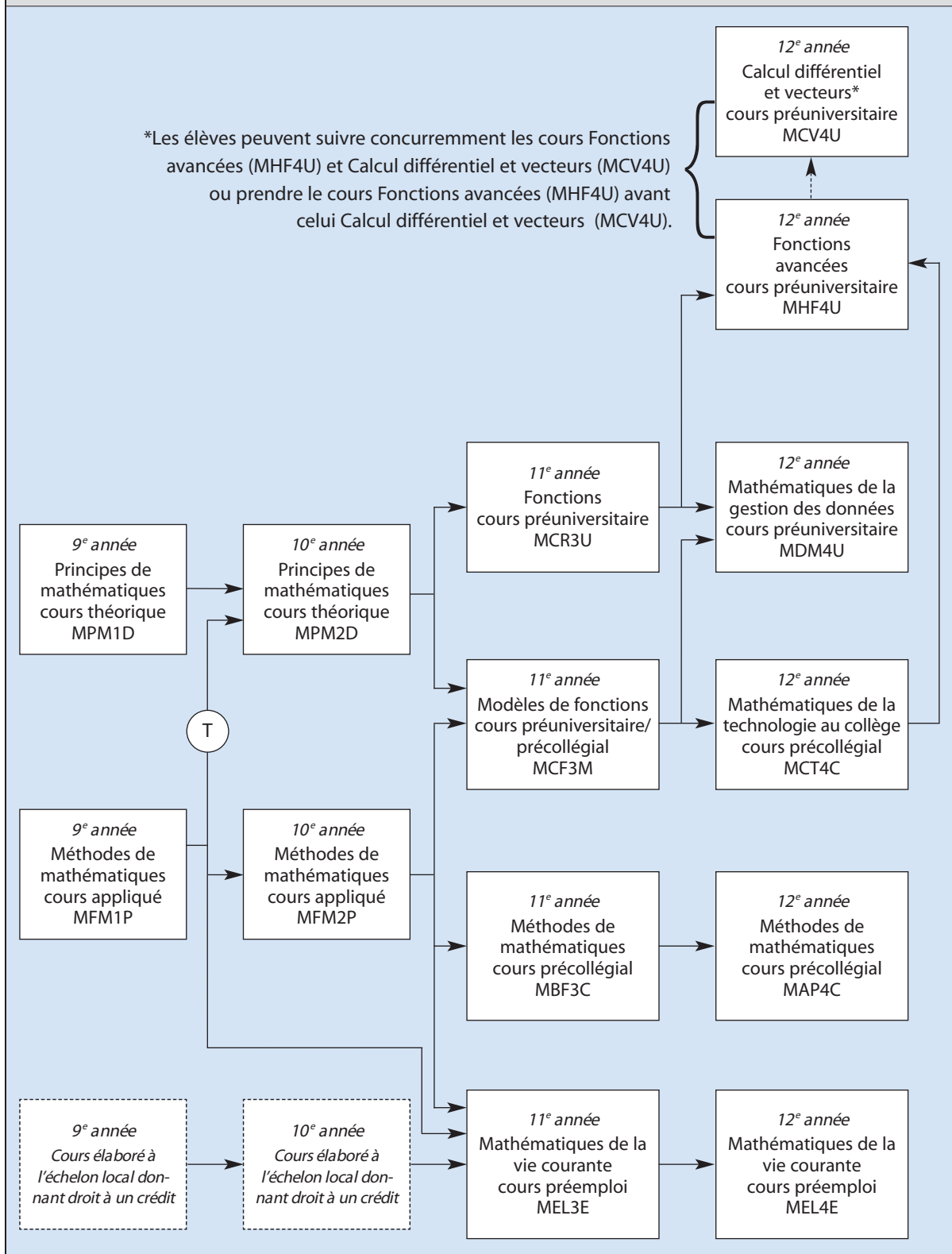
Cours de mathématiques, 11^e et 12^e année

Année	Cours	Type	Code	Cours préalable
11 ^e	Fonctions	préuniversitaire	MCR3U	Principes de mathématiques, 10 ^e année, cours théorique
11 ^e	Modèles de fonctions	préuniversitaire/ précollégial	MCF3M	Principes de mathématiques, 10 ^e année, cours théorique ou Méthodes de mathématiques, 10 ^e année, cours appliqué
11 ^e	Méthodes de mathématiques	précollégial	MBF3C	Méthodes de mathématiques 10 ^e année, cours appliqué
11 ^e	Mathématiques de la vie courante	préemploi	MEL3E	Cours appliqué ou théorique, 9 ^e année, ou cours élaboré à l'échelon local donnant droit à un crédit obligatoire de mathématiques en 10 ^e année
12 ^e	Calcul différentiel et vecteurs	préuniversitaire	MCV4U	Les élèves pourront suivre concurremment les cours Fonctions avancées (MHF4U) et Calcul différentiel et vecteurs (MCV4U) ou suivre d'abord Fonctions avancées.
12 ^e	Mathématiques de la gestion des données	préuniversitaire	MDM4U	Fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire ou Modèles de fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire/précollégial
12 ^e	Fonctions avancées	préuniversitaire	MHF4U	Fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire ou Mathématiques de la technologie au collège, 12 ^e année, cours précollégial (MCT4C)
12 ^e	Méthodes de mathématiques	précollégial	MAP4C	Méthodes de mathématiques, 11 ^e année, cours précollégial ou Modèles de fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire/précollégial
12 ^e	Mathématiques de la technologie au collège	précollégial	MCT4C	Modèles de fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire/précollégial ou Fonctions, 11 ^e année, cours préuniversitaire
12 ^e	Mathématiques de la vie courante	préemploi	MEL4E	Mathématiques de la vie courante, 11 ^e année, cours préemploi

N.B. : Chaque cours ci-dessus donne droit à un crédit

Organigramme des prélabes pour les cours de mathématiques de 11^e et 12^e année

L'organigramme présente l'organisation des cours de mathématiques en fonction des prélabes. Toutes les options de cheminement entre les cours ne sont cependant pas indiquées.



Les cours donnant droit à des demi-crédits

Les cours de mathématiques décrits dans le présent document ont été conçus comme des cours donnant droit à un crédit entier. Toutefois, à l'exception des cours préuniversitaires de 12^e année, on pourra offrir les cours décrits ici sous forme de demi-cours valant chacun un demi-crédit. Les demi-cours exigent un minimum de cinquante-cinq (55) heures d'enseignement et doivent satisfaire aux conditions suivantes :

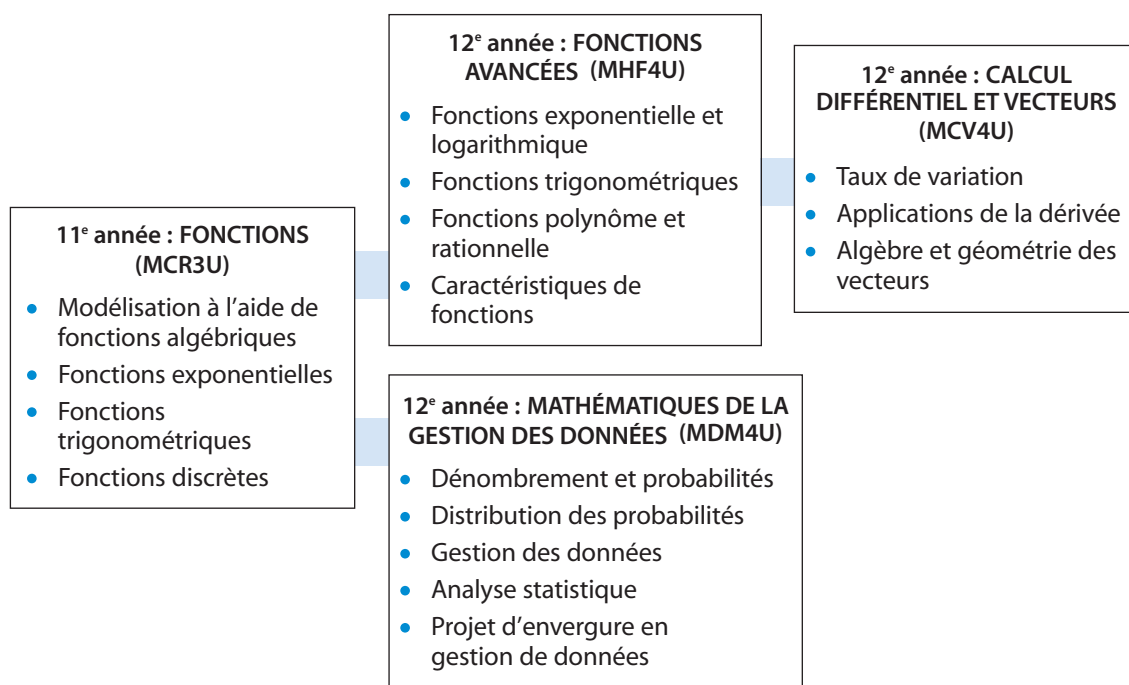
- Les deux demi-cours élaborés à partir d'un cours donnant droit à un crédit entier doivent ensemble inclure toutes les attentes et les contenus d'apprentissage du cours d'où ils sont tirés. Les attentes et les contenus d'apprentissage doivent être répartis entre les deux demi-cours de la meilleure façon possible pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances et les habiletés dans le temps alloué.
- Un cours préalable à un autre cours au palier secondaire peut aussi être offert sous forme de deux demi-cours. Cependant, l'élève doit réussir les deux demi-cours pour obtenir ce préalable. L'élève n'a pas à suivre les deux demi-cours si le cours original ne constitue pas un préalable à un cours qu'il a l'intention de suivre.
- Le titre de chaque demi-cours doit préciser « Partie 1 » ou « Partie 2 ». La reconnaissance d'un demi-crédit (0,5) sera inscrite dans la colonne de la valeur en crédits du bulletin scolaire et du relevé de notes de l'Ontario.

Les conseils scolaires s'assureront que tous les demi-cours respectent les conditions ci-dessus et signaleront tous les demi-cours au ministère de l'Éducation, dans les rapports des écoles, au mois d'octobre.

LES DOMAINES D'ÉTUDES

Chaque domaine d'étude des cours de mathématiques du cycle supérieur est brièvement décrit ci-dessous.

Cours de la filière préuniversitaire



Le cours de 11^e année de la filière préuniversitaire, Fonctions, fait appel aux compétences et aux concepts enseignés dans les cours théoriques de mathématiques de 9^e et 10^e année. Le cours est destiné à préparer les élèves aux cours de mathématiques de 12^e année qui mènent à de nombreux programmes universitaires, y compris les sciences, l'ingénierie, les sciences sociales, les arts et l'éducation. Dans ce cours, le concept des fonctions est présenté dans le domaine Modélisation à l'aide de fonctions algébriques puis approfondi par l'étude de deux nouvelles formes de relations dans les domaines Fonctions exponentielles et Fonctions trigonométriques. Dans le domaine Fonctions discrètes, l'étude de diverses représentations de suites et de séries permet aux élèves de réexaminer les concepts de modélisation et d'algèbre abordés à l'école élémentaire, et d'établir des liens avec les applications financières, notamment le calcul de l'intérêt composé et de la valeur finale d'une annuité.

Le cours de 12^e année de la filière préuniversitaire, Fonctions avancées, satisfait aux critères d'admission en mathématiques d'un certain nombre de programmes universitaires. Les domaines du cours aident les élèves à approfondir leur compréhension des fonctions en élargissant leurs connaissances des fonctions du second degré pour explorer les fonctions polynômes et rationnelles, et en réexaminant les fonctions exponentielle et trigonométrique introduites en 11^e année pour aborder des concepts connexes comme la mesure en radians et les fonctions logarithmiques. Dans le domaine Caractéristiques de fonctions, l'examen des taux de variation et des combinaisons de fonctions permet de présenter certaines caractéristiques générales des fonctions.

Le cours de 12^e année de la filière préuniversitaire, Calcul différentiel et vecteurs, est destiné aux élèves qui veulent suivre des programmes universitaires, notamment en sciences, en ingénierie et en économie, dont la première année comporte un cours de calcul différentiel ou d'algèbre linéaire. Le calcul différentiel est abordé dans le domaine Taux de variation en partant de la représentation numérique et graphique des taux de variation, présentée dans le cours Fonctions avancées, pour y inclure des représentations algébriques plus abstraites. Le domaine Applications de la dérivée permet aux élèves d'acquérir les compétences en algèbre et en résolution de problèmes qui sont nécessaires pour traiter les problèmes relatifs aux taux de variation. Dans le domaine Algèbre et géométrie des vecteurs, les connaissances déjà acquises en géométrie et en trigonométrie servent à explorer des concepts vectoriels pour résoudre des problèmes intéressants tirés de la vie courante.

Le cours de 12^e année de la filière préuniversitaire, Mathématiques de la gestion des données, satisfait aux critères d'admission de plusieurs programmes universitaires qui comportent des cours de statistiques, comme certains programmes de sciences et de sciences humaines. Pour répondre aux attentes du cours, l'élève doit mettre en application les connaissances des processus mathématiques, comme la résolution de problèmes, le raisonnement et la communication, qu'il doit avoir acquises au préalable. Les domaines Dénombrement des probabilités et Distribution des probabilités font appel aux concepts fondamentaux des probabilités étudiés à l'école élémentaire et introduit le concept de lois des probabilités, y compris la loi normale, cruciale pour l'étude des statistiques. Dans les domaines Gestion des données et Analyse statistique, l'élève explore, utilise et conçoit des méthodes permettant d'organiser un volume important de données; il étudie et approfondit sa compréhension des concepts puissants qui servent à analyser et à

interpréter un volume important de données. Ces concepts sont étudiés à l'aide d'outils technologiques comme des tableurs et Fathom, un progiciel d'analyse statistique sous licence du Ministère. Dans le domaine Projet d'envergure en gestion des données, l'élève doit entreprendre un grand projet sur une question importante et appliquer les compétences acquises dans tous les domaines du cours.

Cours des filières préuniversitaire/précollégiale et précollégiale

11^e année : MODÈLES DE FONCTIONS (MCF3M)

- Fonctions du second degré
- Modèles de croissance exponentielle et applications financières
- Fonctions trigonométriques

12^e année : MATHÉMATIQUES DE LA TECHNOLOGIE AU COLLÈGE (MCT4C)

- Fonctions exponentielles
- Fonctions polynômes
- Fonctions trigonométriques
- Applications de la géométrie

Le cours de 11^e année de la filière préuniversitaire/précollégiale, Modèles de fonctions, prépare les élèves qui projettent de s'inscrire à des programmes collégiaux de technologie, tout en laissant à certains élèves la possibilité de poursuivre des études postsecondaires dont le critère d'admission est le cours de 12^e année de la filière préuniversitaire, Mathématiques de la gestion des données. Pour explorer les fonctions, le cours revient sur les concepts fondamentaux étudiés dans le programme de mathématiques de la 10^e année et utilise une approche plus pratique qui insiste moins sur les concepts abstraits étudiés dans le cours de 11^e année de la filière préuniversitaire, Fonctions. Le premier domaine, Fonctions du second degré, permet aux élèves qui ont terminé le cours de mathématiques appliquées de 10^e année d'élargir leurs connaissances et leurs habiletés en matière de fonctions du second degré, et aux élèves qui sont issus du cours théorique de 10^e année de réexaminer le sujet. Ce domaine présente également certaines propriétés des fonctions. Les deux autres domaines, Modèles de croissance exponentielle et applications financières et Fonctions trigonométriques, mettent l'accent sur des applications concrètes et aident les élèves à développer les connaissances et les compétences requises pour résoudre des problèmes connexes.

Le cours de 12^e année de la filière précollégiale, Mathématiques de la technologie au collège, offre une excellente préparation à la réussite des programmes de technologie au niveau du collège. Le cours approfondit la compréhension des fonctions du cours de 11^e année de la filière préuniversitaire/précollégiale, Modèles de fonctions, en s'appuyant sur une approche plus concrète; il peut aussi préparer les élèves au cours de 12^e année de la filière préuniversitaire, Fonctions avancées, pour suivre certains programmes universitaires. Les fonctions exponentielle et trigonométrique sont réexaminées de manière à élargir les compétences liées aux représentations graphiques des fonctions trigonométriques et à acquérir les compétences en algèbre permettant de résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles. Le domaine Fonctions polynômes étend les concepts qui relient les représentations graphiques et les équations des fonctions du second degré à l'exploration des fonctions polynômes. Enfin, les élèves appliquent des liens géométriques pour résoudre des problèmes axés sur des formes et des figures composées et explorer les propriétés des cercles et leurs applications.

11^e année : MÉTHODES DE MATHÉMATIQUES (MBF3C)

- Modèles mathématiques
- Mathématiques financières
- Gestion des données
- Applications de mesure et de trigonométrie

12^e année : MÉTHODES DE MATHÉMATIQUES (MAP4C)

- Modèles mathématiques
- Gestion des données
- Applications de géométrie et de trigonométrie
- Mathématiques financières

Le cours de 11^e année de la filière précollégiale, Méthodes de mathématiques, associe un ensemble de sujets qui préparent les élèves à un large éventail de programmes collégiaux. À cette fin, le cours comporte quatre domaines qui traitent de notions mathématiques différentes. Le domaine Modèles mathématiques approfondit les fonctions du second degré étudiées en 10^e année dans les cours de mathématiques appliquées et présente les relations exponentielles. Le domaine Mathématiques financières s'intéresse au calcul de l'intérêt composé et aux applications relatives à des placements et à des emprunts, et à l'achat et l'entretien d'une voiture. Les applications qui exigent un raisonnement spatial sont abordées dans le domaine Applications de mesure et de trigonométrie. Le domaine Gestion des données explore les applications pratiques des probabilités et des statistiques à une variable.

Le cours de 12^e année de la filière précollégiale, Méthodes de mathématiques, satisfait aux critères d'admission de nombreux programmes collégiaux, y compris des programmes relatifs aux affaires, aux services à la personne, à l'accueil et au tourisme, et certains programmes des sciences de la santé. Les quatre domaines du cours sont axés sur les mêmes notions mathématiques que le cours de 11^e année de la filière précollégiale, Méthodes de mathématiques. Le domaine Modèles mathématiques élargit les concepts et les habiletés en matière de relations exponentielles, présentées en 11^e année, et permet aux élèves de réexaminer toutes les relations étudiées dans le programme de mathématiques du palier secondaire en utilisant une approche graphique et algébrique. Dans le domaine Mathématiques financières, l'élève étudie plus particulièrement les annuités et les prêts hypothécaires, la location ou l'achat d'un logement et l'élaboration d'un budget. Dans le domaine Applications de géométrie et de trigonométrie, la résolution des problèmes renforce l'aptitude de l'élève à appliquer les relations associées à diverses formes et figures. Le domaine Gestion des données traite des applications pratiques des statistiques à deux variables et examine les applications de la gestion de données.

Cours de la filière préemploi

11^e année : MATHÉMATIQUES DE LA VIE COURANTE (MEL3E)

- Rémunération, déclaration de revenus et achats
- Épargne, placement et emprunt
- Coûts de véhicules, de voyages et de moyens de transport

12^e année : MATHÉMATIQUES DE LA VIE COURANTE (MEL4E)

- Gestion des données
- Budget de la vie courante
- Mesure et proportionnalité

Le cours de 11^e année de la filière préemploi, **Mathématiques de la vie courante**, aide les élèves à consolider les connaissances et les habiletés fondamentales en mathématiques qui sont utiles dans la vie professionnelle comme dans la vie quotidienne. Le cours est idéal pour les élèves qui souhaitent suivre le cours de 12^e année de la filière préemploi avant d'obtenir leur diplôme de fin d'études secondaires et commencer à travailler. Le cours peut aussi servir aux élèves qui souhaitent satisfaire aux critères de mathématiques supérieures du diplôme de fin d'études et qui n'ont pas l'intention de suivre d'autres cours de mathématiques. Les trois domaines du cours, Rémunération, déclaration de revenus et achats, Épargne, placement et emprunt, et Coûts de véhicules, de voyages et de moyens de transport donnent aux élèves la possibilité de faire appel au raisonnement proportionnel pour résoudre divers types de problèmes.

Le cours de 12^e année de la filière préemploi, **Mathématiques de la vie courante**, élargit les connaissances et les habiletés, acquises en 11^e année, dans le domaine Budget de la vie courante en traitant de sujets relatifs à l'achat ou à la location d'un logement et à l'élaboration d'un budget. Le domaine Gestion des données contient deux composantes principales : la collecte et l'analyse de renseignements et de données à une variable, et l'exploration des concepts de probabilité. Dans le domaine Mesure et proportionnalité, l'élève résout divers problèmes de mesure dans les systèmes métrique et impérial. Les attentes du cours favorisent le recours à des projets et à des expériences pratiques qui stimulent l'intérêt des élèves pour les mathématiques.

LES ATTENTES ET LES CONTENUS D'APPRENTISSAGE

À chaque domaine correspondent des attentes et des contenus d'apprentissage. Les attentes décrivent en termes généraux les connaissances et les habiletés que l'élève doit avoir acquises à la fin de chaque cours, tandis que les contenus d'apprentissage décrivent en détail ces connaissances et ces habiletés. L'élève démontrera sa compréhension de la matière dans son travail de classe, dans ses recherches ainsi que dans ses travaux, ses examens ou toute autre activité qui sert à évaluer son rendement.

Les contenus d'apprentissage sont répartis en plusieurs rubriques qui portent chacune sur des aspects particuliers des connaissances et des habiletés précisées dans le cours. Cette répartition pourra aider le personnel enseignant à planifier les activités d'apprentissage. Cependant, le fait d'organiser les cours selon des domaines d'études et des rubriques ne signifie pas que les attentes et les contenus d'apprentissage d'un domaine

ou d'une rubrique doivent être abordés séparément. Au contraire, le personnel enseignant devrait intégrer des attentes et des contenus d'apprentissage de divers domaines d'études et rubriques lorsque cela s'applique.

Bon nombre de contenus d'apprentissage proposent à titre indicatif des exemples entre parenthèses. Ces exemples illustrent le type d'habileté, la portée de l'apprentissage ou le degré de complexité recherché. L'enseignante ou l'enseignant pourra s'en inspirer dans son enseignement.

Plusieurs contenus d'apprentissage sont accompagnés également de problèmes modèles similaires aux problèmes que l'on retrouve dans des ressources pédagogiques ou des manuels scolaires. L'enseignante ou l'enseignant peut choisir de concentrer sa leçon sur un ou deux exemples suggérés ou en choisir d'autres.

PROCESSUS MATHÉMATIQUES

Les processus mathématiques constituent les éléments essentiels d'une formation mathématique puisqu'ils appuient l'acquisition et la mise en application de la connaissance et des habiletés mathématiques. Cette importance doit se retrouver dans un programme équilibré au secondaire. En établissant un lien avec les compétences de la grille d'évaluation et les processus mathématiques, l'enseignante ou l'enseignant s'assure que les élèves satisfont non seulement aux attentes du cours mais développent aussi les processus mathématiques nécessaires à la poursuite de leur apprentissage mathématique.

Les processus mathématiques sont connus sous les appellations suivantes :

- résolution de problèmes;
- communication;
- réflexion sur le caractère raisonnable des résultats;
- raisonnement;
- établissement de liens;
- sélection d'outils technologiques ou de matériel approprié;
- modélisation.

Ces processus sont liés entre eux et, la résolution de problèmes et la communication sont indissociables des autres processus. Des activités de résolution de problèmes permettent aux élèves de développer leur raisonnement et d'acquérir de nouvelles connaissances. Appuyés par les enseignantes et les enseignants, les élèves formulent et vérifient des hypothèses et justifient leur démarche à l'aide d'arguments et de communications claires tout au long de leur travail. C'est ainsi que les élèves améliorent leur démarche respective et observent qu'il existe différentes façons de résoudre un même problème. L'analyse des différentes stratégies de résolution de problèmes permet aux élèves de réfléchir sur leur propre stratégie et de rendre cette stratégie plus efficace et efficiente.

Les enseignantes et les enseignants doivent veiller au développement de ces processus tout au long du cours et les évaluer en présentant une gamme de problèmes qui font appel à tous les processus mathématiques.

LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

La résolution de problèmes fait partie intégrante de l'apprentissage des mathématiques. C'est une démarche essentielle qui permet aux élèves :

- de faire des rapprochements entre les situations de la vie courante et les mathématiques étudiées en salle de classe;
- de développer leur compréhension des mathématiques;
- de développer les habiletés de la pensée (savoir estimer, évaluer, classer, établir des liens, formuler des hypothèses, justifier une position et prendre une décision);
- de raisonner, de communiquer, de faire des liens et d'appliquer leurs connaissances et habiletés;
- de travailler en équipe et de communiquer leurs idées et leurs stratégies à leurs partenaires;
- de développer leur confiance à l'égard des mathématiques.

En choisissant des problèmes variés, à la fois pertinents et signifiants, le personnel enseignant peut amener ses élèves à développer progressivement différentes stratégies pour aborder un même problème. L'objectif visé consiste donc à élargir le répertoire des stratégies de résolution de problèmes puisqu'en entamant leurs études secondaires, les élèves en auront déjà intériorisé un certain nombre.

Dans certains cas, l'utilisation d'une stratégie d'enseignement différente est plus appropriée pour les élèves. Par exemple, lorsque l'enseignante ou l'enseignant veut présenter une nouvelle stratégie pour résoudre un problème quelconque, l'enseignement explicite s'avère une excellente façon de le faire. On peut aussi y recourir pour présenter un nouveau concept, un symbole ou un terme mathématique. Les connaissances ainsi acquises augmentent la diversité des stratégies utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes.

LA COMMUNICATION

La communication permet d'utiliser ses connaissances et ses compétences en mathématiques pour exprimer ou échanger des idées. Selon Radford et Demers⁵, « la communication en salle de classe de mathématiques est un moyen indispensable et incontournable d'apprentissage. Mais pour être efficace, la communication doit favoriser le recours à des raisonnements et à des argumentations mathématiques se rapportant aux concepts clés ».

Toujours selon ces auteurs, la communication englobe diverses facettes de l'apprentissage des mathématiques. Il peut entre autres s'agir :

- d'utiliser les concepts, la terminologie, les symboles et les conventions mathématiques;
- d'écouter les propos mathématiques des camarades;
- d'interpréter les arguments mathématiques des camarades;

5. Luis Radford et Serge Demers, *Communication et apprentissage – Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Ottawa, Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, 2004, p. 16.

- d'évaluer de façon critique les arguments des camarades;
- de réfuter un argument inexact;
- d'organiser avec logique et efficacité la présentation du résultat d'une activité mathématique.

LA RÉFLEXION SUR LE CARACTÈRE RAISONNABLE DES RÉSULTATS

La réflexion sur le caractère raisonnable des résultats d'un problème initial est un processus que les élèves doivent aussi inclure dans la démarche de résolution de problèmes. Cette réflexion consiste également à analyser la démarche suivie, ce qui permet de l'ajuster en fonction des difficultés éprouvées, des questions soulevées et de l'accès à de nouvelles informations ou données.

LE RAISONNEMENT

L'enseignement dispensé en salle de classe devrait toujours favoriser le raisonnement critique, c'est-à-dire promouvoir une approche systématique fondée sur une analyse rigoureuse de l'apprentissage des concepts mathématiques, des processus et de la résolution de problèmes. Lors de certaines activités, les élèves sont amenés à procéder par déduction, c'est-à-dire à suivre un raisonnement logique aboutissant à une conclusion, en se basant sur leurs connaissances antérieures. D'autres fois, les élèves effectuent un raisonnement inductif qui consiste à formuler une généralisation à partir d'observations notées lors d'une activité d'exploration. La présentation d'un contre-exemple à un énoncé quelconque doit également s'inscrire au nombre des stratégies auxquelles les élèves doivent recourir pour résoudre des problèmes au secondaire.

L'ÉTABLISSEMENT DE LIENS

C'est en proposant des activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre divers concepts à l'étude et entre les différents domaines des mathématiques qu'on les amène à une meilleure compréhension des principes généraux des mathématiques. Leur perception des mathématiques s'en trouve ainsi progressivement changée; dans leur esprit, les mathématiques formeront un tout cohérent et non plus un ensemble d'éléments disparates. Il est aussi important de démontrer qu'il existe des liens entre les mathématiques et la vie quotidienne. Les mathématiques permettent l'étude d'une situation en la modélisant afin d'analyser des résultats possibles.

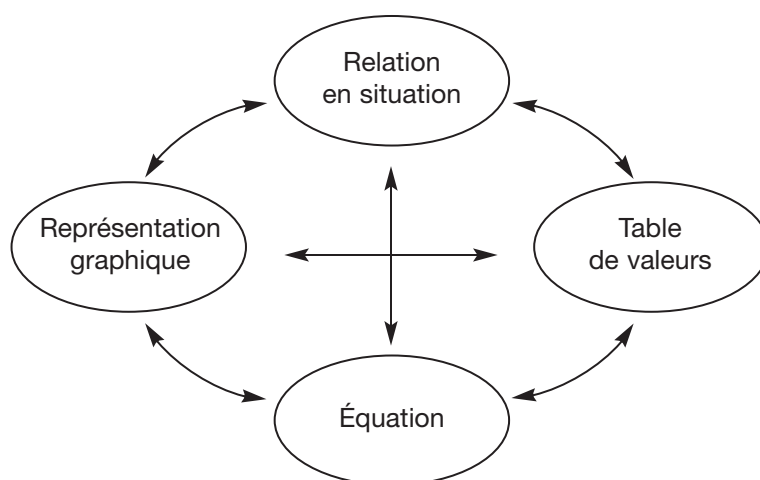
LA SÉLECTION D'OUTILS TECHNOLOGIQUES OU DE MATÉRIEL APPROPRIÉ

En préparation à ses études postsecondaires ou au marché du travail, l'élève doit non seulement pouvoir effectuer les opérations de base à l'aide d'une calculatrice, mais aussi apprendre à utiliser d'autres outils technologiques à diverses fins, par exemple, un logiciel de géométrie dynamique pour vérifier une hypothèse, une sonde pour effectuer une collecte de données ou une calculatrice à affichage graphique pour représenter des relations. L'utilisation d'outils technologiques doit lui permettre d'explorer des situations

et de chercher des régularités et non pas de se limiter à la saisie de données ni à la résolution d'un problème au moyen d'un algorithme. L'élève ne devrait avoir recours à la calculatrice que dans les situations d'apprentissage où le calcul en tant que tel ne constitue pas une priorité. Il faut se rappeler que l'élève vérifie la vraisemblance des résultats obtenus à l'aide de la calculatrice en se servant du calcul mental pour faire une estimation.

En construisant lui-même un modèle mathématique, l'élève augmente sa compréhension du concept mathématique à l'étude. Il lui est ainsi possible d'établir des liens entre le concret et l'abstrait, de développer une compréhension plus approfondie de la solution et de mieux communiquer son raisonnement.

LA MODÉLISATION



Le diagramme ci-dessus illustre les représentations utilisées pour modéliser une relation en situation. On doit pouvoir passer de l'une à l'autre et établir les liens entre elles.

En mathématiques, la modélisation constitue un stade important du processus de résolution de problèmes. Modéliser, c'est traduire sous forme mathématique les données d'un problème illustrant une situation réelle. En étudiant différentes représentations d'une même situation, les élèves arrivent non seulement à mieux saisir les concepts mathématiques et à faire le lien entre eux, mais aussi à communiquer et à justifier avec plus de clarté et d'assurance leur démarche ou leur raisonnement.

Cet apprentissage doit se faire au fur et à mesure que les expériences que réalisent les élèves en création de modèles mathématiques deviennent plus complexes, par exemple en passant des fonctions du second degré en 10^e année aux fonctions exponentielle et trigonométrique en 11^e année et aux fonctions logarithmiques en 12^e année.

ÉVALUATION DU RENDEMENT DE L'ÉLÈVE

LE PROCESSUS D'ÉVALUATION DU RENDEMENT DE L'ÉLÈVE

L'objectif premier de l'évaluation consiste à améliorer l'apprentissage de l'élève. Les données recueillies au moyen de l'évaluation aident le personnel enseignant à cerner les points forts et les points faibles de l'élève par rapport aux attentes visées. Ces données permettent aussi au personnel enseignant d'adapter le programme et les approches pédagogiques aux besoins de l'élève et d'en évaluer l'efficacité globale.

Le processus d'évaluation consiste d'abord à recueillir des données provenant de diverses sources, notamment les présentations, les projets, les activités et les tests qui témoignent jusqu'à quel point l'élève satisfait aux attentes. L'enseignante ou l'enseignant peut donner à l'élève une rétroaction descriptive qui le guidera dans ses efforts pour s'améliorer. Il s'agit ensuite de juger de la qualité du travail de l'élève en fonction des critères établis et d'y attribuer une valeur.

L'enseignante ou l'enseignant fondera l'évaluation sur les attentes du curriculum en se servant de la grille d'évaluation du programme-cadre, conformément aux consignes énoncées dans le présent document. Pour assurer la validité et la fiabilité de l'évaluation ainsi que pour favoriser l'amélioration du rendement scolaire, l'enseignante ou l'enseignant doit utiliser des stratégies d'évaluation qui :

- portent sur la matière enseignée et sur la qualité de l'apprentissage de l'élève;
- sont fondées sur la grille d'évaluation du rendement (pages 26 et 27) qui met en relation quatre grandes compétences et les descriptions des niveaux de rendement;
- sont diversifiées et échelonnées tout au long de l'année d'études pour donner à l'élève des possibilités suffisantes de montrer l'étendue de son apprentissage;
- conviennent aux activités d'apprentissage, aux attentes et aux contenus d'apprentissage, de même qu'aux besoins et aux expériences de l'élève;
- sont justes pour tous les élèves;
- tiennent compte des besoins de l'élève en difficulté, conformément aux stratégies décrites dans son plan d'enseignement individualisé (PEI);

- tiennent compte des besoins de l'élève inscrit au programme d'actualisation linguistique en français (ALF) ou de perfectionnement du français (PDF);
- favorisent la capacité de l'élève à s'autoévaluer et à se fixer des objectifs précis;
- reposent sur des échantillons des travaux de l'élève illustrant bien son niveau de rendement;
- servent à communiquer à l'élève la direction à prendre pour améliorer son rendement;
- sont communiquées clairement à l'élève et aux parents au début du cours et à tout autre moment approprié durant l'année scolaire.

Le niveau 3 de la grille d'évaluation (pages 26 et 27) correspond à la norme provinciale. Le rendement à ce niveau est pleinement satisfaisant. Le personnel enseignant et les parents peuvent considérer que l'élève ayant un rendement de niveau 3 sera bien préparé pour le cours suivant.

Le niveau 1, bien qu'il indique une réussite, signifie que l'élève a démontré un rendement inférieur à la norme provinciale. Le niveau 2 indique un rendement moyen qui se rapproche de la norme provinciale. Le niveau 4 signifie que le rendement de l'élève est supérieur à la norme provinciale. Cependant, cela ne veut pas dire que l'élève dépasse les attentes du cours, mais plutôt qu'il démontre une compréhension plus approfondie de la matière que l'élève dont le rendement se situe au niveau 3.

Le ministère de l'Éducation met à la disposition du personnel enseignant de la documentation qui l'aidera à améliorer ses méthodes et stratégies d'évaluation et, par conséquent, son évaluation du rendement de l'élève. Cette documentation comprend des échantillons de travaux d'élèves (appelés *copies types*) qui illustrent chacun des quatre niveaux de rendement.

LA GRILLE D'ÉVALUATION DU RENDEMENT

La grille d'évaluation du rendement en mathématiques sera utilisée par le personnel enseignant de toute la province. Elle lui permettra de porter un jugement sur le rendement de l'élève basé sur des niveaux de rendement clairs et précis et sur des données recueillies sur une période prolongée.

La grille d'évaluation du rendement vise à :

- fournir un cadre qui couvre les attentes pour tous les cours du programme-cadre;
- guider l'enseignante ou l'enseignant lors de l'élaboration d'instruments de mesure, y compris des grilles adaptées;
- guider l'enseignante ou l'enseignant dans la planification de son enseignement;
- communiquer à l'élève ses points forts et ceux à améliorer;
- préciser les compétences et les critères d'après lesquels sera évalué le rendement de l'élève.

La grille porte sur les quatre *compétences* suivantes : Connaissance et compréhension, Habiletés de la pensée, Communication et Mise en application. Ces compétences couvrent l'ensemble des éléments à l'étude et des habiletés visés par les attentes et les contenus d'apprentissage. Elles sont précisées par des critères clairs et sont complémentaires. L'enseignante ou l'enseignant doit déterminer quelles compétences utiliser pour évaluer

la satisfaction des attentes. Les compétences doivent être mesurées et évaluées de manière équilibrée tout au long du cours. De plus, il est essentiel de donner à l'élève des occasions multiples et diverses de démontrer jusqu'à quel point il a satisfait aux attentes et ce, pour chacune des quatre compétences.

Les compétences sont définies comme suit :

- La compétence *Connaissance et compréhension* est la construction du savoir propre à la discipline, soit la connaissance des éléments à l'étude et la compréhension de leur signification et de leur portée.
- La compétence *Habilités de la pensée* est l'utilisation d'un ensemble d'habiletés liées aux processus de la pensée critique et de la pensée créative. Elles comprennent les habiletés liées à la planification (p. ex. compilation de données, organisation de l'information) et au traitement de l'information (p. ex. analyse, interprétation, synthèse, évaluation). Les processus comprennent entre autres l'évaluation d'un raisonnement, la justification et la démonstration par une preuve.
- La compétence *Communication* est la transmission des idées et de l'information selon différentes formes et divers moyens. L'information et les idées peuvent être communiquées de façon orale (p. ex. exposés), de façon écrite (p. ex. comptes rendus, rapports, résolution d'un problème, représentation graphique) ou visuelle (p. ex. multimédia).
- La compétence *Mise en application* est l'application des éléments à l'étude et des habiletés dans des contextes familiers et leur transfert à de nouveaux contextes.

Dans la grille d'évaluation du rendement une série de *critères* viennent préciser davantage chaque compétence et définissent les dimensions du rendement de l'élève qui sont évaluées. Par exemple, le premier critère sous la compétence Connaissance et compréhension est la « connaissance des éléments à l'étude (p. ex. terminologie, algorithmes) ».

Les *descripteurs* permettent à l'enseignante ou l'enseignant de poser un jugement professionnel sur la qualité du rendement de l'élève et de lui donner une rétroaction descriptive. Dans la grille d'évaluation du rendement, le type de descripteur utilisé pour tous les critères des trois dernières compétences de la grille est l'*efficacité*. On définit l'efficacité comme la capacité de réaliser entièrement le résultat attendu. L'enseignante ou l'enseignant pourra se servir d'autres types de descripteur (p. ex. la *convenance*, la *clarté*, l'*exactitude*, la *précision*, la *logique*, la *pertinence*, la *cohérence*, la *souplesse*, la *profondeur*, l'*envergure*) en fonction de la compétence et du critère visés au moment d'élaborer des grilles adaptées. Par exemple, l'enseignante ou l'enseignant pourrait déterminer le niveau d'efficacité pour la compétence Habiletés de la pensée en évaluant l'aspect logique d'une analyse; pour la compétence Communication, il pourrait déterminer le niveau de clarté de la communication des idées; pour la compétence Mise en application, il pourrait évaluer la convenance et l'envergure des liens établis. De la même façon pour la compétence Connaissance et compréhension, l'évaluation de la connaissance des éléments à l'étude pourrait porter sur l'exactitude des faits, tandis que celle de la compréhension des éléments à l'étude pourrait porter sur la justification d'un travail.

L'*échelle de progression* (p. ex. avec une efficacité limitée, avec une certaine efficacité, avec efficacité ou avec beaucoup d'efficacité) qualifie le rendement de l'élève à chacun des niveaux de la grille. Par exemple, pour l'élève dont le rendement se situe au niveau 3 par rapport au premier critère de la compétence Habiletés de la pensée, on dirait qu'il « utilise les habiletés de planification avec efficacité ».

GRILLE D'ÉVALUATION DU RENDEMENT EN MATHÉMATIQUES

Compétences	50–59 % (Niveau 1)	60–69 % (Niveau 2)	70–79 % (Niveau 3)	80–100 % (Niveau 4)
Connaissance et compréhension – La construction du savoir propre à la discipline, soit la connaissance des éléments à l'étude et la compréhension de leur signification et de leur portée				
	L'élève :			
Connaissance des éléments à l'étude (p. ex. terminologie, algorithmes)	démontre une connaissance limitée des éléments à l'étude.	démontre une connaissance partielle des éléments à l'étude.	démontre une bonne connaissance des éléments à l'étude.	démontre une connaissance approfondie des éléments à l'étude.
Compréhension des éléments à l'étude (p. ex. concepts, habiletés, procédures, processus)	démontre une compréhension limitée des éléments à l'étude.	démontre une compréhension partielle des éléments à l'étude.	démontre une bonne compréhension des éléments à l'étude.	démontre une compréhension approfondie des éléments à l'étude.
Habiletés de la pensée – L'utilisation d'un ensemble d'habiletés liées aux processus de la pensée critique et de la pensée créative				
	L'élève :			
Utilisation des habiletés de planification (p. ex. compilation de données, organisation de l'information)	utilise les habiletés de planification avec une efficacité limitée.	utilise les habiletés de planification avec une certaine efficacité.	utilise les habiletés de planification avec efficacité.	utilise les habiletés de planification avec beaucoup d'efficacité.
Utilisation des habiletés de traitement de l'information (p. ex. analyse, interprétation, synthèse, évaluation)	utilise les habiletés de traitement de l'information avec une efficacité limitée.	utilise les habiletés de traitement de l'information avec une certaine efficacité.	utilise les habiletés de traitement de l'information avec efficacité.	utilise les habiletés de traitement de l'information avec beaucoup d'efficacité.
Utilisation des processus de la pensée critique (p. ex. évaluer un raisonnement, justifier, démontrer par une preuve)	utilise les processus de la pensée critique et de la pensée créative avec une efficacité limitée.	utilise les processus de la pensée critique et de la pensée créative avec une certaine efficacité.	utilise les processus de la pensée critique et de la pensée créative avec efficacité.	utilise les processus de la pensée critique et de la pensée créative avec beaucoup d'efficacité.

Compétences	50–59 % (Niveau 1)	60–69 % (Niveau 2)	70–79 % (Niveau 3)	80–100 % (Niveau 4)
Communication – La transmission des idées et de l'information selon différentes formes et divers moyens				
	L'élève :			
Expression et organisation des idées et de l'information	exprime et organise les idées et l'information avec une efficacité limitée.	exprime et organise les idées et l'information avec une certaine efficacité.	exprime et organise les idées et l'information avec efficacité.	exprime et organise les idées et l'information avec beaucoup d'efficacité.
Communication des idées et de l'information de façon orale (p. ex. <i>exposés</i>), écrite (p. ex. <i>comptes rendus, rapports, résolution d'un problème, représentation graphique</i>) et visuelle (p. ex. <i>multimédia</i>) à des fins précises	communique les idées et l'information à des fins précises et pour des auditoires spécifiques avec une efficacité limitée.	communique les idées et l'information à des fins précises et pour des auditoires spécifiques avec une certaine efficacité.	communique les idées et l'information à des fins précises et pour des auditoires spécifiques avec efficacité.	communique les idées et l'information à des fins précises et pour des auditoires spécifiques avec beaucoup d'efficacité.
Utilisation des conventions (p. ex. <i>symboles, unités de mesure</i>) et de la terminologie à l'étude	utilise les conventions et la terminologie à l'étude avec une efficacité limitée.	utilise les conventions et la terminologie à l'étude avec une certaine efficacité.	utilise les conventions et la terminologie à l'étude avec efficacité.	utilise les conventions et la terminologie à l'étude avec beaucoup d'efficacité.
Mise en application – L'application des éléments à l'étude et des habiletés dans des contextes familiers et leur transfert à de nouveaux contextes				
	L'élève :			
Application des connaissances et des habiletés (p. ex. <i>éléments à l'étude, choix des concepts ou d'outils</i>) dans des contextes familiers	applique les connaissances et les habiletés dans des contextes familiers avec une efficacité limitée.	applique les connaissances et les habiletés dans des contextes familiers avec une certaine efficacité.	applique les connaissances et les habiletés dans des contextes familiers avec efficacité.	applique les connaissances et les habiletés dans des contextes familiers avec beaucoup d'efficacité.
Transfert des connaissances et des habiletés (p. ex. <i>résolution de problèmes</i>) dans de nouveaux contextes	transfère les connaissances et les habiletés à de nouveaux contextes avec une efficacité limitée.	transfère les connaissances et les habiletés à de nouveaux contextes avec une certaine efficacité.	transfère les connaissances et les habiletés à de nouveaux contextes avec efficacité.	transfère les connaissances et les habiletés à de nouveaux contextes avec beaucoup d'efficacité.
Établissement de liens (p. ex. <i>entre les domaines, entre des concepts</i>)	établit des liens avec une efficacité limitée.	établit des liens avec une certaine efficacité.	établit des liens avec efficacité.	établit des liens avec beaucoup d'efficacité.

LA COMMUNICATION DU RENDEMENT

Le bulletin scolaire de l'Ontario de la 9^e à la 12^e année doit servir à communiquer officiellement à l'élève et à ses parents le rendement scolaire fourni.

Compte rendu de la satisfaction des attentes. Le bulletin scolaire dresse un bilan du rendement que l'élève a fourni par rapport aux attentes des cours suivis, pendant une période déterminée du semestre ou de l'année scolaire, sous forme de notes exprimées en pourcentage. La note en pourcentage représente la qualité du rendement global de l'élève en fonction des attentes du cours et indique le niveau de rendement correspondant dans la grille d'évaluation de la discipline.

Une note finale est inscrite à la fin de chaque cours et le crédit correspondant est accordé si l'élève a obtenu une note de 50 % ou plus. Pour chaque cours de la 9^e à la 12^e année, la note finale sera déterminée comme suit :

- Soixante-dix pour cent (70 %) de la note de chaque cours sera fondé sur les évaluations effectuées tout au long du cours. Cette portion de la note devrait refléter le niveau de rendement le plus fréquent durant le cours, bien qu'il faille accorder une attention particulière aux niveaux de rendement les plus récents.
- Trente pour cent (30 %) de la note sera fondé sur l'évaluation finale, sous forme d'examen, de travail, de recherche ou de tout autre mode d'évaluation approprié. Cette évaluation aura lieu vers la fin du cours.

Compte rendu sur les habiletés à développer. Le bulletin scolaire rend compte des habiletés d'apprentissage démontrées par l'élève dans chacun des cours, dans les six catégories suivantes : l'utilisation du français parlé, l'autonomie, la collaboration en équipe, l'organisation, les habitudes de travail/devoirs et l'initiative. Ces habiletés d'apprentissage sont évaluées au moyen d'une échelle à quatre degrés (E – excellent, T – très bien, S – satisfaisant, N – amélioration nécessaire). La décision d'évaluer et de rendre compte de façon distincte des habiletés d'apprentissage dans ces six catégories est fondée sur leur rôle essentiel dans la capacité des élèves de réaliser les attentes des cours. L'évaluation des habiletés d'apprentissage, sauf celles qui peuvent faire partie intégrante des attentes du cours, ne doit pas être prise en considération dans la détermination des notes en pourcentage, car celles-ci devraient uniquement représenter la mesure dans laquelle l'élève a satisfait aux attentes du cours. Les politiques relatives à ce sujet sont tracées dans le *Guide du bulletin scolaire de la 9^e à la 12^e année, 1999*. Ce document est posté sur le site Web du ministère de l'Éducation à www.edu.gov.on.ca.

CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LA PLANIFICATION DU PROGRAMME

L'enseignante ou l'enseignant doit planifier ses cours de mathématiques en tenant compte de certaines considérations, notamment celles qui sont présentées ci-dessous.

LES STRATÉGIES D'ENSEIGNEMENT ET D'APPRENTISSAGE

L'élève apprend mieux lorsqu'on lui offre un éventail d'activités d'apprentissage. Il faudrait privilégier les approches qui encouragent l'élève à faire des recherches, à développer son esprit critique, à travailler en équipe et à proposer des solutions à des préoccupations dans son milieu. Ces approches favorisent un apprentissage actif qui permet à l'élève de mieux assimiler les notions présentées et d'appliquer les connaissances et les habiletés acquises à des problèmes et à des situations de la vie réelle et, ce faisant, de développer ses propres compétences. Cet apprentissage se combine bien à l'apprentissage coopératif en petits groupes. L'enseignante ou l'enseignant pourrait inviter les élèves à travailler en équipe pour discuter des différentes stratégies possibles pour résoudre un problème. Afin d'encourager la tenue d'un dialogue constructif, l'enseignante ou l'enseignant pourrait aussi tenir des séances de révision de problèmes avec toute la classe, organiser des groupes pour l'exploration d'un concept et inviter des personnes de l'extérieur à examiner avec le groupe classe des situations pouvant être modélisées par une fonction mathématique. Lorsque les interactions sont nombreuses et diversifiées à l'intérieur de la classe, les enseignantes et enseignants sont davantage en mesure d'examiner les résultats de l'apprentissage des élèves. Il ne faudrait pas cependant négliger les travaux individuels ou en équipe qui permettent une réflexion personnelle chez l'élève.

L'enseignante ou l'enseignant qui planifie son enseignement devrait miser sur des activités adaptées à son groupe classe pour favoriser chez les élèves l'acquisition des connaissances et des habiletés dont ils ont besoin pour faire les applications et les transferts appropriés et effectuer des recherches de plus en plus complexes. Il n'y a pas qu'une seule façon d'enseigner et d'apprendre les mathématiques. Ce programme-cadre exige

l'utilisation d'une variété de stratégies en salle de classe; l'utilisation de matériel concret au secondaire permet aux élèves de mieux se représenter et de mieux comprendre des notions abstraites de mathématiques. L'enseignante ou l'enseignant réservera aussi du temps pour s'adonner avec les élèves à l'objectivation à la suite de chaque activité d'apprentissage, cette pratique faisant partie intégrante de la démarche pédagogique.

La création d'un milieu d'enseignement et d'apprentissage stimulant et engageant pour les garçons comme pour les filles est important. L'enseignante ou l'enseignant prendra en compte le mode d'apprentissage selon le genre dans le choix des activités, des interventions, des ressources et des projets afin que chaque élève, garçon ou fille, puisse développer un rapport positif aux mathématiques et apprendre à sa manière selon ses préférences.

L'apprentissage du français dans toutes les matières contribue au développement des connaissances et des habiletés liées à la littératie. Les enseignantes et enseignants s'assureront que les élèves sont exposés à une variété d'occasions d'expérimenter avec la langue et avec le savoir, en insistant sur un enseignement pluridisciplinaire.

La matière de tout cours de mathématiques peut être combinée à celle d'un ou de plusieurs cours d'une autre discipline afin de créer un cours interdisciplinaire comme par exemple un cours en économie. Les politiques et les modalités alors applicables sont présentées dans le programme-cadre distinct régissant l'élaboration de cours interdisciplinaires (voir *Le curriculum de l'Ontario, 11^e et 12^e année – Études interdisciplinaires, 2002*, document posté sur le site Web du ministère de l'Éducation à [ww.edu.gov.on.ca](http://www.edu.gov.on.ca)).

LES HABILITÉS DE LA PENSÉE ET DE LA RECHERCHE

Dans les cours de mathématiques, l'élève développe sa capacité à formuler des questions et à planifier les recherches nécessaires pour y répondre. On lui apprend diverses méthodes utiles en recherche et comment choisir celles qui sont adaptées à une recherche particulière. L'élève saura comment tirer des renseignements pertinents de sources imprimées (p. ex. livres, journaux, entrevues, diagrammes, graphiques) et médiatiques (p. ex. Internet, télévision, radio), et dégager des perspectives d'avenir. Avec le temps et l'expérience, l'élève utilisera ces sources d'une manière de plus en plus précise et approfondie, et fera la distinction entre sources primaires et sources secondaires pour déterminer leur validité et leur pertinence, et pour en tirer profit de manière adéquate. Ceci est particulièrement vrai en ce qui a trait aux sources électroniques.

L'IMPORTANCE DE L'ACTUALITÉ

Les discussions qui portent sur les événements courants, en particulier ceux qui touchent la communauté francophone, suscitent non seulement l'intérêt de la classe, mais aident aussi l'élève à comprendre son monde, à saisir la relation qui existe entre les événements du passé et les situations d'aujourd'hui et à esquisser des perspectives d'avenir. L'étude des événements courants (p. ex. croissance économique, sondage, prévisions météorologiques) ne doit pas être présentée comme un sujet à part dans le programme, mais doit être intégrée à l'étude des contenus d'apprentissage dont ces événements sont l'extension.

LA PLANIFICATION DES COURS DE MATHÉMATIQUES DESTINÉS AUX ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

Les enseignantes et enseignants sont les principaux intervenants en matière d'éducation des élèves en difficulté puisqu'il leur incombe d'aider tous les élèves à apprendre. À cette fin, ils travaillent en collaboration avec le personnel enseignant responsable de l'éducation de l'enfance en difficulté pour atteindre cet objectif. Le rapport intitulé *Transformation de l'éducation de l'enfance en difficulté : Rapport des coprésidentes avec les recommandations de la Table de concertation sur l'éducation de l'enfance en difficulté, 2006* a approuvé une série de principes sur lesquels devrait reposer l'ensemble de la planification des programmes destinés aux élèves en difficulté. Ces principes directeurs sont repris du rapport intitulé *L'éducation pour tous*, de la Table ronde des experts pour l'enseignement en matière de littératie et de numératie pour les élèves ayant des besoins particuliers de la maternelle à la 6^e année. Le personnel enseignant qui planifie les cours de mathématiques devrait y accorder une attention particulière.

La planification des programmes destinés aux élèves en difficulté devrait reposer sur les grands principes exposés dans le rapport précité; les sept énoncés suivants en précisent le contenu :

- Tous les élèves peuvent réussir.
- La conception universelle de l'apprentissage et la pédagogie différenciée sont des moyens pour répondre aux besoins d'apprentissage et de réussite de tout groupe d'élèves.
- Des pratiques réussies d'enseignement s'appuient sur les recherches et les expériences vécues.
- Les enseignantes et enseignants sont les acteurs clés du développement des compétences des élèves en littératie et en numératie.
- Chaque enfant possède son propre profil d'apprentissage.
- Le personnel enseignant a besoin de l'appui de la communauté pour créer un milieu d'apprentissage favorable aux élèves ayant des besoins particuliers.
- Chaque élève est unique.

Dans toute salle de classe, les élèves peuvent présenter toute une série de styles et de besoins d'apprentissage. Le personnel enseignant prévoit des programmes qui tiennent compte de cette diversité et confie aux élèves des tâches qui correspondent à leurs habiletés précises pour que tous les élèves profitent au maximum du processus d'enseignement et d'apprentissage. Le recours à des groupes souples dans le cadre de l'enseignement et l'évaluation continue constituent des composantes importantes des programmes qui tiennent compte de la diversité des besoins d'apprentissage.

Au moment de la planification du programme de mathématiques à l'intention de l'élève en difficulté, le personnel enseignant devrait commencer par examiner le niveau de rendement actuel de l'élève, ses points forts et ses besoins d'apprentissage, de même que les connaissances et les habiletés qui sont attendues de la part des élèves à la fin du cours, afin de déterminer celle des options suivantes qui est la plus appropriée :

- aucune adaptation⁶ ni modification;
- adaptations seulement;
- attentes modifiées et adaptations au besoin;
- attentes différentes qui ne découlent pas des attentes prescrites des cours de mathématiques faisant partie du présent programme-cadre.

Si l'élève requiert des adaptations, des attentes modifiées ou une combinaison des deux, il faut consigner, dans son plan d'enseignement individualisé (PEI), les renseignements pertinents qui figurent dans les paragraphes ci-dessous. On trouvera des renseignements plus détaillés sur la planification des programmes pour l'enfance en difficulté dans le document intitulé *Plan d'enseignement individualisé – Guide, 2004* (appelé ci-après *Guide du PEI, 2004*). Pour en savoir davantage sur les exigences du ministère de l'Éducation sur les PEI, consulter le document intitulé *Plan d'enseignement individualisé – Normes pour l'élaboration, la planification des programmes et la mise en œuvre, 2000* (appelé ci-après *Normes du PEI, 2000*). Ces deux documents sont affichés sur le site Web du ministère de l'Éducation à www.edu.gov.on.ca.

L'élève en difficulté qui ne requiert que des adaptations

Certains élèves en difficulté peuvent suivre le curriculum prévu pour le cours et démontrer un apprentissage autonome si on leur fournit des adaptations. Les adaptations facilitent l'accès au cours sans avoir à modifier les connaissances et les habiletés que l'élève doit manifester. Les adaptations requises pour faciliter l'apprentissage de l'élève doivent être inscrites dans le PEI (voir page 11 des *Normes du PEI, 2000*). Les mêmes adaptations seront probablement inscrites dans le PEI pour plusieurs cours, voire tous les cours.

Offrir des adaptations aux élèves en difficulté devrait être la première option envisagée dans le cadre de la planification des programmes. Les élèves en difficulté peuvent réussir lorsqu'on leur offre des adaptations appropriées. L'enseignement axé sur la conception universelle et la pédagogie différenciée met l'accent sur la disponibilité des adaptations permettant de satisfaire les besoins divers des apprenantes et apprenants.

Il existe trois types d'adaptations.

- **Les adaptations pédagogiques** désignent les changements apportés aux stratégies d'enseignement tels que les styles de présentation, les méthodes d'organisation et l'utilisation d'outils technologiques et multimédias.
- **Les adaptations environnementales** désignent les changements apportés à la salle de classe ou au milieu scolaire, tels que la désignation préférentielle d'une place ou le recours à un éclairage particulier.

6. Les adaptations désignent des stratégies d'enseignement et d'évaluation individualisées, un soutien fourni par du personnel ou par un équipement personnalisé.

- **Les adaptations en matière d'évaluation** désignent les changements apportés aux stratégies d'évaluation pour permettre à l'élève de démontrer son apprentissage. Par exemple, on pourrait lui donner plus de temps pour terminer les examens ou ses travaux scolaires, ou lui permettre de répondre oralement à des questions d'examen (pour d'autres exemples, voir page 33 du *Guide du PEI, 2004*).

Si seules des adaptations sont nécessaires dans les cours de mathématiques, le rendement de l'élève sera évalué par rapport aux attentes du cours et par rapport aux niveaux de rendement décrits dans le présent document. La case du PEI sur le bulletin scolaire de l'Ontario ne sera pas cochée et on n'inclura pas d'information sur l'offre d'adaptations.

L'élève en difficulté qui requiert des attentes modifiées

Certains élèves en difficulté auront besoin d'attentes et de tâches modifiées qui ne correspondent pas aux attentes ni aux tâches prévues pour le cours. Dans la plupart des cas, ces attentes modifiées seront fondées sur la matière du cours, mais refléteront des changements en ce qui a trait à leur nombre et à leur complexité. Les attentes modifiées représentent des réalisations précises, réalistes, observables et mesurables, et décrivent les connaissances ou les habiletés précises que l'élève peut démontrer de façon autonome, en utilisant au besoin des adaptations en matière d'évaluation.

Il est important de vérifier l'étendue des modifications apportées aux attentes et de les noter clairement dans le PEI. Tel qu'indiqué dans la section 7.12 du document de politique ministériel *Les écoles secondaires de l'Ontario de la 9^e à la 12^e année – Préparation au diplôme d'études secondaires de l'Ontario, 1999*, il reviendra à la directrice ou au directeur d'école de déterminer si la réalisation des attentes modifiées fondées sur le niveau de rendement actuel de l'élève signifie que l'élève a réussi le cours et si l'élève peut recevoir un crédit pour le cours. La directrice ou le directeur d'école informera les parents et l'élève de sa décision.

Lorsqu'on s'attend à ce qu'un élève satisfasse à la plupart des attentes d'un cours, les attentes modifiées devraient indiquer comment les connaissances, les habiletés et les tâches de l'élève différeront de celles des autres élèves suivant ce cours. Lorsque les modifications sont si étendues que la réalisation des attentes d'apprentissage (connaissances, habiletés, tâches) ne donnerait probablement pas droit à un crédit, les attentes devraient spécifier les exigences précises ou les tâches d'après lesquelles le rendement de l'élève sera évalué et en fonction desquelles une note pour le cours sera inscrite dans le bulletin scolaire de l'Ontario.

Les attentes modifiées indiquent les connaissances ou les habiletés que l'élève devrait pouvoir démontrer et qui seront évaluées lors de chaque période visée par le bulletin scolaire (voir pages 10 et 11 des *Normes du PEI, 2000*). Les attentes d'apprentissage de l'élève doivent être revues une fois au moins lors de chaque période visée par le bulletin scolaire et être mises à jour, au besoin, à la lumière des progrès accomplis par l'élève (voir page 11 des *Normes du PEI, 2000*).

Si l'élève requiert des attentes modifiées en mathématiques, l'évaluation de son rendement sera fondée sur les attentes d'apprentissage inscrites dans son PEI et sur les niveaux de rendement décrits dans le présent document. Si certaines des attentes d'apprentissage d'un élève pour un cours sont modifiées, mais que l'élève essaie d'obtenir un crédit pour ce cours, il suffit de cocher la case PEI sur le bulletin scolaire de l'Ontario. Cependant, si

les attentes d'apprentissage de l'élève sont modifiées de telle façon que la directrice ou le directeur d'école estime qu'un crédit ne sera pas conféré pour le cours, la case PEI doit être cochée et on doit inscrire l'énoncé approprié du *Guide d'utilisation du bulletin scolaire de l'Ontario de la 9^e à la 12^e année, 1999* (page 7). Les commentaires de l'enseignante ou l'enseignant devraient comprendre des renseignements pertinents sur la capacité de l'élève à démontrer qu'il a satisfait aux attentes modifiées. Le personnel enseignant doit aussi indiquer les prochaines étapes de l'apprentissage de l'élève dans le cadre du cours.

L'ÉLÈVE DES PROGRAMMES D'ACTUALISATION LINGUISTIQUE EN FRANÇAIS ET DE PERFECTIONNEMENT DU FRANÇAIS

L'école tient compte des différences linguistiques, scolaires ou socioculturelles de ses élèves et répond à leurs besoins particuliers en leur offrant les programmes de soutien appropriés.

Le programme ALF s'adresse à l'élève qui a une connaissance limitée du français ou qui manque de familiarité avec la langue d'enseignement. Il lui permet d'acquérir les compétences linguistiques indispensables à la poursuite de ses études et d'enrichir son répertoire linguistique. Il favorise aussi le développement d'une attitude positive face à l'utilisation du français. Dans certains cas, les élèves doivent se familiariser avec le français, les expressions et le vocabulaire couramment utilisés dans les écoles de langue française et dans les programmes d'études afin d'assurer leur réussite et leur intégration à l'école, à la communauté ou à l'espace francophone dont ils font partie.

Le programme de perfectionnement du français (PDF) s'adresse à l'élève qui parle français mais qui a connu une scolarisation très différente de celle que reçoivent les élèves des écoles de langue française de l'Ontario ou qui a subi des interruptions dans sa scolarité. Il lui permet d'acquérir et de perfectionner ses compétences de base en lecture, en écriture et en mathématiques et d'enrichir son répertoire linguistique afin d'intégrer et de suivre avec plus d'aisance le programme régulier. Il lui permet aussi de se familiariser avec les particularités du système d'enseignement de langue française et avec son nouveau milieu socioculturel.

Ces deux programmes permettent aux élèves d'acquérir les connaissances et les compétences nécessaires à la réussite de leurs études et à leur insertion dans le monde du travail. Ces programmes d'appui visent l'intégration rapide au programme d'études régulier.

L'enseignante ou l'enseignant doit porter une attention particulière à l'élève inscrit au programme d'ALF ou de PDF. Il lui faudra veiller en particulier à ce que l'élève comprenne et assimile la terminologie propre au français, acquière les compétences fondamentales requises dans ces matières et se familiarise avec les référents culturels propres à la francophonie. L'enseignante ou l'enseignant choisira des stratégies d'enseignement et des activités appropriées aux besoins de l'élève du programme d'ALF ou de PDF, en consultation avec l'enseignante ou l'enseignant de l'un et de l'autre de ces programmes, et adaptera le matériel d'apprentissage en conséquence.

L'enseignante ou l'enseignant doit créer un milieu sécurisant où l'élève constate l'acceptation de tous. L'élève se sentira plus à l'aise, ce qui lui permettra de prendre des risques, de s'exprimer et d'apprendre plus aisément. Pour faciliter l'apprentissage de l'élève, l'enseignante ou l'enseignant pourra recourir aux pratiques suivantes :

- partir du vécu de l'élève et de ses connaissances;
- vérifier régulièrement si l'élève comprend;
- mettre l'accent sur les idées clés et communiquer avec l'élève dans un langage clair et précis;
- mettre l'accent sur les valeurs propres à la francophonie locale, nationale et internationale;
- utiliser des indices visuels et du matériel concret si l'élève est au niveau débutant dans l'apprentissage du français;
- ajuster les attentes en fonction du niveau de langue de l'élève et de sa date d'arrivée au Canada;
- présenter le vocabulaire utilisé dans la discipline pour aider l'élève à comprendre le contenu de la leçon;
- faciliter l'entraide entre les élèves;
- favoriser l'appropriation de référents culturels.

On peut consulter *Le curriculum de l'Ontario, de la 9^e à la 12^e année – Actualisation linguistique en français et Perfectionnement du français, 1999* sur le site Web du ministère de l'Éducation à www.edu.gov.on.ca.

L'ÉDUCATION ANTIDISCRIMINATOIRE DANS LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

Comme tous les programmes-cadres qui composent le curriculum de l'Ontario, le programme de mathématiques prépare l'élève à devenir une citoyenne ou un citoyen responsable qui comprend la société complexe dans laquelle elle ou il vit et qui y participe pleinement. On s'attend donc à ce que l'élève comprenne bien en quoi consistent les droits, les privilèges et les responsabilités inhérents à la citoyenneté. On s'attend aussi à ce que, dans ses paroles et dans ses actes, il fasse preuve de respect, d'ouverture et de compréhension envers les individus, les groupes et les autres cultures. Pour ce faire, l'élève doit comprendre toute l'importance de protéger et de respecter les droits de la personne et de s'opposer au racisme et à toute autre forme de discrimination et d'expression de haine. De plus, la contribution des peuples autochtones à la richesse et à la diversité de la vie au Canada doit être valorisée et appréciée. En ce qui a trait tout particulièrement au présent programme-cadre, on amènera l'élève à reconnaître la contribution de personnalités francophones et francophiles de différentes cultures à l'avancement et à la diffusion des mathématiques au Canada et dans le monde.

Les activités d'apprentissage mises en place dans le cadre du programme devraient être de nature inclusive, refléter divers points de vue et expériences et sensibiliser l'élève aux expériences et à la perception des autres. Les habiletés de réflexion et de recherche acquises selon ce programme apprendront à l'élève à reconnaître les partis pris, les stéréotypes et les représentations fondées sur des préjugés et à comprendre comment les relations interpersonnelles sont réellement gérées dans un contexte de mondialisation.

L'éducation inclusive vise à fournir à tous les élèves de la province une chance égale d'atteindre leur plein potentiel en leur permettant d'évoluer dans un environnement sain et sécuritaire. En effet, les élèves ont besoin d'un climat de classe sécurisant et propice à l'apprentissage pour s'épanouir et développer leurs connaissances et leurs compétences, y compris leurs habiletés intellectuelles de niveau supérieur. À cet égard, l'enseignante ou l'enseignant joue un rôle primordial, entre autres, en fixant des attentes élevées pour tous ses élèves et en donnant à chacune et à chacun une attention particulière.

C'est en planifiant des activités enrichissantes permettant d'établir des liens entre des idées provenant de l'étude de concepts mathématiques et des situations concrètes de la vie que l'enseignante ou l'enseignant fournira à ses élèves des occasions de consolider les connaissances et les habiletés rattachées à l'éducation inclusive qui consiste notamment à sensibiliser les élèves à divers problèmes sociaux. En proposant aux élèves des activités qui mettent en valeur le rôle et l'utilité des mathématiques dans la vie socio-économique et culturelle, l'enseignante ou l'enseignant contribue à accroître l'intérêt et la motivation des élèves, tout en les préparant à devenir des citoyens responsables.

LA LITTÉRATIE ET LA NUMÉRATIE

Les compétences liées à la littératie et à la numératie sont essentielles à tous les apprentissages, dans toutes les disciplines. On définit la littératie comme la maîtrise des savoirs qui permettent à l'élève de s'exprimer, d'écrire, de lire, de chercher des informations, d'utiliser les technologies de l'information et des communications, et d'exercer une pensée critique à un niveau fonctionnel dans ses apprentissages actuels et futurs. Quant à la numératie, elle comprend l'ensemble des compétences essentielles basées sur des concepts mathématiques et des compétences connexes, qui permettent à l'élève d'utiliser la mesure et les propriétés des nombres et des objets géométriques, de résoudre des problèmes, de développer sa pensée critique, de lire et d'interpréter les informations faisant appel aux concepts mathématiques et de communiquer des données mathématiques.

La littératie et la numératie permettront à l'élève d'apprendre, sa vie durant, dans toutes les disciplines et d'accéder aux niveaux supérieurs de pensée. Il incombe au personnel enseignant de toutes les disciplines de veiller à ce que l'élève progresse dans l'acquisition des compétences liées à la littératie et à la numératie. L'enseignante ou l'enseignant qui remarque que l'élève accuse un retard dans l'acquisition des compétences liées à la littératie et à la numératie devra prendre des dispositions particulières pour l'aider en s'inspirant des initiatives de littératie et de numératie élaborées par son conseil scolaire et son école.

Le ministère de l'Éducation facilite l'élaboration de ressources pour appuyer le développement de compétences liées à la littératie et la numératie dans tout le curriculum. Des stratégies pratiques applicables à tous les cours sont fournies dans les documents suivants :

- *La littératie en tête de la 7^e à la 12^e année : Rapport du groupe d'experts sur les élèves à risque, 2003*
- *La numératie en tête de la 7^e à la 12^e année : Rapport du groupe d'experts sur les élèves à risque, 2004*
- *La littératie en tête : Stratégies pour toutes les matières de la 7^e à la 12^e année, 2005*
- *Moi, lire? Tu blagues! Guide pratique pour les garçons en matière de littératie, 2005*

Ces ressources sont affichées sur le site Web du ministère de l'Éducation au www.edu.gov.on.ca.

LE RÔLE DU CENTRE DE RESSOURCES DANS LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

Le centre de ressources de l'école joue un rôle primordial dans l'apprentissage et la réussite des élèves, tout particulièrement dans le contexte du programme-cadre de mathématiques. En donnant accès à Internet et à des banques de données et logiciels divers, et en proposant une abondance de ressources documentaires et médiatiques, le centre favorise chez les élèves l'acquisition de connaissances, d'habiletés et d'habitudes essentielles dans une société du savoir et dont ils se serviront toute leur vie.

Le centre de ressources permet, entre autres, aux élèves :

- de développer l'intérêt pour les mathématiques, autant pour le plaisir que pour apprendre;
- de découvrir la richesse et la diversité de l'application des mathématiques en langue française, au Canada et ailleurs dans le monde;
- d'accéder à des ressources dans toutes les disciplines du curriculum;
- de faire des recherches et de se documenter sur divers sujets;
- de découvrir la richesse du réseau des bibliothèques publiques municipales ou régionales et d'acquérir l'habitude de les fréquenter.

LA PLACE DES TECHNOLOGIES EN MATHÉMATIQUES

Les technologies de l'information et de la communication (TIC) offrent une gamme d'outils qui peuvent grandement élargir et enrichir les stratégies d'enseignement du personnel enseignant et appuyer l'apprentissage des élèves en mathématiques. Ces outils comprennent, entre autres, des logiciels, calculatrices à affichage graphique, jeux de simulation, bases de données, sondes pour une collecte de données, des outils numériques (p. ex. appareil photo numérique, scanner) et des jeux éducatifs (p. ex. modules d'enseignement

assisté par ordinateur). Le personnel enseignant peut utiliser les outils et les ressources des TIC dans son enseignement en salle de classe et concevoir des programmes qui répondent aux divers besoins des élèves. Par exemple, déterminer la représentation algébrique d'un graphique permet, par des essais répétés, de modifier l'équation de départ; enregistrer les discussions sur vidéo peut amener les élèves à mieux comprendre l'art de l'argumentation mathématique; et utiliser des émissions radiophoniques peut leur servir à mieux saisir les applications des mathématiques dans la vie courante. Les TIC peuvent aussi être utilisées pour permettre aux élèves de communiquer avec des élèves d'autres écoles et pour faire entrer la communauté mondiale dans la salle de classe.

Grâce aux sites Web et à divers supports numériques, l'élève peut maintenant accéder à des ressources mathématiques trouvées dans les librairies, les archives et les institutions publiques à travers le pays et autour du monde. Il peut trouver les informations les plus récentes portant sur des sujets d'actualité. Les TIC permettent à l'élève du palier secondaire de mener des recherches plus étendues et plus authentiques que jamais auparavant.

Il faut encourager l'élève à utiliser les TIC chaque fois que cela est approprié. En outre, il est important que l'élève puisse disposer (dans une version imprimée, électronique ou numérique) de toute une gamme d'outils pour lire ou interpréter des documents sous toutes leurs formes et en tirer tous les renseignements. L'élève pourra ainsi développer les habiletés nécessaires à l'utilisation des innovations technologiques et médiatiques, et des applications numériques informatisées, à des fins de collecte de données, de simulation, de production, de présentation ou de communication.

LA MAJEURE HAUTE SPÉCIALISATION

La majeure haute spécialisation est un type de programme spécialisé approuvé par le ministère de l'Éducation qui permet aux élèves de se concentrer sur les connaissances et les habiletés importantes de certains secteurs économiques et d'obtenir des certifications reconnues dans ces secteurs, tout en étudiant en vue du diplôme d'études secondaires de l'Ontario (DESO). La majeure a été conçue pour permettre aux élèves de personnaliser leur expérience au palier secondaire en fonction de leurs talents et de leurs champs d'intérêt et pour leur permettre de faire des apprentissages spécifiques et d'acquérir des compétences qui favoriseront leur réussite dans toutes les destinations postsecondaires : formation en apprentissage, collège, université et marché du travail. Chaque majeure cible un domaine particulier afin de préparer les élèves à des études postsecondaires ou à un emploi dans un secteur de l'économie.

Chaque majeure haute spécialisation doit comprendre les cinq composantes énumérées ci-après et définies dans les cadres de référence approuvés par le Ministère pour chaque domaine de spécialisation :

- Ensemble de 9, 10 ou 11 crédits requis (en grande partie provenant de cours de 11^e et 12^e année) qui trace un itinéraire d'études vers l'une des quatre destinations possibles, soit :
 - quatre crédits de spécialisation,
 - trois ou quatre crédits d'appui à la majeure dans des disciplines pertinentes (p. ex. français, sciences, mathématiques, affaires et commerce),
 - deux crédits d'éducation coopérative,
 - deux demi-crédits obligatoires Éducation à la citoyenneté et Exploration de carrière (ou si on effectue une substitution Découvrir le milieu de travail);
- Certifications obligatoires précisées dans chaque cadre de référence;
- Possibilités d'apprentissage par l'expérience;
- Utilisation du Passeport-compétences de l'Ontario (PCO);
- Possibilités d'expérience d'anticipation qui permettent aux élèves de réaliser des apprentissages dans la destination postsecondaire envisagée.

Les cours de mathématiques s'inscrivent dans l'ensemble des crédits requis dans les programmes menant à la majeure haute spécialisation ou dans les programmes conçus pour offrir aux élèves des itinéraires d'études spécialisés. Ils permettent à l'élève d'acquérir des connaissances et des compétences qui sont importantes dans des secteurs économiques et qui sont nécessaires pour réussir sur le marché du travail ou pour poursuivre des études postsecondaires, y compris les programmes d'apprentissage. Les cours de mathématiques peuvent être combinés aux crédits d'éducation coopérative pour fournir à l'élève l'expérience en milieu de travail exigée par des programmes de majeure et par différents itinéraires d'études spécialisés. Les programmes de majeure haute spécialisation pourraient fournir des possibilités d'apprentissage dans des secteurs spécifiques, qu'elles soient offertes par des employeurs, des centres de formation professionnelle, des collèges ou des organismes communautaires.

LA PLANIFICATION DE CARRIÈRE

Les attentes et les contenus d'apprentissage du programme de mathématiques offrent à l'élève la possibilité d'appliquer ses habiletés langagières dans de nombreuses situations liées au monde du travail, d'explorer des possibilités d'études postsecondaires, de formation, de métiers et de profession, et de devenir autodidacte. Les cours de mathématiques permettent aussi à l'élève de développer ses habiletés en recherche, de développer des techniques de présentation et de maîtriser des stratégies de lecture. Peu importe leur destination postsecondaire, tous les élèves ont besoin de réaliser que les habiletés acquises en matière de littératie et de numératie constituent aussi des habiletés essentielles d'employabilité. Les élèves qui ont développé des habiletés en littératie et en numératie savent mieux exploiter les technologies de l'information et de la communication pour communiquer efficacement dans diverses situations et pour accomplir des tâches spécifiques.

LE PASSEPORT-COMPÉTENCES DE L'ONTARIO ET LES COMPÉTENCES ESSENTIELLES

Le personnel enseignant qui planifie les cours de mathématiques doit encourager la connaissance, la compréhension et le développement des compétences essentielles et des habitudes de travail nécessaires pour réussir au travail. Le Passeport-compétences de l'Ontario (PCO) est une ressource Web bilingue qui aide les enseignantes et enseignants de mathématiques à tenir compte du milieu de travail en salle de classe. Le PCO offre une description claire des compétences essentielles telles que la lecture des textes, la rédaction, l'utilisation des documents, l'informatique, le calcul et la capacité de raisonnement. On se sert de compétences essentielles dans notre vie de tous les jours et elles sont transférables de l'école au travail, d'un emploi à l'autre et d'un secteur à l'autre. Le PCO inclut une base de données portant sur des tâches en milieu de travail et des descriptions d'importantes habitudes de travail telles que la fiabilité, la sécurité au travail et le service à la clientèle. Il offre aussi aux employeuses et employeurs une méthode cohérente pour évaluer et consigner la démonstration de ces compétences et de ces habitudes de travail par les élèves dans le cadre de leur stage d'éducation coopérative. Les élèves peuvent se servir du PCO pour préciser les compétences et les habitudes de travail déjà acquises, planifier le développement de nouvelles compétences ou montrer aux employeuses et employeurs ce qu'ils peuvent faire.

Les compétences décrites dans le PCO sont les compétences essentielles que le gouvernement du Canada et des agences nationales et internationales ont déterminées à la suite de recherches considérables comme étant les compétences requises pour travailler, apprendre et vivre. Les compétences essentielles constituent la base de l'apprentissage de toute autre habileté et permettent aux personnes de progresser dans leur emploi et de s'adapter au changement en milieu de travail. Pour des précisions sur le PCO et les compétences essentielles, consulter le site <http://skills.edu.gov.on.ca>.

L'ÉDUCATION COOPÉRATIVE ET LES AUTRES FORMES D'APPRENTISSAGE PAR L'EXPÉRIENCE

L'éducation coopérative et les autres formes d'apprentissage par l'expérience permettent à l'élève d'appliquer les habiletés acquises en salle de classe dans les contextes réels au sein de la communauté du monde des affaires et des services publics. L'éducation coopérative et les autres expériences en milieu de travail aident l'élève à approfondir sa connaissance des possibilités d'emploi dans de nombreux domaines, y compris le milieu de l'ingénierie, des statistiques et des technologies. De plus, l'élève élargit sa compréhension des pratiques du monde du travail, des certifications et de la nature des relations employeurs-employés. En outre, en se basant sur ses expériences, il reconnaît l'apport de la connaissance des deux langues officielles du Canada. Il s'avère important que les enseignantes et enseignants des cours de mathématiques entretiennent des liens avec les entreprises locales, notamment celles de la communauté francophone afin d'assurer à l'élève des expériences pratiques qui viendront renforcer les connaissances et les habiletés acquises à l'école.

La préparation aux expériences pratiques en milieu de travail doit comprendre un enseignement sur les mesures liées à la santé et la sécurité en milieu de travail. Le personnel enseignant appuyant l'élève en situation d'apprentissage en milieu de travail doit évaluer les conditions relatives à la santé et la sécurité dans le milieu de travail. Avant de participer à une expérience en milieu de travail, l'élève doit acquérir les connaissances et les compétences nécessaires pour assurer sa sécurité physique et son bien-être personnel. L'élève doit comprendre les questions relatives à la confidentialité et au respect de la vie privée, comme il est énoncé dans la *Loi sur l'accès à l'information et la protection de la vie privée* (1990). Il a le droit de travailler dans un milieu exempt de mauvais traitements et de harcèlement, et doit être sensible aux enjeux portant sur sa sécurité personnelle. L'élève doit être renseigné quant aux ressources scolaires et communautaires, aux politiques de l'école et à la marche à suivre pour signaler toutes formes d'abus et de harcèlement.

La note Politique/Programme n° 76A intitulée *Assurance contre les accidents du travail pour les élèves des programmes de formation pratique* (Septembre 2000) trace les grandes lignes des procédures à suivre pour assurer le respect des dispositions de la *Loi sur la sécurité professionnelle et les assurances contre les accidents du travail* (1997) aux élèves âgés d'au moins 14 ans inscrits à un stage de plus d'une journée en milieu de travail. L'observation au poste de travail et le jumelage sont considérés comme une sortie éducative. Le personnel enseignant doit connaître l'âge minimum requis selon la *Loi sur la santé et la sécurité au travail* (1990) pour trouver un milieu de travail où l'élève peut travailler. Tous les stages d'éducation coopérative et les autres expériences en milieu de travail sont dispensés selon les prescriptions énoncées dans *Éducation coopérative et autres formes d'apprentissage par l'expérience : Lignes directrices pour les écoles secondaires de l'Ontario, 2000*.

LA SANTÉ ET LA SÉCURITÉ

Malgré le fait que les questions relatives à la santé et à la sécurité ne sont pas généralement liées à l'enseignement des mathématiques, elles peuvent s'avérer importantes lorsque l'apprentissage fait appel à des activités pratiques, en particulier celles qui se déroulent à l'extérieur de l'école. Ces activités offrent une dimension authentique et motivante en ce qui a trait aux expériences d'apprentissage de l'élève. Les enseignantes et enseignants planifieront avec soin ces activités afin de prévoir les problèmes et de prévenir les risques pour la santé et la sécurité de l'élève.

COURS



Fonctions, 1¹^e année

Cours préuniversitaire

MCR3U

Ce cours poursuit l'étude des fonctions en introduisant les fonctions exponentielles et les fonctions trigonométriques dont l'élève se sert pour résoudre des problèmes reliés aux triangles rectangles ou obliques. L'élève consolide ses habiletés numériques et algébriques, explore les polynômes et les expressions rationnelles et étudie des transformations et des réciproques de fonctions. L'élève aborde les suites et les séries dans le contexte de la résolution de problèmes sur les applications financières lors de l'étude de fonctions discrètes. Tout au long du cours, l'élève apprend à argumenter et à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique.

Préalable : Principes de mathématiques, 10^e année, cours théorique

MODÉLISATION À L'AIDE DE FONCTIONS ALGÈBRIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- manipuler des polynômes et des expressions rationnelles.
- démontrer une compréhension des caractéristiques des transformations des représentations graphiques et des réciproques de fonctions algébriques simples.
- démontrer une compréhension de la nature des racines d'une équation du second degré.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Manipulations de polynômes et d'expressions rationnelles

- ▶ simplifier des expressions de polynômes à l'aide d'additions, de soustractions et de multiplications.

Problème modèle : Déterminer le volume d'un cube dont les arêtes mesurent $(2x + 1)$.

- ▶ simplifier des expressions contenant des radicaux à l'aide de factorisations, d'additions, de soustractions et de multiplications [p. ex. $\sqrt{24}$, $(2 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{12})$].
- ▶ simplifier des expressions rationnelles à l'aide d'additions, de soustractions, de multiplications et de divisions, et indiquer les restrictions imposées aux variables.

Problème modèle : Simplifier $\frac{2x}{4x^2 + 6x} - \frac{3}{2x + 3}$ et indiquer les restrictions qui s'imposent à la variable.

Transformations et réciproques de fonctions

- ▶ distinguer une fonction d'une relation (p. ex. correspondance de un à un, de plusieurs à un, test de la droite verticale) à l'aide de différentes représentations de relations (p. ex. utiliser des correspondances, des graphiques, des tables de valeurs et des équations) et démontrer une compréhension de ce que représente une fonction.

Problème modèle : Expliquer pourquoi la relation représentée par un cercle n'est pas une fonction.

- ▶ utiliser la notation fonctionnelle pour représenter des fonctions affines et des fonctions du second degré définies de différentes façons, c.-à-d. algébrique, graphique et numérique (p. ex. table de valeurs), et calculer des valeurs particulières de $f(x)$.
- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, le domaine et l'image des fonctions définies par $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$ et $f(x) = \frac{1}{x}$, représentées de façon numérique (p. ex. table de valeurs), graphique et algébrique, et identifier les restrictions additionnelles imposées par le contexte (p. ex. le domaine d'une fonction du second degré représentant la relation entre la hauteur à laquelle se trouve une balle et le temps écoulé se limite au temps durant lequel la balle est dans les airs).
- ▶ établir, à l'aide d'une variété de représentations numériques (p. ex. correspondances, tables de valeurs), le lien entre une fonction et sa réciproque comme un processus inverse (p. ex. le fait d'échanger le domaine et l'image de la fonction et de la réciproque).
- ▶ déterminer la représentation numérique ou graphique de la réciproque d'une fonction affine et d'une fonction du second degré données de façon algébrique ou numérique, et faire le lien entre les représentations

graphiques de la fonction et de sa réciproque, c.-à-d. la symétrie de leurs graphiques par rapport à la droite définie par l'équation $y = x$.

- ▶ déterminer par exploration la relation entre le domaine et l'image d'une fonction, et le domaine et l'image de la relation réciproque, et déterminer si la relation réciproque est une fonction.

Problème modèle : Déterminer la relation réciproque de la fonction $f(x) = x^2$ ainsi que son domaine et son image, et établir des liens avec les fonctions $g(x) = \sqrt{x}$ et $h(x) = -\sqrt{x}$.

- ▶ déterminer, à l'aide de la représentation graphique d'une fonction affine, la représentation algébrique de la fonction et de sa réciproque, établir le lien entre ces deux représentations algébriques (p. ex. avec la réciproque, les opérations inverses sont appliquées en ordre inverse) et vérifier ce lien pour la fonction du second degré écrite sous forme canonique $f(x) = a(x - h)^2 + k$ et sa réciproque.

Problème modèle : Déterminer, en appliquant les opérations inverses, l'équation de la réciproque de la fonction $f(x) = (x - 2)^2 + 3$ et vérifier le résultat à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.

- ▶ déterminer la réciproque de fonctions affines et de fonctions du second degré, et représenter les fonctions réciproques à l'aide de la notation fonctionnelle, soit $f^{-1}(x)$, lorsque c'est approprié.

Problème modèle : Exprimer la fonction $f(x) = 4x^2 - 8x - 12$ sous la forme canonique et déterminer $f^{-1}(x)$.

- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, le rôle des paramètres a , c , d et k dans la représentation graphique de la fonction $y = af(k(x - c)) + d$ où $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$ et $f(x) = \frac{1}{x}$, et décrire ce rôle à l'aide de transformations appliquées à la fonction $y = f(x)$, c.-à-d. translation horizontale, translation verticale, symétrie par rapport à l'axe des x , par rapport à l'axe des y , agrandissement, rétrécissement vertical.

Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques, le graphique de la fonction $y = 2\sqrt{x - c} + 1$ pour différentes valeurs de c et décrire l'effet du paramètre c en termes de transformation. (Note : L'étude du rôle du paramètre k se limite aux valeurs $k = 1$ ou $k = -1$).

- ▶ décrire, oralement et par écrit (p. ex. en utilisant la notation fonctionnelle), les transformations que l'on doit appliquer au graphique d'une fonction de base donnée (p. ex. $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$ et $f(x) = \frac{1}{x}$) pour obtenir

le graphique de la fonction définie par $y = af(k(x - c)) + d$ et esquisser la transformée.

Problème modèle : Déterminer les transformations à appliquer à la fonction $y = \sqrt{x}$ pour obtenir la transformée $y = 2\sqrt{-x} - 1$ et esquisser le graphique de la transformée.

- ▶ déterminer, à l'aide de transformations sur les fonctions de base, le domaine et l'image d'une transformée à partir de son équation.

Problème modèle : Déterminer le domaine et l'image de la fonction définie par $f(x) = 3\sqrt{(x - 1)}$.

Nature des racines d'une équation du second degré

- ▶ déterminer la valeur maximale ou minimale d'une fonction du second degré exprimée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ au moyen de méthodes algébriques (p. ex. en complétant le carré, en utilisant la factorisation partielle, en déterminant la moyenne des zéros de la fonction).

- ▶ résoudre, à l'aide de la formule quadratique, des équations du second degré en situation.

Problème modèle : La distance d'arrêt, d en mètres, d'un véhicule en fonction de sa vitesse, v en kilomètres par heure, est définie par l'équation $d = 0,0056v^2 + 0,14v$. Déterminer quelle doit être la vitesse d'un véhicule pour qu'il s'arrête au bout de 15 m.

- ▶ établir le lien entre les racines réelles d'une équation du second degré et les abscisses à l'origine de la représentation graphique de la fonction correspondante.

- ▶ déterminer le nombre de racines d'une fonction du second degré en utilisant diverses méthodes (p. ex. à l'aide du graphique, des facteurs ou du discriminant).

Problème modèle : Déterminer les transformations qui ont un effet sur le nombre d'abscisses à l'origine du graphique d'une fonction du second degré.

- ▶ déterminer une équation du second degré ayant des racines réelles données.

Problème modèle : Déterminer la fonction du second degré dont les racines de l'équation sont $(1 + \sqrt{5})$ et $(1 - \sqrt{5})$ et dont la courbe représentative passe par le point $(2,8)$.

- ▶ résoudre un système composé d'une équation du premier degré et d'une équation du second degré.

Problème modèle : Déterminer les équations de droites de pente 2 ayant un point en commun avec le graphique de la fonction du second degré $f(x) = x(x - 6)$. Reprendre pour deux points en commun, aucun point en commun.

FONCTIONS EXPONENTIELLES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension des caractéristiques de la fonction exponentielle et de sa réciproque.
- démontrer une habileté à utiliser les fonctions exponentielles.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Caractéristiques d'une fonction exponentielle

- ▶ tracer, avec et sans outils technologiques, le graphique d'une relation exponentielle définie par $y = a^x$, $a > 0$ et $a \neq 1$. Définir cette relation comme étant une fonction et indiquer les raisons.
- ▶ simplifier et évaluer des expressions formées de nombres entiers affectés d'exposants rationnels à l'aide des lois des exposants
[p. ex. $8^{\frac{2}{3}}$, $27^{-\frac{2}{3}}$, $(-8)^{-\frac{4}{3}}$].
- ▶ simplifier, à l'aide des lois des exposants, des expressions algébriques comportant des exposants entiers [p. ex. $\frac{x^3 x^4}{x^2}$, $4x^3 \div (2x)^2$].
- ▶ explorer, à l'aide d'outils technologiques, les caractéristiques principales des fonctions exponentielles définies par $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ et leurs graphiques (p. ex. le domaine est l'ensemble des nombres réels, l'image est l'ensemble des nombres réels positifs, la fonction croît ou décroît pour toutes valeurs de x , l'axe des x est l'asymptote du graphique, l'ordonnée à l'origine est 1, les différences entre les valeurs de la table de valeurs forment une suite géométrique).
Problème modèle : Sur un même système d'axes, tracer le graphique des relations représentées par les équations suivantes : $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$ et $h(x) = 0,5^x$. Comparer les graphiques et expliquer la relation entre les ordonnées à l'origine de chacun d'eux.
- ▶ comparer le taux de variation des fonctions exponentielles aux taux de variation des fonctions non exponentielles [p. ex. $f(x) = 2x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = 2^x$].
- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, le rôle des paramètres a , c , d et k dans la représentation graphique de la fonction $y = af(k(x - c)) + d$ où $f(x) = b^x$, et décrire ce rôle à l'aide de transformations appliquées à la fonction exponentielle, c.-à-d. translations, symétries par rapport à l'axe des x , par rapport à l'axe des y , agrandissement, rétrécissement vertical.
Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques, le graphique de la fonction $f(x) = 3^{(x-c)} + 5$ pour différentes valeurs de c , et décrire l'effet du paramètre c en termes de transformation.
- ▶ esquisser, à l'aide de transformations, la représentation graphique de fonctions exponentielles simples (p. ex. $f(x) = ab^x + c$, $f(x) = b^{(x+d)} + c$) et déterminer le domaine et l'image.
Problème modèle : Esquisser le graphique de $f(x) = 3^{(x+1)} - 2$ et indiquer son domaine et son image à l'aide d'une inéquation.
- ▶ expliquer, en contexte, la réciproque de la fonction exponentielle $f(x) = a^x$, $a > 0$ et $a \neq 1$ et la définir comme étant la fonction logarithmique $f(x) = \log_a x$.
- ▶ comparer les caractéristiques (p. ex. domaine, image, asymptote, ordonnée à l'origine) des fonctions logarithmiques à celles des fonctions exponentielles.

Applications des fonctions exponentielles

- ▶ interpréter, oralement et par écrit, des situations tirées de différents domaines ayant trait à la croissance et la décroissance exponentielles en utilisant différentes représentations, c.-à-d. ensemble de données, graphique, équation.

Problème modèle : Martine investit 500 \$ à un taux d'intérêt de 4,5 % capitalisé semestriellement pendant 5 ans. Générer, à l'aide d'outils technologiques, une table de valeurs lui permettant de calculer son investissement à la fin de cette période.

- ▶ formuler et résoudre des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées pour une fonction exponentielle.

Problème modèle : La demi-vie du radon est de 4 jours. Si on a 18 g de radon, quelle quantité de radon restera-t-il au bout de 8 jours? au bout de 16 jours? au bout de x jours?

FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une habileté à utiliser les rapports trigonométriques dans diverses situations.
- démontrer une compréhension des fonctions sinusoïdales et de leurs représentations graphiques.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Applications des rapports trigonométriques

- ▶ déterminer les valeurs exactes des sinus, cosinus et tangentes des angles remarquables de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° et de leurs multiples $\leq 360^\circ$.
- ▶ déterminer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle supérieur à 90° à l'aide de techniques appropriées (p. ex. cercle unitaire, outils technologiques).
- ▶ déterminer deux angles qui correspondent à une valeur donnée d'un rapport trigonométrique (p. ex. déterminer deux valeurs possibles de θ si $\sin \theta = \frac{1}{2}$ où $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$).
- ▶ résoudre des équations trigonométriques ayant la forme d'équations du premier degré (p. ex. $2 \sin \theta - 1 = 0$ ou $5 \cos \theta + 2 = 0$ où $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$).
- ▶ démontrer des identités trigonométriques simples en utilisant l'identité de Pythagore $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, l'identité quotient $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ et les identités des rapports trigonométriques inverses : $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$, $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ et $\cotan x = \frac{1}{\tan x}$.
- ▶ résoudre des problèmes en deux et en trois dimensions portant sur des triangles rectangles ou obliques à l'aide des rapports sinus, cosinus et tangente, de la loi des sinus et de la loi du cosinus, y compris le cas ambigu.

Problème modèle : D'une hauteur de 300 m au-dessus du sol, on observe deux objets au sol. L'angle de dépression que chaque objet forme avec le poste d'observation est de 38° et de 45° . Si l'angle entre les rayons de vision est de 60° , trouver la distance entre les deux objets.

Liens entre la représentation graphique et les équations des fonctions sinusoïdales

- ▶ identifier, à partir de différentes représentations (p. ex. table de valeurs, représentation graphique, équation), les propriétés d'un phénomène périodique tiré d'une variété d'applications pouvant être modélisées par des fonctions sinusoïdales (p. ex. capter le mouvement d'un pendule par CBR).
- ▶ tracer, à l'aide d'outils technologiques, les esquisses des courbes représentatives de $f(x) = \sin x$ et de $f(x) = \cos x$, où $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$ et décrire leurs propriétés périodiques en faisant référence aux points remarquables, c.-à-d. points d'inflexion, maximums et minimums, abscisses à l'origine.
- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, le rôle des paramètres a , c , d et k dans la représentation graphique de la fonction $y = af(k(x - c)) + d$ où $f(x) = \sin x$ et $f(x) = \cos x$. Décrire ce rôle à l'aide de transformations appliquées à la fonction $y = f(x)$, c.-à-d. translation horizontale, translation verticale, symétrie par rapport à l'axe des x , par rapport à l'axe des y , agrandissement, rétrécissement horizontal ou vertical.

Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques, le graphique de la fonction $y = 2 \sin(x - c) + 10$ pour différentes valeurs de c et décrire l'effet du paramètre c en termes de transformation.

- ▶ déterminer le domaine, l'image, l'amplitude, le déphasage et la période des fonctions sinusoidales définies par $f(x) = a \sin(k(x + d)) + c$ et par $f(x) = a \cos(k(x + d)) + c$.
- ▶ tracer les esquisses des courbes de fonctions sinusoidales pour une période complète (p. ex. celles définies par les fonctions sinusoidales de la forme $f(x) = a \sin x$, $f(x) = \cos(kx)$, $f(x) = \sin(x + d)$, $f(x) = a \sin(k(x + d)) + c$ et par $f(x) = a \cos(k(x + d)) + c$) en identifiant les points remarquables, c.-à-d. points d'inflexion, maximums et minimums, abscisses à l'origine. Indiquer le domaine et l'image de chaque transformée.
- ▶ déterminer l'équation d'une fonction sinusoidale à partir des caractéristiques données (p. ex. déterminer l'équation d'une fonction sinusoidale ayant une période de 720° , une amplitude de 5 et un déphasage de 60° par rapport à la fonction de base $y = \sin x$).

- ▶ prédire avec justesse les effets sur un modèle mathématique d'une application d'une fonction sinusoidale quand on fait varier les conditions de cette application.

Problème modèle : La hauteur par rapport au sol d'un passager à bord de « La Grande roue de Ferris » peut être représentée en fonction du temps par une fonction sinusoidale. Décrire l'effet sur la fonction si le quai d'embarquement est soulevé d'un mètre et la vitesse de la grande roue doublée.

- ▶ formuler et résoudre des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une fonction sinusoidale.

Problème modèle : La hauteur par rapport au sol d'un passager à bord de « La Grande roue de Ferris » peut être modélisée par la fonction sinusoidale $h(t) = 25 \sin 3(t - 30) + 27$ où $h(t)$ représente la hauteur en mètres et t , le temps en secondes. Représenter graphiquement cette fonction et déterminer la hauteur maximale et minimale du passager par rapport au sol et sa hauteur lorsque $t = 30$ s.

FONCTIONS DISCRÈTES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension des suites récurrentes incluant le lien au triangle arithmétique de Pascal.
- démontrer une compréhension des suites et des séries arithmétiques et géométriques comme fonctions discrètes.
- résoudre des problèmes à caractère financier.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Réurrence

- ▶ décrire et représenter des techniques récurrentes (p. ex. à l'aide d'une formule, de mots ou de nombres) à partir des premiers termes d'une suite (p. ex. arithmétique, géométrique).
- ▶ comparer la représentation récurrente d'une suite à la représentation fonctionnelle de la même suite.
Problème modèle : Représenter la suite 2, 4, 6, 8... à l'aide d'une formule récurrente et d'une notation fonctionnelle, et décrire les différences entre les deux représentations.
- ▶ explorer les différentes régularités du triangle arithmétique de Pascal (p. ex. régularité symétrique du triangle, régularité récurrente des éléments du triangle, c.-à-d. chaque nombre de la table est la somme des deux nombres situés immédiatement au-dessus, la relation entre le nombre d'éléments dans une rangée et sa position dans le triangle) et d'une suite du genre suite de Fibonacci.
- ▶ établir le lien, par exploration, entre le triangle arithmétique de Pascal et le coefficient de n'importe quel terme du développement d'un binôme [p. ex. $(1+x)^2$, $(x-1)^3$, $(x-y)^5$, $(x^2+1)^{10}$].

Suites et séries arithmétiques et géométriques

- ▶ décrire une suite à l'aide d'une fonction discrète (p. ex. la représentation d'une suite arithmétique peut se faire à l'aide d'une fonction dont le domaine est l'ensemble des nombres naturels et le graphique est composé de points discrets).
- ▶ écrire les termes d'une suite à partir du terme général ou d'une formule récurrente.
Problème modèle : Déterminer la valeur du 10^e terme de la suite dont le terme général est défini par la formule $t_n = 3n + 5$, $n \in \mathbb{N}$, par la formule récurrente $t_1 = 1$, $t_2 = 2$, $t_{n+2} = 2t_n + t_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$.
- ▶ déterminer la formule du terme général d'une suite donnée (p. ex. déterminer le terme général de la suite $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \dots$ et déterminer la formule du terme général t_n définissant la suite arithmétique 5, 10, 15..., déterminer la formule du terme général t_n définissant la suite géométrique 5, 10, 20...).
- ▶ déterminer si une suite est arithmétique, géométrique ou autre.
Problème modèle : Démontrer que la suite définie par la formule récurrente $t_1 = 1$, $t_n = 2t_{n-1} + 3$, $n \in \mathbb{N}$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

- ▶ déterminer la somme des termes d'une série arithmétique ou géométrique en utilisant des formules ou des techniques appropriées (p. ex. utilisation d'un tableur).

Problèmes à caractère financier

- ▶ décrire les liens entre l'intérêt simple, les suites arithmétiques et la croissance linéaire.
- ▶ décrire les liens entre l'intérêt composé, les suites géométriques et la croissance exponentielle.
- ▶ déterminer, à l'aide d'une calculatrice, la valeur finale ou la valeur actuelle à l'aide de la formule $M = C(1 + i)^n$ ou $C = M/(1 + i)^n$.

Problème modèle : Comparer la valeur finale d'un montant de 1 000 \$ investi à un taux de 6 % composé trimestriellement pendant 10 ans au même montant investi à 6 % composé annuellement pendant la même période.

- ▶ explorer à l'aide d'outils technologiques (p. ex. outils en ligne) et décrire les stratégies utilisées (p. ex. estimer et vérifier à l'aide de la loi des puissances pour les exposants ou à l'aide de graphiques) pour déterminer le taux d'intérêt i ou le nombre de périodes n en utilisant la formule $M = C(1 + i)^n$ ou $C = M/(1 + i)^n$ et résoudre des problèmes reliés.

Problème modèle : Calculer à l'aide du TVM Solveur, le temps requis pour doubler un montant d'argent investi à un taux de 4 % composé semestriellement.

- ▶ définir une annuité et décrire les liens entre une annuité, une série géométrique et la croissance exponentielle.

- ▶ résoudre, avec et sans outils technologiques (p. ex. tableur, calculatrice à affichage graphique, formules), des problèmes d'annuités et déterminer la valeur finale et la valeur actuelle.

Problème modèle : Comparer la valeur d'un dépôt annuel de 1 000 \$ investis pendant une période de trente ans et la valeur d'un dépôt annuel de 3 000 \$ fait pendant les dix dernières années de la période de trente ans où la période et les paiements sont fixes pour la durée de l'annuité.

- ▶ explorer, à l'aide d'outils technologiques (p. ex. TVM Solveur d'une calculatrice à affichage graphique, outils en ligne), les effets sur les résultats d'une annuité lorsqu'on fait varier ses conditions (p. ex. changement du montant, de la fréquence des dépôts, du taux d'intérêt ou de la période de calcul de l'intérêt) selon une situation où le taux d'intérêt et le montant sont les mêmes (p. ex. plan d'épargne à long terme, prêt).

Modèles de fonctions, 11^e année

Cours préuniversitaire/précollégial

MCF3M

Ce cours prolonge la compréhension des fonctions du second degré par la résolution de problèmes divers. L'élève s'initie à la croissance et à la décroissance exponentielles et aux fonctions trigonométriques. Il ou elle développe ses habiletés algébriques, simplifie des expressions algébriques et résout des équations. L'élève résout aussi des problèmes issus du domaine financier, des problèmes de croissance ou de décroissance exponentielles et des problèmes de mesure de triangles dans le plan et dans l'espace. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique.

Préalable : Principes de mathématiques, 10^e année, cours théorique ou Méthodes de mathématiques, 10^e année, cours appliqué

FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer des habiletés à transformer et à simplifier des expressions algébriques du second degré.
- démontrer une compréhension des caractéristiques de la fonction du second degré.
- démontrer une habileté à utiliser les fonctions du second degré dans diverses applications.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Habiletés algébriques

- ▶ développer, réduire et ordonner des expressions du second degré [p. ex. $2x(x + 4) - (x + 3)^2$].
- ▶ factoriser des expressions du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$, incluant celles avec $a \neq 1$ (p. ex. trinôme carré parfait $9x^2 + 24x + 16$; différence de carrés $4x^2 - 25$; trinôme $3x^2 + 17x + 10$).

Caractéristiques d'une fonction du second degré

- ▶ identifier par exploration certaines propriétés des fonctions à l'aide de différentes représentations de relations du premier et du second degrés (p. ex. table de valeurs, diagramme de correspondances, graphique, équation).

Problème modèle : Distinguer, à l'aide de différentes représentations, si une relation est une fonction ou non.

- ▶ utiliser la notation fonctionnelle pour évaluer des fonctions du second degré [p. ex. si $f(x) = x^2 - 5x + 1$, calculer $f(3)$].
Problème modèle : Le revenu, $f(p)$ en dollars, en fonction du prix de vente, p en dollars, est représenté par l'équation $f(p) = -10p^2 + 800p$. Comparer le revenu pour des prix de vente de 2,50 \$, de 5 \$, de 20 \$ et de 100 \$.
- ▶ représenter, à l'aide ou non d'outils technologiques, une fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ par une table de valeurs et un graphique.

- ▶ comparer chacune des caractéristiques des fonctions du second degré à celles des fonctions affines :

- équations : $y = mx + b$ et $y = ax^2 + bx + c$
- graphiques : droite et parabole
- tables de valeurs : premières différences constantes, égales à m , et deuxièmes différences constantes, égales à $2a$
- taux de variation : taux constant et taux changeant de façon constante.

- ▶ déterminer par exploration le domaine et l'image de fonctions affines et de fonctions du second degré, et les décrire à l'aide d'inéquations.

Problème modèle : Tracer, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, la représentation graphique de la fonction décrite par $f(x) = x^2 - 24x + 202$ et déterminer, à l'aide de la table de valeurs de la calculatrice, le domaine et l'image de cette fonction.

- ▶ reconnaître qu'une représentation graphique d'une fonction du second degré modélisant une situation réelle est pertinente seulement pour des valeurs limitées des variables.

Problème modèle : Une pierre tombe en chute libre d'une hauteur de 150 m; la hauteur, $h(t)$ en mètres, de la pierre à un moment quelconque de sa chute en fonction du temps, t en secondes, est représentée par $h(t) = -5t^2 + 150$. Tracer le graphique, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, et décrire les facteurs physiques qui imposent des restrictions aux valeurs possibles des variables, h et t .

- ▶ identifier par exploration, à l'aide d'outils technologiques, le rôle de a , h et k dans la représentation graphique de la fonction du second degré définie par une équation de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ et décrire leur effet sur l'équation $y = x^2$ et sa représentation graphique lors de transformations (p. ex. translation, symétrie, élongation, compression).

Problème modèle : Déterminer par exploration le rôle du paramètre h dans les représentations graphiques des équations de la forme $y = 3(x - h)^2 + 1$ et décrire l'effet des variations de h au moyen d'une transformation.

- ▶ esquisser, à l'aide de transformations au graphique de la fonction $f(x) = x^2$, des fonctions de la forme $f(x) = a(x - h)^2 + k$ et vérifier, à l'aide d'outils technologiques, la vraisemblance de l'esquisse.

Problème modèle : Esquisser, à partir de la fonction $f(x) = x^2$, le graphique des fonctions $f(x) = 2x^2$, $f(x) = -2x^2$ et $f(x) = -2(x - 3)^2 + 1$. Vérifier la vraisemblance des graphiques à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un logiciel équivalent.

- ▶ transformer algébriquement une équation de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ en équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$, et vérifier, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, leur équivalence.

Problème modèle : Transformer l'équation $y = 2(x - 3)^2 + 1$ en une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$ et vérifier, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, l'équivalence des deux équations.

- ▶ transformer une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$ en équation de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ en complétant le carré dans des situations où $\frac{b}{a}$ représente un nombre rationnel simple (p. ex. $y = 2x^2 + 4x - 8$, $y = 3x^2 + x - 7$) et vérifier, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, l'équivalence des deux équations.

- ▶ déterminer les caractéristiques (p. ex. zéros, valeurs maximale ou minimale) d'une fonction du second degré au moyen de son équation exprimée sous les formes $y = ax(x - s) + c$, $y = a(x - r)(x - s)$ ou $y = a(x - h)^2 + k$.

Problème modèle : La hauteur approximative, $h(t)$ en mètres, d'une balle lancée dans les airs est décrite par la fonction $h(t) = -5t^2 + 30t + 1$ où t en secondes, représente le temps écoulé

depuis le lancement de la balle. Transformer l'équation de la fonction donnée sous la forme $y = ax(x - s) + c$ ou sous la forme $y = a(x - h)^2 + k$. Déterminer la hauteur maximale atteinte par la balle. Déterminer le temps que la balle met pour toucher le sol après avoir été lancée. Déterminer à quel moment la balle est à un mètre du sol.

- ▶ esquisser, sans l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, la fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ en utilisant une méthode appropriée.

Problème modèle : Transformer son équation en une équation de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ et déterminer le sommet; la transformer, si l'équation se décompose en facteurs, en une équation de la forme $y = a(x - r)(x - s)$ et déterminer les abscisses à l'origine; factoriser partiellement l'équation, la transformer en une équation de la forme $y = ax(x - s) + c$ et déterminer deux points de la courbe.

Applications des fonctions du second degré

- ▶ résoudre des équations du second degré par factorisation (p. ex. $x^2 + 5x + 6 = 0$).
- ▶ établir par exploration le lien entre les racines d'une équation du second degré et les abscisses à l'origine de la représentation graphique de la fonction correspondante.

Problème modèle : Le profit, P en milliers de dollars, d'une compagnie de disques vidéo en fonction du montant déboursé, x en milliers de dollars, pour la publicité est représenté par $P = -5x^2 + 550x - 5000$. Déterminer, par graphique et par factorisation, le montant déboursé pour la publicité qui rapportera un profit nul et effectuer le lien entre les deux méthodes.
- ▶ explorer le développement de la formule quadratique pour résoudre une équation du second degré (p. ex. à partir du développement de la formule quadratique, effectuer le développement analogue d'une équation du second degré, comme $2x^2 - 3x - 8 = 0$, pour en déterminer les racines).
- ▶ résoudre des équations du second degré à l'aide de la formule quadratique (p. ex. $4x^2 - 12x + 6 = 0$).

Problème modèle : La distance d'arrêt, d en mètres, d'un véhicule en fonction de sa vitesse, v en kilomètres par heure, est définie par l'équation $d = 0,0056v^2 + 0,14v$. Déterminer quelle doit être la vitesse d'un véhicule pour qu'il s'arrête au bout de 15 m.

- ▶ expliquer l'existence de racines réelles ou non réelles d'une équation du second degré en analysant le discriminant et en se rapportant à la courbe associée (p. ex. un discriminant négatif ou un graphique qui ne croise pas l'axe des x donne des racines non réelles).
- ▶ identifier des situations concrètes qui peuvent être modélisées par une fonction du second degré (p. ex. trajectoire de projectiles, maximisation des profits, énergie potentielle d'un ressort).
- ▶ déterminer, par essais systématiques à l'aide d'outils technologiques et en utilisant diverses stratégies (p. ex. propriétés de la fonction du second degré, transformations), l'équation d'une fonction du second degré la mieux ajustée pour modéliser un nuage de points.
- ▶ modéliser des relations par des fonctions du second degré à la suite de collectes de données primaires (p. ex. lors d'une expérience avec des sondes ou des instruments de mesure) ou secondaires (p. ex. Internet, Statistique Canada).

Problème modèle : Un cube de 3 unités d'arête formé de petits cubes de 1 unité d'arête est déposé entièrement dans un contenant rempli de peinture rouge. Six des petits cubes auront un côté seulement peint en rouge. Explorer le nombre de petits cubes ayant une surface seulement peinte en rouge en fonction de la longueur du grand cube. Tracer le graphique de cette fonction.

- ▶ analyser des situations en utilisant différentes formules algébriques ou graphiques tirées de domaines d'application variés, et résoudre, à l'aide d'une stratégie appropriée (p. ex. représentation graphique, formule quadratique), l'équation du second degré qui en résulte.

Problème modèle : La relation entre la puissance, P en watts, l'énergie, E en joules, l'intensité du courant électrique, I en ampères et la résistance, R en ohms, est représentée par la formule $P = EI - I^2R$. Si l'énergie est constante à 24 joules et la résistance à 1,5 ohm, déterminer algébriquement et graphiquement le courant électrique nécessaire pour avoir une puissance maximale.

MODÈLES DE CROISSANCE EXPONENTIELLE ET APPLICATIONS FINANCIÈRES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer des habiletés à transformer et à simplifier des expressions algébriques ayant trait à la croissance exponentielle.
- démontrer une compréhension des caractéristiques de la croissance et de la décroissance exponentielles.
- résoudre des problèmes à caractère financier sur l'intérêt composé et les annuités dans diverses applications.
- analyser des situations à caractère financier.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Sens des puissances

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. calculatrice, logiciel pour une représentation graphique ou papier et crayon) et diverses stratégies (régularités, obtenir des valeurs d'un graphique, interpréter les lois des exposants), le sens d'un exposant rationnel, $x^{\frac{m}{n}}$, $x > 0$ où m et n sont des entiers positifs.
Problème modèle : La loi des exposants suggère que $4^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}} = 4^1$. Quelle valeur peut-on attribuer à $4^{\frac{1}{2}}$? Quelle valeur peut-on attribuer à $27^{\frac{1}{3}}$? Expliquer son raisonnement. Peut-on généraliser pour $x^{\frac{1}{n}}$, $x > 0$ où n est un entier positif?
- ▶ évaluer, à l'aide d'une calculatrice, des expressions numériques comportant des exposants négatifs, rationnels et décimaux [p. ex. 2^{-3} , $(-6)^3$, $4^{\frac{1}{2}}$, $1,01^{120}$].
- ▶ établir, par exploration (p. ex. graphiquement, en examinant les régularités), les lois des exposants et les utiliser pour simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques [p. ex. $\frac{5^{-4} \times 5}{5^3}$, $(2^3)^2$].

- ▶ simplifier, à l'aide des lois des exposants, des expressions algébriques comportant des exposants entiers [p. ex. $\frac{x^3 x^4}{x^2}$, $4x^3 \div (2x)^2$].

Compréhension de la croissance et de la décroissance exponentielles

- ▶ interpréter des situations tirées de différents domaines ayant trait à la croissance et à la décroissance exponentielles (p. ex. finance, biologie, géographie) en utilisant différentes représentations (p. ex. table de valeurs, graphique).
Problème modèle : En 2004, la population de l'Ontario était de 12 407 347 habitants. Quelle sera la population de l'Ontario en 2010 si le taux annuel de croissance est de 1,08 %? Au bout de combien de temps la population de l'Ontario sera-t-elle le double de celle de 2004?
- ▶ tracer, à l'aide ou non d'outils technologiques, la représentation graphique de la relation exponentielle définie par l'équation $y = a^x$, $a > 0$ et $a \neq 1$, la définir comme la fonction $f(x) = a^x$, et expliquer pourquoi elle est une fonction.

- ▶ comparer, dans un même contexte (p. ex. intérêt accumulé, grandeur d'une population), les effets d'une croissance exponentielle à ceux d'une croissance linéaire ou autre.

Problème modèle : Le salaire annuel de Ahmid est de 30 000 \$. Est-il plus avantageux pour lui de choisir une hausse de salaire de 900 \$ annuellement pendant 5 ans ou une augmentation de 3 % par année pendant les 5 prochaines années? Justifier la réponse à l'aide de calculs.

- ▶ comparer et distinguer les taux de variation de fonctions exponentielles, de fonctions affines et de fonctions du second degré en examinant les premières et secondes différences des tables de valeurs et en les différenciant.

Problème modèle : À l'aide des premières et secondes différences, comparer les taux de variation des fonctions $y = 2x$, $y = x^2$ et $y = 2^x$.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les caractéristiques principales des fonctions exponentielles de la forme $f(x) = a^x$, $a > 0$ et $a \neq 1$ (p. ex. domaine et image, ordonnées à l'origine, intervalles de croissance ou de décroissance, asymptotes).
 - ▶ identifier une relation provenant d'une situation réelle (p. ex. radioactivité, croissance de la population, dépréciation d'un bien, taux de refroidissement) comme une relation exponentielle d'après sa représentation graphique, sa table de valeurs ou son équation (p. ex. la forme du graphique représentant la population mondiale pendant les 200 dernières années suggère que cette relation est exponentielle).
 - ▶ résoudre, à l'aide d'un graphique ou de l'équation d'une fonction exponentielle, des problèmes portant sur une application impliquant une relation exponentielle et déterminer les contraintes imposées par les limitations physiques du contexte.
- Problème modèle :** En 1980 des scientifiques ont établi l'équation modèle $P = 67\,380\,000(1,026)^t$ permettant de calculer quelle sera la population mexicaine t années après 1980. Représenter graphiquement ce modèle et déterminer en quelle année la population du Mexique sera le double de celle de 1980. Vérifier l'exactitude de cette prévision.

Intérêts composés et annuités

- ▶ comparer, à l'aide de graphiques et de tables de valeurs, l'intérêt simple et l'intérêt composé accumulé d'un montant investi à un taux fixe et pour une durée donnée.

Problème modèle : Comparer, à l'aide de graphiques et de tables de valeurs, la valeur finale de 1 000 \$ investis pendant une période de 4 ans à un taux d'intérêt simple de 5 % à 1 000 \$ investis à un taux d'intérêt de 5 % composé annuellement pendant une période de 4 ans.

- ▶ établir le lien entre la fonction exponentielle et les formules pour le calcul de la valeur actuelle et finale d'un placement [p. ex. $M = C(1 + i)^n$; $C = M/(1 + i)^n$].

Problème modèle : Décrire un type d'investissement que pourrait représenter la fonction $f(x) = 500(1,07)^x$.

- ▶ déterminer, à l'aide d'une calculatrice, la valeur finale ou la valeur actuelle à l'aide de la formule $M = C(1 + i)^n$.

Problème modèle : Calculer la valeur d'un montant de 1 000 \$ investi à un taux de 6 % composé trimestriellement pendant 3 ans.

- ▶ résoudre, en utilisant la formule $M = C(1 + i)^n$ et à l'aide d'outils technologiques (p. ex. logiciel sur calculatrice à affichage graphique tel que TVM Solveur), des problèmes pour déterminer le taux d'intérêt i ou le nombre de périodes n .

Problème modèle : Calculer à l'aide du TVM Solveur, le temps requis pour doubler un montant d'argent investi à un taux de 4 % composé semestriellement.

- ▶ démontrer une compréhension des annuités, à l'aide des différentes représentations d'une annuité (p. ex. table de valeurs, graphique, équation), et établir le lien entre les annuités et les fonctions exponentielles.
- ▶ déterminer la valeur finale, la valeur actuelle ou le paiement d'une annuité, à l'aide d'outils technologiques (p. ex. tableur, calculatrice scientifique, calculatrice à affichage graphique) dans des situations où la période de paiement et la période de calcul de l'intérêt sont les mêmes.

Situations à caractère financier

- ▶ analyser les effets sur les résultats d'un plan d'épargne à long terme lorsqu'on fait varier les conditions (p. ex. changement de la fréquence des dépôts, du montant du dépôt, du taux d'intérêt ou de la période de calcul de l'intérêt).

Problème modèle : Comparer la valeur d'un dépôt annuel de 1 000 \$ investis pendant une période de trente ans et la valeur d'un dépôt annuel de 3 000 \$ fait pendant les dix dernières années de la période de trente ans où la période et les paiements sont fixes pour la durée de l'annuité.

- ▶ déterminer, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel approprié, le montant total d'intérêts payés pour rembourser un emprunt et le comparer au montant initial.

Problème modèle : Quel est le total des intérêts du remboursement d'un prêt hypothécaire de 150 000 \$ amorti sur 25 ans à un taux de 6 % composé semestriellement?

FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre des problèmes portant sur des triangles acutangles.
- démontrer une compréhension de la fonction sinusoïdale.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Trigonométrie dans un triangle rectangle ou acutangle

- ▶ déterminer les mesures manquantes d'un triangle rectangle dans le cadre d'applications.

Problème modèle : Un forestier repère, depuis un hélicoptère volant à une altitude de 500 m, deux incendies de forêt. Il note que les angles de dépression de chacun des incendies par rapport à l'hélicoptère sont 20° et 60°. Quelle est la distance entre les deux incendies?

- ▶ vérifier, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, les lois des sinus et du cosinus pour un triangle acutangle (p. ex. comparer les rapports $\frac{a}{\sin A}$, $\frac{b}{\sin B}$ et $\frac{c}{\sin C}$ entre eux, en glissant l'un des sommets du triangle acutangle ABC).
- ▶ décrire sous quelles conditions employer la loi des sinus ou la loi du cosinus et résoudre les problèmes portant sur des triangles acutangles (p. ex. à partir des mesures des 3 côtés d'un triangle, utiliser la méthode la plus efficace pour trouver la valeur des angles manquants).
- ▶ poser et résoudre des problèmes se rapportant aux mesures de triangles acutangles dans le plan et dans l'espace (p. ex. hauteur d'un objet inaccessible, application avec au moins 2 triangles, distance entre 2 bateaux naviguant vers des caps différents au bout d'un certain temps).

Fonctions sinusoïdales

- ▶ identifier, à partir de différentes représentations (p. ex. table de valeurs, représentation graphique, équation), les propriétés d'un phénomène périodique tiré d'une variété d'applications pouvant être modélisées par des fonctions sinusoïdales (p. ex. capter le mouvement d'un pendule par CBR, consommation de gaz naturel en Ontario, marées dans la baie de Fundy, pendule).
- ▶ esquisser, à l'aide du cercle unitaire, la courbe représentative de $y = \sin x$ et décrire ses propriétés (p. ex. domaine, image, amplitude, période).
- ▶ déterminer par exploration, à l'aide de la calculatrice à affichage graphique ou d'un logiciel équivalent, l'effet d'une transformation unique (p. ex. translations horizontale et verticale, réflexion par rapport à l'axe des x , élongation verticale) sur le graphique de $y = \sin x$.
- ▶ déterminer par exploration, à l'aide de la calculatrice à affichage graphique ou d'un logiciel équivalent, le rôle des paramètres a , c , d et k dans la représentation graphique des fonctions sinusoïdales de la forme $f(x) = a \sin x$, $f(x) = \sin x + c$, $f(x) = \sin(x - d)$ et $f(x) = \sin(kx)$, et décrire leurs effets sur les caractéristiques de la fonction $f(x) = \sin x$.

- ▶ esquisser, à l'aide ou non d'outils technologiques, le graphique des fonctions sinusoidales simples [p. ex. celles définies par les fonctions $f(x) = a \sin x$, $f(x) = \sin x + c$, $f(x) = \sin(x - d)$ et $f(x) = \sin(kx)$] et déterminer le domaine et l'image de chacune des fonctions.

Problème modèle : Déterminer les caractéristiques des fonctions sinusoidales suivantes, esquisser leur graphique et les vérifier à l'aide d'outils technologiques, et déterminer le domaine et l'image de chacune des fonctions; $f(x) = -3 \sin x$, $f(x) = \sin 3x$, $f(x) = 2 \sin x + 3$, $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{4}x\right)$.

- ▶ résoudre des problèmes en interprétant le graphique d'une relation donnée ou le graphique obtenu, à l'aide d'outils technologiques, de l'équation représentant une

application pouvant être modélisée par la fonction sinusoidale et décrire les restrictions qui s'appliquent aux variables.

- ▶ formuler et résoudre des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une fonction sinusoidale.

Problème modèle : La hauteur par rapport au sol d'un passager à bord de « La Grande roue de Ferris » peut être modélisée par la fonction sinusoidale $h(t) = 25 \sin 3(t - 30) + 27$ où $h(t)$ représente la hauteur en mètres et t , le temps en secondes. Représenter graphiquement cette fonction et déterminer la hauteur maximale et minimale du passager par rapport au sol et sa hauteur lorsque $t = 30$ s.

Méthodes de mathématiques, 11^e année

Cours précollégial

MBF3C

Ce cours aborde différents modèles mathématiques afin de préparer les élèves à des études collégiales dans divers domaines notamment en entrepreneuriat, en ressources humaines et en sciences de la santé. Il permet à l'élève d'approfondir ses connaissances de la fonction du second degré, d'explorer des situations liées à la croissance exponentielle, de faire des analyses de distributions de données à une variable et d'effectuer la relation entre la probabilité et la statistique. L'élève étudie aussi des formules tirées du domaine financier et effectue l'analyse des coûts qu'entraîne l'achat d'un véhicule. L'élève résout des problèmes associés aux triangles acutangles à l'aide de la trigonométrie. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique.

Préalable : Méthodes de mathématiques, 10^e année, cours appliqué

MODÈLES MATHÉMATIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une habileté à utiliser les caractéristiques d'une fonction du second degré dans diverses situations.
- démontrer une compréhension des lois des exposants.
- démontrer une compréhension de la croissance exponentielle et des caractéristiques des fonctions exponentielles.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Caractéristiques d'une fonction du second degré

- ▶ préparer une table de valeurs et tracer la courbe modélisant une situation réelle pouvant être représentée par une fonction du second degré.

Problème modèle : Préparer une table de valeurs et faire le graphique représentant l'effet de la variation uniforme de la longueur du côté d'un cube sur sa surface.

- ▶ démontrer une compréhension de la pertinence – seulement pour des valeurs limitées des variables – de la représentation graphique d'une fonction du second degré modélisant une situation réelle.

Problème modèle : La relation entre la hauteur de laquelle on fait tomber une balle (p. ex. 5 m) et le temps mis pour qu'elle atteigne le sol est modélisée par l'équation $h = -4,9t^2 + 5$ où h représente la hauteur de la balle au sol et t le temps écoulé en secondes. Tracer le graphique représentant cette relation en tenant compte des limites posées sur les valeurs possibles de h et t .

- ▶ identifier, par exploration (p. ex. à l'aide d'outils technologiques), les caractéristiques graphiques associées à chacune des formes d'équations de la fonction du second degré suivantes :

a. $y = ax^2 + bx + c$

b. $y = a(x - h)^2 + k$

c.-à-d. pour les équations de la forme $ax^2 + bx + c$, le signe du coefficient a indique la

direction d'ouverture de la parabole et c l'ordonnée à l'origine de la parabole; pour les équations de la forme $y = a(x - h)^2 + k$, a indique la direction d'ouverture de la parabole, (h, k) les coordonnées de son sommet et $x = h$ l'équation de son axe de symétrie.

- ▶ déterminer une équation canonique $y = a(x - h)^2 + k$ d'une parabole possédant des caractéristiques données et vérifier l'équation obtenue à l'aide d'outils technologiques.

Problème modèle : Déterminer une équation possible d'une parabole dont l'axe de symétrie est $x = 2$ et son ouverture est vers le haut : une réponse possible est $y = 3(x - 2)^2 + 5$. Déterminer l'équation d'une parabole dont les coordonnées du sommet sont $(3, 4)$ et dont l'ordonnée à l'origine est -14 .

- ▶ développer et réduire des expressions algébriques à une seule variable [p. ex. $(\frac{1}{2}x + 1)(3x - 2), 5(3x - 1)^2$].
- ▶ transformer une équation de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ en une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$ et vérifier à l'aide d'outils technologiques l'équivalence des représentations graphiques des deux équations.

Problème modèle : Transformer l'équation $y = 2(x - 3)^2 + 1$ en $y = ax^2 + bx + c$ et vérifier, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, l'équivalence des représentations graphiques des deux équations.

- ▶ déterminer, à l'aide ou non d'outils technologiques, les liens entre l'équation canonique $y = a(x - h)^2 + k$ et l'image obtenue par des transformations – c.-à-d. symétrie par rapport à l'axe des x , agrandissement vertical et translations – de la parabole définie par $y = x^2$.

Problème modèle : Décrire les transformations que l'on doit appliquer à la parabole d'équation $y = x^2$ pour obtenir une parabole dont l'équation est $y = -2(x - 3)^2 + 4$.

- ▶ résoudre par factorisation des équations de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où $a = 1$ (p. ex. $x^2 + 7x + 12 = 0$) ou lorsque a est un facteur commun des termes de l'équation (p. ex. $3x^2 + 21x + 36 = 0$).

- ▶ relier, à l'aide ou non d'outils technologiques, les racines de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ et les abscisses à l'origine du graphique de la fonction correspondante $y = ax^2 + bx + c$.

Problème modèle : Déterminer graphiquement les abscisses à l'origine de la représentation graphique de la fonction $y = 3x^2 + 9x + 6$ et les comparer aux racines de l'équation correspondante $0 = 3x^2 + 9x + 6$.

- ▶ résoudre des problèmes portant sur une relation du second degré à l'aide de la stratégie la plus appropriée.

Problème modèle : On veut utiliser 200 m de treillis pour entourer le plus grand enclos rectangulaire possible. Expliquer pourquoi la fonction $A(x) = x(100 - x)$ représente l'aire de l'enclos où x est la largeur de l'enclos. Déterminer, à l'aide de la stratégie la plus appropriée, l'aire maximale possible de l'enclos ainsi que ses dimensions.

Aspects algébriques des exposants

- ▶ déterminer par exploration le sens d'un exposant nul et le sens d'un exposant négatif (p. ex. à l'aide des régularités ou de la calculatrice à affichage graphique).
- ▶ calculer, à l'aide ou non d'outils technologiques, la valeur de puissances simples comportant des nombres entiers comme exposants (p. ex. 10^2 , 234^0 et 4^{-3}).

- ▶ établir, par exploration, les lois des exposants pour la multiplication et la division d'expressions numériques avec des exposants (p. ex. $10^3 \times 10^4$) et pour des expressions numériques ayant une puissance élevée à une puissance [p. ex. $(3^2)^3$].

- ▶ simplifier des expressions exponentielles en écrivant les puissances à la même base et en appliquant les lois des exposants appropriés [p. ex. $2^4 \times 8^2 = 2^4 \times (2^3)^2 = 2^4 \times 2^6 = 2^{10}$].

Caractéristiques des relations exponentielles

- ▶ décrire des caractéristiques de situations, ayant trait à la croissance et à la décroissance exponentielles, tirées de différents domaines d'application (p. ex. croissance d'une colonie bactérienne, absorption de médicament) et représentées par une table de valeurs (p. ex. le rapport constant, une croissance multiplicative) et par un graphique (p. ex. les nombres augmentent de plus en plus rapidement, la diminution est très rapide, le graphique n'a pas de sommet).

- ▶ interpréter des situations tirées de différents domaines ayant trait à la croissance et à la décroissance exponentielles (p. ex. finances, biologie, géographie) en utilisant des tables de valeurs.

Problème modèle : En 2004, la population de l'Ontario était de 12 407 347 habitants. Quelle sera la population en 2010 si le taux annuel de croissance est de 1,08 %? Au bout de combien de temps la population sera le double de celle de 2004?

- ▶ tracer, à l'aide ou non d'outils technologiques, la représentation graphique de relations exponentielles définies par leur équation.

Problème modèle : Sur un même système d'axes, tracer le graphique des relations représentées par les équations suivantes : $y = 2^x$, $y = 5 \times 2^x$, $y = 10^x$ et $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Vérifier à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.

- ▶ comparer des relations affines, des relations du second degré et des relations exponentielles à l'aide de leur taux de variation.

Problème modèle : Comparer, à l'aide des tables de valeurs et des graphiques, les taux de croissance des relations représentées par les équations $y = 2x$, $y = 2^x$ et $y = x^2$.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les caractéristiques principales de relations exponentielles dont les équations ont la forme $y = ka^x$ (où $k \neq 0$, $a > 0$) et de leurs graphiques (p. ex. l'axe des x est une asymptote, la base a est positive, l'ordonnée à l'origine est k , la fonction croît ou décroît pour toutes valeurs de x , le domaine est l'ensemble des nombres réels, l'image est l'ensemble des nombres réels positifs).
- ▶ comparer dans le même contexte les effets d'une croissance exponentielle à ceux d'une croissance linéaire.

Problème modèle : Le salaire annuel de Joanne est actuellement de 30 000 \$. Est-il plus avantageux pour Joanne de choisir une hausse de salaire de 900 \$ annuellement pendant 5 ans ou une augmentation de 3 % par année pendant les 5 prochaines années?

- ▶ formuler et résoudre graphiquement des problèmes tirés de diverses applications de la vie courante pouvant être modélisées par une croissance exponentielle (p. ex. faire une recherche sur les salaires des athlètes dans les journaux et les sites Web, sur la population d'une ville ou d'une province ou sur le coût de la vie).

Problème modèle : On laisse tomber une balle qui rebondit plusieurs fois avant de s'arrêter. L'équation $h = 2(0,6)^n$ permet de connaître la hauteur, h en mètres, du n^{e} rebondissement, n . Calculer à quelle hauteur la balle monte lors de son 3^e rebond.

MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre des problèmes ayant trait aux intérêts composés associés aux épargnes ou aux emprunts d'argent pour un achat important.
- démontrer une compréhension de l'effet de l'intérêt composé sur les placements et les emprunts.
- analyser les coûts qu'entraînent l'acquisition et l'entretien d'un véhicule.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Intérêts composés

- ▶ établir, par exploration (p. ex. à l'aide de tableurs, de graphiques, de tables de valeurs), une compréhension de l'intérêt composé et le lien entre l'intérêt composé et la croissance exponentielle.

Problème modèle : Un montant de 1 000 \$ est investi à un taux de 5 % composé annuellement pendant une période de 10 ans. Préparer une table de valeurs indiquant les montants accumulés à la fin de chaque année et faire le graphique de la relation. Quelles sont les caractéristiques de ce graphique?

- ▶ comparer, à l'aide de graphiques et de tables de valeurs, l'intérêt simple et l'intérêt composé accumulé d'un montant investi à un taux fixe et pour une durée donnée.

Problème modèle : Comparer, à l'aide de tables de valeurs et de graphiques, la valeur finale de 1 000 \$ investis pendant une période de 4 ans à un taux d'intérêt simple de 5 % à 1 000 \$ investis à un taux d'intérêt de 5 % composé annuellement pendant une période de 4 ans.

- ▶ résoudre, à l'aide de la formule $M = C(1 + i)^n$ et d'outils technologiques, des problèmes pour déterminer la valeur finale d'un capital investi à un taux d'intérêt composé.

Problème modèle : Déterminer la valeur finale d'un montant de 3 000 \$ investi au taux de 6 % composé trimestriellement pendant 7 ans.

- ▶ déterminer, à l'aide de la calculatrice et dans des applications, la valeur actuelle en utilisant la formule $M = C(1 + i)^n$.

Problème modèle : Janique veut 4 000 \$ dans 3 ans. Quel montant doit-elle investir aujourd'hui à 5 % d'intérêt composé trimestriellement pour atteindre son but?

- ▶ calculer, à l'aide de la formule $I = M - C$, les intérêts obtenus par un investissement ou les intérêts payés sur un prêt.

Problème modèle : Déterminer le coût réel d'un prêt de 12 500 \$ au taux de 5,5 % composé mensuellement pendant une période de 5 ans.

- ▶ résoudre, en utilisant la formule $M = C(1 + i)^n$ et à l'aide d'outils technologiques (p. ex. logiciel sur calculatrice à affichage graphique tel que TVM Solveur), des problèmes pour déterminer le taux d'intérêt i ou le nombre de périodes n .

Problème modèle : Calculer, à l'aide du TVM Solveur, le temps requis pour doubler un montant d'argent investi à un taux de 4 % composé semestriellement.

Applications de l'intérêt composé

- ▶ déterminer par exploration les caractéristiques de divers modes d'épargne (p. ex. comptes d'épargne, certificats de placement garantis).
- ▶ déterminer l'effet de l'intérêt composé sur des dépôts dans des comptes d'épargne (p. ex. déterminer la période de doublement, démontrer l'effet du dépôt régulier d'une petite somme d'argent, comparer l'effet de varier la période de capitalisation).

- ▶ déterminer par exploration les caractéristiques de divers modes de placement (p. ex. les actions, les obligations, les fonds communs de placement, l'immobilier) et comparer ces modes en examinant les risques et les avantages.
- ▶ déterminer par exploration les caractéristiques de diverses cartes de crédit et cartes de débit (p. ex. frais d'adhésion, frais d'utilisation, incitatifs).
- ▶ calculer le coût d'un emprunt pour l'achat d'un article important (p. ex. une voiture, une chaîne stéréophonique).

Problème modèle : Déterminer le coût réel d'un prêt de 1 200 \$ d'une durée de 3 ans pour l'achat d'un ordinateur, si le prêt a un taux d'intérêt de 12 % composé mensuellement.

- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, l'effet d'un paiement différé sur le solde d'une carte de crédit, basé sur le taux et les règlements actuels de la carte de crédit.

Problème modèle : Jacques a un solde de 1 650 \$ au compte de sa carte de crédit. Il choisit de rembourser le montant minimal de 15 \$ à la fin du mois. Quel sera son solde au début du prochain mois? Si Jacques fait un remboursement minimal de 15 \$ à la fin de chaque mois et ne fait aucun autre achat pendant la prochaine année, quel sera le solde à la fin de l'année?

Achat et entretien d'un véhicule

- ▶ identifier et comparer les démarches, les coûts, les avantages et les inconvénients rattachés à l'achat d'un véhicule neuf ou d'un véhicule d'occasion.
- ▶ calculer les coûts fixes et variables rattachés à la possession et à l'entretien d'un véhicule (p. ex. assurance, essence, réparations, service d'entretien, plaque d'immatriculation).

Problème modèle : À l'aide de différents sites Web, comparer les offres d'assurances automobiles selon divers facteurs (p. ex. le type de voiture, l'âge du propriétaire, le sexe, l'utilisation de la voiture, etc.).

- ▶ comparer les coûts de l'achat aux coûts de la location d'un même véhicule.

GESTION DES DONNÉES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- analyser et évaluer des distributions de données avec une variable à partir de données recueillies.
- démontrer une compréhension de la relation entre probabilités et statistiques.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Distributions de données à une variable

- ▶ identifier des situations concernant des données à une variable (p. ex. des données concernant la fréquence d'un événement) et déterminer des méthodes appropriées de collecte (p. ex. enquête, expérience, recherche sur des sites Web), de stockage et de représentation des données à partir de sources primaires ou secondaires (p. ex. graphique, table).
Problème modèle : Comment aider la radio étudiante à choisir un palmarès qui plaira au plus grand nombre d'élèves de l'école?
- ▶ élaborer un questionnaire pertinent pour un sondage en tenant compte de l'éthique sociale, du droit à la vie privée, de l'honnêteté des répondants et des différents biais possibles.
Problème modèle : Identifier le biais dans la question de sondage suivante : Est-ce que la gomme sans sucre est bonne pour toi sachant que 4 dentistes sur 5 affirment qu'elle l'est?
- ▶ expliquer la distinction entre une population et un échantillon, donner les caractéristiques d'un bon échantillonnage et expliquer pourquoi l'échantillonnage est nécessaire (p. ex. à cause de contraintes de temps, de coût et de logistique).
Problème modèle : L'administration de l'école veut imposer un code vestimentaire l'an prochain. Définir un échantillonnage qui représentera correctement l'opinion des élèves de l'école. Doit-on consulter les parents et le personnel enseignant?
- ▶ décrire et comparer différents types d'échantillonnage (p. ex. aléatoire, stratifié, par amas, volontaire).
Problème modèle : Quel serait un échantillonnage approprié pour recueillir des données au sujet de la fréquence d'exercices physiques que font les habitants d'une ville de 15 000 habitants?
- ▶ récupérer différentes données à une variable – c.-à-d. qualitatives, quantitatives discrètes et quantitatives continues – d'une enquête ou d'une expérience et les représenter au moyen d'un diagramme approprié (p. ex. un histogramme, un diagramme à bandes) à l'aide ou non d'outils technologiques.
- ▶ identifier et décrire les caractéristiques associées à différentes distributions de données, c.-à-d. normale, bimodale et asymétrique.
- ▶ démontrer une compréhension de l'utilisation appropriée de mesures de tendance centrale, c.-à-d. la médiane, la moyenne, le mode, et les mesures de dispersion d'une distribution, c.-à-d. l'étendue et l'écart type.
Problème modèle : Les notes d'un examen sont distribuées normalement avec une moyenne de 77 % et un écart type de 5. Déterminer le pourcentage des données qui sont à 1, 2 et 3 écarts types de la moyenne.
- ▶ calculer et interpréter les mesures de tendance centrale et les mesures de dispersion à l'aide de formules ou d'outils technologiques.
- ▶ utiliser les relations entre les mesures de tendance centrale et les mesures de dispersion pour comparer deux ensembles ou plus de données à une variable.

Problème modèle : Comparer les données associées à une ampoule bon marché avec celles d'une ampoule de bonne qualité.

- ▶ formuler des conclusions sur une population et les justifier à partir d'analyses et d'interprétations de données à une variable recueillies d'une source secondaire.

Probabilité

- ▶ déterminer la probabilité théorique (le rapport entre le nombre de résultats favorables et le nombre total de résultats possibles où tous les résultats sont équiprobables) et l'exprimer par un nombre entre 0 et 1 de plusieurs façons (p. ex. par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage).

Problème modèle : Déterminer la probabilité théorique d'obtenir une somme de 7 en lançant deux dés.

- ▶ concevoir et réaliser une expérience de probabilité, représenter les résultats à l'aide d'une table des fréquences et déterminer la distribution des résultats dans le but de calculer la probabilité expérimentale de résultats possibles.

Problème modèle : Concevoir et réaliser une expérience en classe pour déterminer la probabilité expérimentale d'obtenir une somme de 7 en lançant deux dés.

- ▶ comparer à l'aide d'expériences la probabilité expérimentale à la probabilité théorique d'un événement et expliquer pourquoi elles ne sont pas les mêmes.

Problème modèle : On lance dix pièces de monnaie plusieurs fois. Expliquer pourquoi le résultat « 5 piles » ne correspond pas à la probabilité théorique.

- ▶ démontrer, à l'aide de données générées par une expérience en salle de classe ou par une simulation par ordinateur, que la valeur de la probabilité expérimentale s'approche de la valeur de la probabilité théorique lorsque l'on augmente le nombre d'essais dans une expérience.

Problème modèle : Utiliser un ordinateur pour simuler le lancement de trois dés et comparer les probabilités théoriques et expérimentales d'obtenir la somme de 15.

- ▶ interpréter l'utilisation de la probabilité et des statistiques dans les médias et établir les liens entre la probabilité et les statistiques.

Problème modèle : « Les tests effectués par un laboratoire indépendant démontrent que les personnes utilisant le dentifrice Éclatant ont 36 % moins de caries. » Commenter cette réclame.

APPLICATIONS DE MESURE ET DE TRIGONOMÉTRIE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre des problèmes d'optimisation de diverses formes.
- résoudre des problèmes associés aux triangles acutangles à l'aide de la trigonométrie.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Optimisation de diverses formes

- ▶ utiliser les systèmes métrique et impérial dans les problèmes modèles associés aux contenus d'apprentissage suivants.
- ▶ expliquer le rôle d'une aire et d'un volume optimal dans divers contextes (p. ex. construction d'une clôture, emballage, conception d'un récipient).

Problème modèle : Expliquer pourquoi le prisme à base rectangulaire est utilisé le plus souvent pour emballer des produits.

- ▶ représenter des objets tridimensionnels de diverses façons (p. ex. vues de face, de côté et de dessus, dessins en perspective, maquettes) à l'aide de matériel concret ou d'un logiciel de conception ou de dessin.
- ▶ créer, à l'aide d'un logiciel de conception ou de dessin, des développements, des plans et des modèles d'objets tirés de diverses applications (p. ex. modélisme, décoration intérieure, construction).
- ▶ déterminer à l'aide d'outils technologiques (p. ex. calculatrice, tableurs) et de matériel concret, les dimensions d'un solide de volume donné et d'aire minimale.

Problème modèle : On veut fabriquer un contenant en plastique servant à entreposer des disques compacts. Sachant que le volume doit être de $3\,375\text{ cm}^3$, déterminer les dimensions les plus avantageuses du contenant, c'est-à-dire avec un minimum de matériel.

- ▶ résoudre des problèmes de conception respectant certaines contraintes à l'aide de matériaux (p. ex. bâtonnets, ruban gommé, ficelle) ou d'un logiciel de conception.

Problème modèle : Conceptualiser et construire le modèle d'un bateau pouvant transporter le plus grand nombre de pièces de un cent et ce en utilisant une feuille de papier semi-rigide de $8,5 \times 11$ po et pas plus de cinq bâtonnets.

Résolution de problèmes à l'aide de la loi des sinus et de la loi du cosinus

- ▶ modéliser et résoudre des problèmes dans divers contextes portant sur la mesure des longueurs des côtés et des angles d'un triangle rectangle.
- ▶ vérifier, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, les lois des sinus et cosinus appliquées à un triangle acutangle (p. ex. comparer les rapports $\frac{a}{\sin A}$, $\frac{b}{\sin B}$ et $\frac{c}{\sin C}$ entre eux, en glissant l'un des sommets du triangle acutangle ABC).
- ▶ utiliser la loi des sinus pour résoudre des problèmes de triangles acutangles dans divers contextes.

Problème modèle : Un paysagiste planifie la construction d'un jardin de forme triangulaire ABC ayant pour dimensions : $BC = 22\text{ m}$, l'angle $ABC = 45^\circ$ et l'angle $ACB = 40^\circ$. Calculer le coût de la clôture du jardin si son prix est de 3 \$ le mètre.

- ▶ utiliser la loi du cosinus pour résoudre des problèmes de triangles acutangles dans divers contextes.

Problème modèle : La largeur d'un filet au hockey est de 1,8 m. Un joueur est placé à 7 m d'un poteau du but et à 5,9 m de l'autre poteau. Quelle est la mesure de l'angle qui permettra au joueur de lancer et d'atteindre le filet?

- ▶ reconnaître les données d'un triangle qui permettent l'utilisation de la loi des sinus ou celle du cosinus.

Problème modèle : Construire le triangle ABC sachant que AB mesure 11 m, BC mesure 22 m et l'angle ABC mesure 42° .

Mathématiques de la vie courante, 1¹^e année

Cours préemploi

MEL3E

Ce cours porte sur des applications pratiques des mathématiques découlant de situations associées à la rémunération, à la déclaration de revenu et à l'achat de biens et services. L'élève découvre les différents types d'emprunts offerts par les institutions bancaires, effectue le calcul de l'intérêt simple et de l'intérêt composé sur des emprunts et des placements, et compare le coût de différentes options de déplacement, notamment l'achat d'un véhicule et l'utilisation de différents modes de transport. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire son raisonnement mathématique.

Préalable : Principes de mathématiques, 9^e année, cours théorique. Méthodes de mathématiques, 9^e année, cours appliqué ou cours élaboré à l'échelon local donnant droit à un crédit obligatoire de mathématiques en 10^e année

RÉMUNÉRATION, DÉCLARATION DE REVENUS ET ACHATS

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- décrire les caractéristiques de plusieurs types de rémunération et résoudre des problèmes de rémunération.
- préparer une déclaration de revenus.
- résoudre les problèmes concernant l'achat d'un produit.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Rémunération

- ▶ décrire les différents types de rémunération (p. ex. à taux horaire, à taux fixe, à la commission, avec prime de rendement, heures supplémentaires) et les fréquences de rémunération (p. ex. hebdomadaire, bimensuelle, mensuelle).
 - ▶ décrire les composantes d'une rémunération (p. ex. salaire brut, avantages sociaux, régime de participation aux bénéfices) pour diverses catégories d'emploi.
 - ▶ décrire les déductions possibles du salaire brut afin de déterminer le salaire net (p. ex. impôt sur le revenu, contribution à un régime de pension, plan d'épargne, assurance-emploi, cotisations syndicales, assurance-maladie).
 - ▶ résoudre des problèmes liés aux composantes et à la fréquence d'une rémunération à l'aide d'outils technologiques.

Problème modèle : Un employeur propose deux options de rémunération pour un même travail de 25 heures par semaine : 1) un taux horaire de 10 \$ ou 2) un taux horaire de 8,50 \$ plus une commission de 3 % sur les ventes qui se chiffrent en moyenne à 1 500 \$ par semaine. Quelle option est la plus avantageuse? Pourquoi?
 - ▶ estimer et calculer le salaire net à partir de scénarios donnés.

Problème modèle : Paul gagne un salaire brut de 10,25 \$ l'heure. Il travaille 35 heures
- par semaine. Les retenues suivantes sont effectuées sur sa paie chaque semaine : assurance-emploi = 9,85 \$; RPC = 15,10 \$; impôt sur le revenu = 47,79 \$; régime de pension de l'entreprise = 10,01 \$; régime d'assurance-maladie = 6,13 \$. Estimer et calculer le salaire hebdomadaire net de Paul.
- ▶ identifier et classer les dépenses selon qu'elles sont obligatoires (p. ex. loyer, épicerie, assurance, chauffage, transport) ou facultatives (p. ex. cinéma, restaurant, spectacle, jeu vidéo, voyage).
 - ▶ identifier et classer les dépenses obligatoires selon qu'elles représentent un paiement fixe (p. ex. loyer, assurance) ou un paiement variable (p. ex. épicerie, essence).
 - ▶ décrire les effets de la fréquence de la période de rémunération (p. ex. paie hebdomadaire, paie bimensuelle, paie mensuelle) sur les décisions à prendre dans le cadre d'un budget personnel.
 - ▶ évaluer les effets d'un salaire net donné sur le pouvoir d'achat d'une personne salariée.

Problème modèle : Sacha, un célibataire, gagne un salaire brut annuel de 39 000 \$. Son salaire net mensuel est de 2 640 \$. Son loyer mensuel est de 700 \$. En tenant compte de ses autres dépenses obligatoires et facultatives probables, peut-il effectuer des paiements mensuels de 650 \$ pour l'achat d'un véhicule de 35 000 \$?

Déclaration de revenus

- ▶ identifier les informations et les documents (p. ex. feuillet T4) nécessaires pour remplir une déclaration de revenus, obtenir ces informations et documents auprès des bureaux et organismes pertinents.
- ▶ identifier les personnes, organismes et outils technologiques (p. ex. comptable agréé, site Web de l'Agence du revenu du Canada, logiciel de calcul d'impôt) susceptibles d'aider à préparer une déclaration de revenus.
- ▶ définir les crédits d'impôt les plus fréquents (p. ex. dons de charité, frais de scolarité, frais médicaux, enfants).
- ▶ remplir une déclaration de revenus dans le cadre d'un scénario simple et à partir de données réalistes (p. ex. étudiant employé à temps partiel, famille monoparentale avec un enfant et un salaire annuel fixe, célibataire).

Achats

- ▶ estimer et calculer le prix d'un article en incluant la taxe de vente provinciale (TVP) et la taxe sur les produits et services (TPS).
- ▶ identifier des formes de taxation intégrée dans le prix d'achat d'un article ou d'un service (p. ex. taxe sur l'essence, taxe sur le tabac).
- ▶ identifier et décrire les caractéristiques des programmes d'incitation à l'achat (p. ex. rabais, coupons rabais, programme de milles aériens, paiement différé sans intérêt).
- ▶ comparer diverses stratégies d'estimation d'un montant (p. ex. utiliser 10 % + 5 % du prix d'un article pour déterminer le rabais de 15 %).
- ▶ estimer le pourcentage de rabais, le prix de solde et le prix total d'un article donné (p. ex. pour une offre de 25 % de rabais sur un article de 38,99 \$).

- ▶ estimer la monnaie rendue lors de l'achat d'un article (p. ex. monnaie exacte rendue sur 20,00 \$ pour un article de 13,87 \$).

- ▶ estimer et calculer le prix unitaire d'un article vendu en quantités différentes pour déterminer judicieusement l'achat le plus économique.

Problème modèle : Ahmed a besoin de piles pour sa lampe de poche. Dans le magasin, il a le choix entre un paquet de 3 piles à 3,99 \$ le paquet et un paquet de 8 piles du même type à 9,99 \$ le paquet. Quel paquet devrait-il acheter?

- ▶ estimer et calculer le prix, en dollars canadiens, d'un article acheté en devises étrangères.

Problème modèle : Erika a déboursé 139 \$US pour des vêtements achetés lors d'un séjour aux États-Unis. Quel serait le prix de cet achat en dollars canadiens?

- ▶ identifier différents plans d'achat (p. ex. versement échelonné, vente à livraison différée, carte de crédit, marge de crédit) et, pour chaque plan d'achat, calculer et comparer le coût d'un produit à l'aide d'outils technologiques (p. ex. tableur, logiciel de gestion de budget).

- ▶ identifier différents types de vente par correspondance (p. ex. achat par catalogue au Canada, achat en ligne à l'étranger) et, pour ces ventes par correspondance, calculer et comparer le coût de l'article acheté en tenant compte du taux de change, des frais de transport et de manutention, des frais de douane et des frais d'assurance à l'aide d'outils technologiques (p. ex. tableur, logiciel de gestion de budget).

- ▶ déterminer et mettre par ordre de priorité les critères de sélection pour l'achat d'un produit pour que cet achat soit le plus judicieux possible (p. ex. préciser les critères de sélection pour l'achat d'une chaîne stéréophonique).

ÉPARGNE, PLACEMENT ET EMPRUNT

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- décrire des produits et services offerts par diverses institutions bancaires.
- analyser des modes d'épargne et de placement.
- interpréter différentes caractéristiques d'un emprunt.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Institutions bancaires

- ▶ identifier dans sa localité les diverses institutions bancaires (p. ex. banques à charte, caisses populaires).
- ▶ décrire les types de transactions possibles en utilisant les guichets électroniques (p. ex. paiement de facture, transfert, dépôt et retrait d'argent) et les services bancaires en ligne (p. ex. paiement de facture, transfert d'argent d'un compte à un autre compte), et les coûts concernant l'utilisation de chaque type de service (p. ex. coût en cas d'utilisation d'un guichet d'une institution bancaire autre que la sienne).
- ▶ interpréter et vérifier les codes (p. ex. retrait, dépôt, transfert, paiement direct, chèque, prélèvement automatique) et les entrées des transactions sur un relevé bancaire (p. ex. relevé en ligne, livret bancaire, reçu de guichet).
- ▶ décrire les caractéristiques de différentes cartes de crédit et de débit (p. ex. frais annuels, taux d'intérêt, programme de récompense, assurance sur les achats, assurance sur la location de véhicules, assurance sur l'annulation de voyages en avion, programme d'encouragement à des causes philanthropiques).

Épargne et placements

- ▶ recueillir et comparer les informations sur des épargnes et des placements offerts par des institutions bancaires (p. ex. compte d'épargne,

dépôt à terme, certificat de placement garanti, fonds communs de placement, REER).

- ▶ calculer l'intérêt simple à recevoir et le montant total d'un dépôt dans le cadre d'applications concrètes.

Problème modèle : Claire dépose 3 000 \$ dans un compte à un taux d'intérêt de 6 % par an. Combien recevra-t-elle en intérêts après un an? Et quel sera le montant total de son dépôt à la fin de l'année?

- ▶ résoudre des problèmes relatifs à la notion d'intérêt simple pour appuyer une prise de décision judicieuse.

Problème modèle : Pierre a un solde de 520 \$ sur son compte de carte de crédit le 1^{er} mai. À la fin du mois de mai, il effectue un paiement de 40 \$ seulement. Si le taux d'intérêt annuel est de 18 % et qu'il est composé mensuellement, quel sera le solde de son compte le 1^{er} juin si Pierre n'effectue pas d'autres transactions pendant le mois de mai?

- ▶ calculer, à l'aide d'outils technologiques, l'intérêt composé à recevoir et le montant total d'un dépôt dans le cadre d'applications concrètes à l'aide de la formule de l'intérêt simple.

Problème modèle : Au début de l'année, Hugo dépose 5 000 \$ dans un compte assorti d'un taux d'intérêt de 4 % par an. Quel sera le montant total de son dépôt au début de l'année suivante? Hugo décide de conserver le dépôt initial de 5 000 \$ et les intérêts reçus dans ce compte. Quel sera le montant total de son dépôt au début de la troisième année? S'il décide de conserver le montant accumulé au cours des

deux premières années pendant une année supplémentaire, combien aura-t-il dans son compte au début de la quatrième année?

- ▶ décrire les différences entre l'intérêt simple et l'intérêt composé à l'aide de tables, de représentations graphiques ou d'outils technologiques.
- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, l'effet de différentes périodes de calcul de l'intérêt simple sur le montant d'un placement (p. ex. comparer, sur une période de temps déterminée, la valeur finale d'un placement croissant à un taux d'intérêt donné, selon que le taux d'intérêt est composé mensuellement ou semestriellement).
- ▶ résoudre, à l'aide d'outils technologiques, des problèmes de placements à intérêts composés pour pouvoir prendre une décision.
- ▶ démontrer, à l'aide d'outils technologiques, les avantages d'une contribution précoce à un placement.

Problème modèle : Marc, qui a 40 ans, a déposé 2 000 \$ à la banque lorsqu'il avait 20 ans. Son ami Lope, qui a aussi 40 ans, a déposé la même somme à la banque, mais lorsqu'il avait 30 ans. Comparer à l'aide d'un tableur, la valeur des deux dépôts dans le cadre d'un placement à taux de croissance fixe de 6 % par an composé annuellement.

Emprunt

- ▶ cueillir, interpréter et comparer l'information décrivant les caractéristiques (p. ex. taux d'intérêt, flexibilité) et les conditions (p. ex. admissibilité, garantie de prêt) de divers prêts personnels (p. ex. prêt étudiant, prêt automobile, paiement différé sans intérêt, prêt pour consolider une dette, prêt sur marge de crédit; jour de liquidation ou crédit de relais).
- ▶ démontrer, à l'aide d'outils technologiques, l'effet d'un paiement différé sur le solde de son compte.
- ▶ calculer les intérêts payés pendant le remboursement d'un prêt et comparer le montant total remboursé au montant initial emprunté.
- ▶ déterminer, à l'aide d'un tableau d'amortissement ou d'un outil technologique, la différence entre les paiements périodiques et les intérêts payés pour un même emprunt si la période de remboursement est modifiée (p. ex. remboursement d'un prêt sur deux ans par rapport à celui d'un prêt sur trois ans).
- ▶ comparer l'effet de différentes fréquences de paiement sur la période de remboursement d'un prêt, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice à affichage graphique (p. ex. paiements hebdomadaires par rapport à des paiements mensuels).
- ▶ identifier les facteurs qui définissent une cote de crédit en vue de l'obtention d'un emprunt (p. ex. revenu annuel, niveau d'endettement, capacité à rembourser un prêt, expérience antérieure).
- ▶ énumérer et décrire les avantages et les inconvénients d'un emprunt (p. ex. coût de l'emprunt, disponibilité, attrait de l'article convoité, montant du paiement et fréquence, poursuite des études).

COÛTS DE VÉHICULES, DE VOYAGES ET DE MOYENS DE TRANSPORT

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension des coûts de l'achat et de l'utilisation d'un véhicule.
- décrire les frais associés à un voyage en voiture.
- analyser les caractéristiques des différents moyens de transport.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Coûts d'achat et d'utilisation d'un véhicule

- ▶ identifier les étapes et les coûts de l'obtention d'un permis de conduire (p. ex. cours de conduite).
- ▶ comparer les étapes, les coûts, les avantages et les inconvénients de l'achat d'un véhicule neuf à ceux de l'achat d'un véhicule d'occasion (p. ex. obtenir des renseignements se rapportant à une voiture d'occasion auprès d'un des guichets du ministère des Transports).
- ▶ comparer les étapes, les coûts, les avantages et les inconvénients de l'achat d'un véhicule neuf à ceux de la location du même véhicule neuf.

Problème modèle : Comparer le coût d'achat d'un véhicule neuf au coût de location du même véhicule et au coût de l'achat d'un véhicule d'occasion.

- ▶ déterminer les coûts de l'assurance d'un véhicule motorisé (p. ex. voiture, motocyclette, motoneige) et définir les facteurs rattachés à ces coûts (p. ex. âge, sexe, type de véhicule, dossier de conduite, utilisation de l'automobile).
- ▶ identifier les coûts liés à la conduite non responsable d'un véhicule (p. ex. amendes, poursuites judiciaires, problèmes mécaniques dus au manque d'entretien, pollution et usure mécanique prématurée résultant d'une conduite agressive).

- ▶ calculer les coûts fixes (p. ex. prêt automobile, assurance) et les coûts variables (p. ex. essence, réparations mécaniques) liés à la possession et à l'utilisation d'un véhicule.

Voyage en voiture

- ▶ estimer les distances à parcourir sur une carte routière d'après l'échelle de la carte (p. ex. distance approximative à parcourir en voiture comparée à celle estimée à vol d'oiseau).
- ▶ planifier l'itinéraire d'un voyage en tenant compte de divers facteurs (p. ex. estimation de la distance à parcourir, raison du voyage, état de la route, travaux routiers, période de l'année, intérêts personnels).
- ▶ estimer et expliquer, oralement ou par écrit, les frais liés à un voyage en voiture (p. ex. essence, location de voiture, hébergement, nourriture, divertissements) à l'aide de données réelles obtenues auprès de sources fiables (p. ex. site Web d'un organisme reconnu, manuel d'une association automobile, guide de voyage réputé).

Moyens de transport

- ▶ identifier et comparer les renseignements concernant les coûts monétaires et ceux rattachés à l'environnement et à la santé pour un trajet quotidien selon différents moyens de transport (p. ex. voiture, motocyclette, taxi, transport en commun, vélo, marche à pied).

Problème modèle : Discuter de l'effet résultant de la décision de 100 élèves de marcher les 3 kilomètres les séparant de l'école au lieu d'effectuer le trajet en autobus scolaire.

- ▶ identifier des sources d'information pour obtenir des renseignements fiables sur divers moyens de transport (p. ex. itinéraires, horaires et coûts de billets d'avion, de train ou d'autobus) et interpréter des horaires d'avions, de trains ou d'autobus.
- ▶ identifier les coûts et les critères liés à la location d'un véhicule (p. ex. voiture, camion, remorque) pour un court trajet (p. ex. utilisation, durée, période de l'année, jour de la semaine, genre de voiture, heure et endroit de la remise d'un véhicule, permis de conduire).

Problème modèle : Louis emménage dans un nouvel appartement. Déterminer les coûts rattachés à la location d'une remorque ou d'un camion.

- ▶ comparer les frais de voyage par voiture, avion, train ou autobus pour une même destination.

Problème modèle : Comparer les coûts rattachés à un déplacement de Thunder Bay à Windsor selon différents moyens de transport.

- ▶ décrire les avantages et les inconvénients (p. ex. coût, durée du trajet, accessibilité du moyen de transport) d'un voyage par voiture, avion, train ou autobus pour une certaine destination.

Calcul différentiel et vecteurs, 12^e année

Cours préuniversitaire

MCV4U

Ce cours permet à l'élève de mettre à contribution sa connaissance des fonctions dans le but d'accroître sa compréhension des taux de variation. L'élève résout, de façon algébrique et géométrique, des problèmes de vecteurs et de représentations de la droite et du plan dans l'espace. L'élève accroît sa compréhension du taux de variation incluant les dérivées de fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles, sinusoidales et radicales, et les applique à la modélisation de diverses situations de la vie courante. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique. Ce cours intéresse particulièrement l'élève qui désire s'inscrire à des cours universitaires portant, entre autres, sur le calcul différentiel et l'algèbre linéaire, ou qui désire faire des études en physique, en génie, en économie et autres disciplines connexes.

Remarque : Les élèves pourront suivre concurremment les deux cours de 12^e année Fonctions avancées et Calcul différentiel et vecteurs ou suivre d'abord le cours Fonctions avancées puis celui Calcul différentiel et vecteurs

TAUX DE VARIATION

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension du taux de variation en établissant le lien entre le taux de variation moyen sur un intervalle et le taux de variation instantané en un point à l'aide de la sécante, de la tangente et de la notion de limite.
- représenter graphiquement les dérivés des fonctions polynômes, sinusoidales et exponentielles, et établir le lien entre les représentations algébrique, graphique et numérique d'une fonction et de sa dérivée.
- vérifier algébriquement et graphiquement les différentes règles de dérivation d'une fonction et déterminer les dérivées de fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles, sinusoidales et radicales et d'une combinaison simple de fonctions, et résoudre des problèmes portant sur des applications tirées de la vie courante.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Liens entre les taux de variation moyen et instantané

- ▶ identifier des applications tirées de la vie courante faisant appel au taux de variation et reconnaître qu'il existe différentes façons de les représenter (p. ex. façons descriptive, algébrique, graphique et numérique).
- ▶ décrire le lien entre le taux de variation moyen d'une fonction continue sur un intervalle et la pente de la sécante du graphique de cette fonction, et le lien entre le taux de variation instantané d'une fonction continue en un point et la pente de la tangente du graphique de cette fonction en ce même point.
- ▶ déterminer, à l'aide ou non d'outils technologiques, une valeur approximative du taux de variation instantané d'une fonction continue en un point de la courbe à l'aide du calcul d'une suite de taux de variation moyens se rapprochant de plus en plus de la tangente en ce point.

Problème modèle : Le tableau montre les valeurs de la fonction $f(x)$ à proximité du point 2. Utiliser cette table de valeurs pour donner la valeur approximative du taux de variation instantané au point 2.

x	1,998	1,999	2,000	2,001	2,002
$f(x)$	7,976	7,988	8,000	8,012	8,024

- ▶ reconnaître et décrire graphiquement et numériquement des exemples de limite (p. ex. la valeur d'une fonction près d'une asymptote, la valeur du rapport des termes successifs dans la suite de Fibonacci).

Problème modèle : Déterminer la limite de la suite obtenue par les étapes suivantes :

- 1) choisir un nombre réel positif x quelconque;
- 2) calculer $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2x}$ pour obtenir le premier terme de la suite;
- 3) refaire le calcul en remplaçant x par la valeur obtenue à l'étape 2 afin d'obtenir le deuxième terme de la suite;
- 4) refaire le calcul en remplaçant x par la valeur obtenue à l'étape 3 pour obtenir le troisième terme de la suite, etc. La limite change-t-elle si on choisit une valeur différente à l'étape 1?

Reprendre le problème en remplaçant 3 par 5 dans la formule, c'est-à-dire en utilisant la formule $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2x}$.

- ▶ établir le lien entre le taux de variation moyen d'une fonction continue sur l'intervalle $a \leq x \leq a + h$ et la valeur de l'expression

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \text{ et entre le taux de variation}$$

instantané d'une fonction en un point pour la valeur $x = a$ et la valeur de l'expression

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Problème modèle : Quel renseignement concernant le graphique de la fonction $f(x)$ découle de l'expression $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = 6$?

- ▶ comparer par exploration le calcul du taux de variation instantané de fonctions polynômes (p. ex. $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$) en un point $[a, f(a)]$ en évaluant le taux pour des valeurs de h qui tendent vers 0 (p. ex. pour le point $x = 3$ de la fonction $f(x) = x^2$ et $h = 1, h = 0,1, h = 0,01 \dots$)

à l'aide de l'expression $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, à la

simplification de l'expression $\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$

pour $x = 3$ et ensuite en l'évaluant pour des valeurs de h qui tendent vers 0.

Liens entre les représentations d'une fonction et de sa dérivée

- ▶ déterminer, numériquement et graphiquement pour une fonction continue, les intervalles pour lesquels le taux de variation instantané est positif, négatif ou nul (p. ex. déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, la table de valeurs d'une fonction représentée par une équation simple et les pentes des tangentes à cette fonction), décrire le comportement du taux de variation instantané au minimum relatif ou au maximum relatif de la fonction et décrire la fonction entre ces deux points critiques.
- ▶ générer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, une table de valeurs indiquant le taux de variation instantané d'une fonction polynôme $f(x)$ pour différentes valeurs de x , représenter graphiquement les couples ordonnés $(x, f'(x))$, reconnaître que ce graphique représente la dérivée de la fonction donnée $f'(x)$ ou $\frac{dy}{dx}$ et établir les liens entre les représentations graphiques de $f(x)$ et de $f'(x)$ (p. ex. lorsque $f(x)$

est une fonction affine, $f'(x)$ est une fonction constante; lorsque $f(x)$ est une fonction du second degré, $f'(x)$ est une fonction affine et lorsque $f(x)$ est une fonction cubique, $f'(x)$ est une fonction du second degré).

Problème modèle : Déterminer par exploration, à l'aide de stratégies de régularités et des graphiques générés par des outils technologiques, les liens entre une fonction polynôme de degré inférieur à quatre et la fonction qui définit la dérivée de $f(x)$.

- ▶ déterminer la dérivée d'une fonction polynôme en simplifiant l'expression algébrique $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ et en évaluant la limite de l'expression simplifiée lorsque h tend vers zéro, c.-à-d. déterminer $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

▶ représenter graphiquement, à l'aide d'outils technologiques, la dérivée $f'(x)$ ou $\frac{dy}{dx}$ d'une

fonction sinusoidale, $f(x) = \sin x$ et $f(x) = \cos x$, en générant une table de valeurs indiquant le taux de variation instantané de la fonction $f(x)$ pour différentes valeurs de x , représenter graphiquement les couples ordonnés $(x, f'(x))$ et vérifier graphiquement que $f'(x) = \cos x$ est la dérivée de la fonction $f(x) = \sin x$ et que $f'(x) = -\sin x$ est la dérivée de la fonction $f(x) = \cos x$.

- ▶ représenter graphiquement par exploration, à l'aide d'outils technologiques, la dérivée $f'(x)$ ou $\frac{dy}{dx}$ d'une fonction exponentielle, c.-à-d. $f(x) = b^x$, $b > 0$, en générant une table de valeurs indiquant le taux de variation instantané de la fonction $f(x)$ pour différentes valeurs de x , représenter graphiquement les couples ordonnés et établir des liens entre les représentations graphiques de $f(x)$ et de $f'(x)$ (p. ex. $f'(x)$ est également une fonction exponentielle; le rapport $\frac{f'(x)}{f(x)}$ est constant ou $f'(x) = kf(x)$, k étant une constante, $f'(x)$ est une transformation de $f(x)$).

Problème modèle : Représenter graphiquement, sur les mêmes axes et à l'aide d'outils technologiques, la fonction $f(x) = b^x$ et sa dérivée pour chaque valeur de b suivante : 1,7; 2,0; 2,3; 3,0; 3,5. Évaluer le rapport $\frac{f'(x)}{f(x)}$ pour chaque graphique et expliquer comment utiliser ce rapport pour déterminer les pentes des tangentes de $f(x)$.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, la fonction exponentielle $f(x) = a^x$, $a > 0$ et $a \neq 1$ telle que $f'(x) = f(x)$ (p. ex. à l'aide d'outils technologiques, créer un glisseur qui fait varier la valeur de a pour déterminer la fonction exponentielle dont le graphique est le même que celui de sa dérivée), identifier le nombre comme e , soit la valeur pour laquelle $f'(x) = f(x)$, c.-à-d. pour $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$ et reconnaître que pour tout point de la fonction exponentielle $f(x) = e^x$, la pente de la tangente correspond à la valeur de la fonction en ce point.
- ▶ déterminer la fonction réciproque de la fonction exponentielle $f(x) = e^x$ (p. ex. en générant une table de valeurs), tracer de deux manières différentes le graphique de la réciproque :
 - 1) tracer le graphique de la fonction à partir de la table de valeurs et
 - 2) le tracer à l'aide de la symétrie de $f(x) = e^x$ par rapport à la droite $y = x$, puis définir la fonction logarithme $f(x) = \log_e x$ que l'on appelle logarithme naturelle et qui s'écrit $f(x) = \ln x$, comme étant la fonction réciproque de la fonction exponentielle $f(x) = e^x$.
- ▶ vérifier, à l'aide d'outils technologiques, que la dérivée de la fonction exponentielle $f(x) = b^x$ est $f'(x) = b^x \ln b$ pour différentes valeurs de b (p. ex. pour la fonction $f(x) = 2^x$, vérifier numériquement à l'aide d'une calculatrice que $f'(x) = 2^x \ln 2$, en démontrant que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2^h - 1)}{h}$ s'approche de la valeur de $\ln 2$ ou en représentant graphiquement $f(x) = 2^x$, déterminer la valeur de la pente et la valeur de la fonction pour des valeurs précises de x et comparer le rapport $\frac{f'(x)}{f(x)}$ à $\ln 2$).

Problème modèle : Pour la fonction $f(x) = e^x$, vérifier à l'aide d'outils technologiques et de la

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(e^{x+h} - e^x)}{h} \text{ que } f'(x) = f(x) \ln e.$$

Caractéristiques des dérivées

- ▶ vérifier la règle de la dérivée d'une puissance pour une fonction de la forme $f(x) = x^n$ où n est un nombre naturel (p. ex. déterminer algébriquement l'équation de la dérivée des fonctions $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$ et $f(x) = x^4$ à l'aide de la définition de la dérivée

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ et graphiquement à l'aide des pentes des tangentes.}$$

- ▶ vérifier les règles de dérivation d'une constante, d'un multiple, d'une somme et d'une différence de fonctions.

Problème modèle : On remplit d'eau deux tonneaux. Si les quantités d'eau versées dans chaque tonneau sont représentées par les fonctions $f(t)$ et $g(t)$, alors les dérivées $f'(t)$ et $g'(t)$ représentent le taux de remplissage de chaque tonneau. Interpréter ce que les fonctions $f'(t)$, $g'(t)$, $(f + g)'(t)$ et $f'(t) + g'(t)$ représentent, et faire le lien avec la règle de dérivation de la somme de fonctions $f'(t) + g'(t) = (f + g)'(t)$.

- ▶ déterminer algébriquement les dérivées de fonctions polynômes, les utiliser pour déterminer le taux de variation instantané en un point et pour déterminer la ou les valeurs de la variable indépendante ayant un taux de variation instantané donné.

Problème modèle : Déterminer algébriquement l'équation de la dérivée de $f(x) = 2x^3 + 3x^2$ et le ou les points de la courbe où la pente de la tangente est 36.

- ▶ vérifier que la règle de dérivation d'une puissance s'applique pour une fonction de la forme $f(x) = x^n$ où n est un nombre rationnel (p. ex. en comparant les valeurs des pentes des tangentes de la fonction $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ aux valeurs de la dérivée obtenue en appliquant la règle de dérivation d'une puissance), vérifier algébriquement pour des fonctions monômes la règle de dérivation

en chaîne [p. ex. en vérifiant que la dérivée de $f(x) = (5x^3)^{\frac{1}{3}}$ obtenue en appliquant la règle de la dérivée en chaîne donne le même résultat lorsque l'on détermine la dérivée pour la

fonction simplifiée $f(x) = 5^{\frac{1}{3}}x$] et vérifier la règle de la dérivation du produit de fonctions [p. ex. en établissant que la dérivée de la fonction $f(x) = (3x + 2)(2x^2 - 1)$, obtenue en appliquant la règle de dérivation en chaîne, est la même que la dérivée de la fonction équivalente $f(x) = 6x^3 + 4x^2 - 3x - 2$].

Problème modèle : Vérifier la dérivation en chaîne à l'aide de la dérivation d'un produit pour les fonctions $f(x) = x^2 + 1$, $f(x) = (x^2 + 1)^2$, $f(x) = (x^2 + 1)^3$ et $f(x) = (x^2 + 1)^4$.

► résoudre des problèmes, à l'aide de la règle de dérivation du produit et de la règle de dérivation en chaîne, comportant des dérivées de fonctions polynômes, sinusoidales, exponentielles, rationnelles [p. ex. exprimer $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

comme le produit de fonctions $f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)^{-1}$] et radicales [p. ex.

exprimer $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ comme une fonction puissance $f(x) = (x^2 + 5)^{\frac{1}{2}}$], et la dérivée d'une combinaison simple de fonctions (p. ex.

$f(x) = x \sin x$ et $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$)*.

* Ce contenu d'apprentissage vise l'application des règles de dérivation et non la simplification d'expressions algébriques complexes résultant de la dérivation.

APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- établir algébriquement et graphiquement, des liens entre les caractéristiques principales d'une fonction et des dérivées première et seconde, et, à l'aide de ces liens, esquisser le graphique de la fonction.
- résoudre des problèmes d'optimisation portant sur des applications tirées de la vie courante en appliquant les concepts et les règles de dérivation incluant le développement de modèles mathématiques.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Liens entre les équations et les graphiques d'une fonction et de ses dérivées

- ▶ identifier les points d'inflexion d'une fonction, c.-à-d. les points de la courbe où un changement de la concavité se produit, et esquisser le graphique de la dérivée à partir du graphique d'une fonction continue sur un intervalle.
 - ▶ reconnaître la dérivée seconde comme le taux de variation du taux de variation, c.-à-d. le taux de variation de la pente de la tangente, et esquisser les graphiques des dérivées première et seconde pour une fonction continue.
 - ▶ déterminer algébriquement l'équation de la seconde dérivée d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle simple et établir par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les liens entre les caractéristiques principales du graphique de la fonction (p. ex. intervalles de croissance et de décroissance, extremums relatifs, points d'inflexion, intervalles de concavité) et les caractéristiques correspondantes des courbes de sa dérivée première et de sa dérivée seconde (p. ex. dans l'intervalle où la fonction est croissante, la dérivée première est positive; au point d'inflexion de la fonction, la dérivée première a un maximum ou un minimum et la dérivée seconde est nulle).
- Problème modèle :* Déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les liens entre les caractéristiques principales des fonctions $f(x) = 4x + 1$, $f(x) = x^2 + 3x - 10$, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$, et $f(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 18x$, et les graphiques de leurs dérivées première et seconde.
- ▶ décrire les caractéristiques principales d'une fonction polynôme à partir de données se rapportant à sa dérivée première ou seconde (p. ex. graphique d'une dérivée, table des signes d'une dérivée pour des intervalles donnés, abscisses à l'ordonnée pour la dérivée), esquisser au moins deux graphiques représentant les données et expliquer pourquoi un nombre infini de graphiques est possible.
- Problème modèle :* À partir d'un graphique représentant la dérivée d'un polynôme, esquisser deux graphiques possibles de la fonction sur le même intervalle. Décrire la transformation reliant les deux graphiques.
- ▶ esquisser la courbe d'une fonction polynôme à partir de son équation, à l'aide de diverses stratégies (p. ex. test de la dérivée première, test de la dérivée seconde, fonctions paire ou impaire), identifier ses caractéristiques principales (p. ex. intervalles de croissance et de décroissance, coordonnées à l'origine, points critiques, points d'inflexion, intervalles de concavité) et vérifier à l'aide d'outils technologiques.

Résolution de problèmes à l'aide de modèles mathématiques et de dérivées

- ▶ établir un lien entre la notion de mouvement (p. ex. déplacement, vecteur vitesse, accélération) et le concept de dérivée de différentes façons (p. ex. graphique, numérique, algébrique, descriptive).

Problème modèle : À l'aide d'un détecteur de mouvement, saisir les données associées au déplacement d'une personne. Esquisser, à l'aide des caractéristiques des dérivées, les représentations graphiques vitesse-temps et accélération-temps. Vérifier les esquisses à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ établir un lien entre les représentations algébrique ou graphique de la dérivée et des applications tirées de la vie courante (p. ex. population et son taux de croissance, volume et débit, taille et taux de croissance).

Problème modèle : À partir d'une représentation graphique de l'évolution des prix dans le temps, expliquer comment les dérivées première et seconde peuvent servir à déterminer les périodes d'inflation et de déflation, et à évaluer quand le taux d'inflation atteint son maximum.

- ▶ résoudre, à l'aide du calcul de la dérivée, des problèmes de taux de variation instantané y compris des problèmes portant sur des applications tirées de la vie courante (p. ex. croissance démographique, désintégration radioactive, changement de température, taux de variation de la période diurne ou du coefficient des marées) à partir de l'équation de la fonction modélisant l'application choisie.

Problème modèle : Au moment t en jours, la taille d'une population de papillons S est

$$\text{définie par la fonction } S(t) = \frac{6\,000}{1 + 49(0,6)^t}.$$

Déterminer le taux de croissance de la population à $t = 5$ à l'aide du calcul de la dérivée et vérifier graphiquement à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ résoudre des problèmes d'optimisation tirés de diverses applications de la vie courante et portant sur des fonctions polynômes, rationnelles simples et exponentielles.

Problème modèle : Sachant que le tarif passager d'un trajet en autobus entre la banlieue et le centre-ville est établi à x dollars et que le nombre de passagers par jour est défini par la fonction $1200(1,15)^{-x}$, déterminer la valeur de x qui permet de maximiser les revenus.

- ▶ résoudre des problèmes portant sur diverses applications tirées de la vie courante pour lesquels il faut élaborer un modèle mathématique à partir de données, appliquer des concepts et des règles de dérivation pour obtenir des résultats mathématiques et donner une interprétation concrète des résultats.

Problème modèle : Un oiseau passe son temps à s'alimenter d'un buisson à l'autre. S'il reste trop longtemps sur un buisson, il perd du temps à chercher les baies cachées dans le feuillage. S'il quitte ce buisson, il doit en trouver un autre. On peut représenter la quantité nette de nourriture, E en joules, qu'un oiseau picore dans un buisson en fonction du temps, t en minutes, qu'il passe dans ce buisson par la

$$\text{fonction } E(t) = \frac{3\,000t}{t + 4}.$$
 Si nous supposons que

l'oiseau passe en moyenne deux minutes pour trouver un nouveau buisson et que l'énergie dépensée est alors négligeable, déterminer le temps que devrait passer l'oiseau dans un buisson pour maximiser son taux de gain d'énergie moyen par rapport au temps passé à se déplacer d'un buisson à l'autre et à picorer les baies. Résoudre le problème de manières algébrique, numérique et graphique.

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE DES VECTEURS

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- définir des vecteurs, les représenter de façon algébrique et géométrique, et reconnaître des applications portant sur les vecteurs.
- effectuer des opérations sur des vecteurs dans le plan et dans l'espace tridimensionnel et résoudre des problèmes de la vie courante.
- distinguer les représentations géométriques d'une équation du premier degré ou d'un système de deux équations du premier degré dans le plan et dans l'espace tridimensionnel, et déterminer les différentes configurations possibles de droites et de plans dans l'espace tridimensionnel.
- représenter des droites et des plans au moyen d'équations cartésiennes, vectorielles et paramétriques, et résoudre des problèmes de distances et d'intersections.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Représentations algébrique et géométrique des vecteurs

- ▶ définir et représenter un vecteur – segment de droite orienté –, et reconnaître des vecteurs égaux (p. ex. des vecteurs qui ont la même longueur, la même direction et le même sens mais pas nécessairement le même point de départ ni le même point d'arrivée).

Problème modèle : Expliquer pourquoi il ne suffit pas de connaître, à partir d'un point donné, la distance à laquelle se trouve une localité pour identifier la position de cette localité.

- ▶ représenter géométriquement des vecteurs dans un plan (p. ex. au moyen de segments de droite orientés) et algébriquement (p. ex. au moyen du système de coordonnées cartésiennes), et représenter algébriquement des vecteurs dans l'espace tridimensionnel.
- ▶ transformer les composantes d'un vecteur d'une représentation (ou d'un système) en une autre représentation dans le plan (p. ex. dans le plan $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$).

Problème modèle : Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur dans le plan de longueur 8 qui forme un angle de 30° par rapport à l'axe des x positifs.

- ▶ distinguer, dans l'espace tridimensionnel, la différence entre un point et un vecteur en décrivant la position du point à l'aide de ses coordonnées cartésiennes et le vecteur à l'aide d'équations cartésiennes, et déterminer la distance entre deux points et la longueur d'un vecteur.

Opérations sur des vecteurs dans le plan et dans l'espace tridimensionnel

- ▶ effectuer les opérations d'addition et de soustraction de vecteurs, et de multiplication d'un vecteur par un scalaire au moyen de segments de droite orientés dans le plan.
- ▶ effectuer, dans le plan et dans l'espace tridimensionnel, les opérations d'addition et de soustraction de vecteurs, et de multiplication d'un vecteur par un scalaire au moyen du système de coordonnées cartésiennes.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques, des propriétés (p. ex. commutativité, associativité, distributivité) des opérations d'addition et de soustraction de vecteurs, et de multiplication d'un vecteur par un scalaire.
- ▶ déterminer, dans le plan et dans l'espace tridimensionnel, la projection d'un vecteur, représenté au moyen d'un segment de droite orienté et de composantes, sur un autre vecteur et décrire des applications ayant trait aux projections (p. ex. vitesse par rapport au sol, composantes des forces).

- ▶ résoudre des problèmes portant sur les opérations d'addition et de soustraction de vecteurs, et de multiplication d'un vecteur par un scalaire, y compris des problèmes tirés de diverses applications de la vie courante.

Problème modèle : Un avion vole avec une direction de 27° nord-est à une vitesse aérodynamique de 375 km/h. Si le vent souffle du sud vers le nord à une vitesse de 62 km/h, déterminer la direction actuelle du vol de l'avion et sa vitesse par rapport au sol.

- ▶ effectuer dans le plan et dans l'espace tridimensionnel, le produit scalaire de deux vecteurs représentés au moyen de segments de droite orientés, c.-à-d. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$, et au moyen de coordonnées cartésiennes, c.-à-d. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$ ou $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$, et décrire des applications ayant trait aux produits scalaires (p. ex. calculer l'angle entre deux vecteurs, la projection d'un vecteur sur un autre).

Problème modèle : Décrire comment le produit scalaire peut représenter la force à exercer pour tirer un chariot d'enfants dans une direction donnée selon les différentes inclinaisons de la poignée du chariot.

- ▶ déterminer par exploration les propriétés du produit scalaire (p. ex. commutativité, associativité, distributivité, le produit scalaire d'un vecteur par lui-même), comment utiliser le produit scalaire pour savoir si deux vecteurs sont orthogonaux et pour calculer la longueur d'un vecteur.

Problème modèle : Explorer algébriquement et géométriquement le produit scalaire de deux vecteurs, chacun multiplié par un scalaire différent.

- ▶ définir le produit vectoriel et effectuer l'opération pour deux vecteurs représentés par leurs composantes dans l'espace tridimensionnel, c.-à-d. $\vec{a} \times \vec{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$, déterminer la longueur du produit vectoriel à l'aide de $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$ et décrire des applications ayant trait aux produits vectoriels (p. ex. trouver la normale à un plan, déterminer le moment de la force de rotation lorsque l'on exerce une force sur une clé à partir de divers angles).

Problème modèle : Expliquer comment fonctionne une clé et comment maximiser la force de rotation sur une clé?

- ▶ déterminer par exploration les propriétés du produit vectoriel (p. ex. anticommutativité, associativité, distributivité du produit vectoriel sur l'addition des vecteurs, produit vectoriel nul lorsque deux vecteurs sont colinéaires).

Problème modèle : Explorer algébriquement le produit vectoriel de deux vecteurs et le produit vectoriel de ces deux vecteurs lorsque chacun a été multiplié par un scalaire différent.

- ▶ résoudre des problèmes portant sur le produit scalaire et le produit vectoriel (p. ex. déterminer la projection d'un vecteur, l'aire d'un parallélogramme et le volume d'un parallélépipède), et portant sur des applications tirées de la vie courante (p. ex. déterminer le travail réalisé, le moment d'une force, la vitesse par rapport au sol, la force résultante).

Problème modèle : Déterminer les produits scalaires $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ et $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ pour deux vecteurs quelconques \vec{a} et \vec{b} dans l'espace tridimensionnel. Quelle propriété du produit vectoriel $\vec{a} \times \vec{b}$ ce résultat vérifie-t-il?

Description de droites et de plans au moyen d'équations du premier degré

- ▶ reconnaître que les coordonnées (x, y) qui vérifient une équation du premier degré dans le plan représentent une droite et que les coordonnées (x, y) qui vérifient deux équations du premier degré déterminent généralement un point, c.-à-d. que l'intersection de deux droites est un point.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques, que l'ensemble des coordonnées (x, y, z) qui vérifient une équation du premier degré dans l'espace tridimensionnel représentent un plan et que l'ensemble des coordonnées (x, y, z) qui vérifient deux équations du premier degré dans l'espace tridimensionnel déterminent généralement une droite, c.-à-d. que l'intersection de deux plans est généralement une droite.

Problème modèle : Comparer la forme générée par les coordonnées (x, y, z) dans l'espace à la forme générée dans le plan de chacune des équations suivantes : $x = 0$, $y = 0$ et $y = x$. Décrire la forme générée par les coordonnées (x, y, z) pour les équations $z = 5$, $y - z = 3$ et $x + z = 1$. Vérifier à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ déterminer par exploration dans l'espace tridimensionnel, les différentes configurations possibles de deux droites (p. ex. parallèles, sécantes, gauches) et de deux et trois plans (p. ex. trois plans qui sont parallèles, intersection de deux plans, intersection possible d'une droite et d'un plan), et décrire les configurations des droites et des plans selon la nature des intersections (p. ex. l'intersection est une droite, un plan, un point ou est nulle).

Description de droites et de plans au moyen d'équations cartésiennes, vectorielles et paramétriques

- ▶ reconnaître que l'équation d'une droite dans le plan représenté sous la forme $Ax + By + C = 0$ est une équation cartésienne de la droite donnée, représenter une droite dans le plan au moyen d'équations vectorielles et paramétriques et faire le lien entre les équations de formes cartésienne et vectorielle.
- ▶ reconnaître qu'une droite dans l'espace tridimensionnel ne peut pas être représentée par une équation cartésienne et représenter une droite à l'aide d'équations vectorielles et paramétriques (p. ex. d'un vecteur donné et d'un point de la droite ou de deux points sur la droite).

Problème modèle : Représenter la droite passant par les points $(3, 2, -1)$ et $(0, 2, 1)$ par une équation vectorielle et des équations paramétriques. Représenter, par des équations cartésiennes, deux plans qui contiennent ces deux points.

- ▶ représenter des plans au moyen d'équations vectorielles et paramétriques à partir de deux vecteurs directeurs du plan et d'un point du plan ou à partir de trois points du plan.

Problème modèle : Représenter le plan passant par les points $(3, 2, -1)$, $(0, 2, 1)$ et $(1, 1, 1)$ au moyen d'équations vectorielles et paramétriques. Déterminer l'équation vectorielle de trois droites passant par le point $(1, 1, 1)$ et appartenant au plan obtenu.

- ▶ reconnaître algébriquement et géométriquement le vecteur normal au plan, c.-à-d. le vecteur perpendiculaire au plan (p. ex. le vecteur normal au plan $3x + 5y - 2z = 6$ est $(3, 5, -2)$, et déterminer par exploration certaines propriétés du plan (p. ex. toute normale à un plan possède la même direction; trois points non collinéaires suffisent à définir un plan; le vecteur résultant de la somme de deux vecteurs dans un plan donné est aussi contenu dans ce plan).

Problème modèle : Indiquer comment le renseignement $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ permet de déterminer si l'intersection de trois plans non parallèles est un point sachant que les normales aux trois plans sont \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} respectivement.

- ▶ reconnaître que l'équation cartésienne d'un plan dans l'espace tridimensionnel est de la forme $Ax + By + Cz + D = 0$, déterminer l'intersection de trois plans représentés sous leur forme cartésienne en résolvant de façon algébrique un système d'équations du premier degré à trois inconnues et décrire l'interprétation géométrique du résultat obtenu.

Problème modèle : Déterminer l'équation d'un plan P_3 dont l'intersection avec les plans P_1 , $x + y + z = 1$, et P_2 , $x - y + z = 0$, est un point. Déterminer l'équation d'un plan P_4 qui n'admet pas de droite d'intersection commune avec les plans P_1 et P_2 .

- ▶ déterminer à l'aide des propriétés du plan, les équations vectorielle, paramétrique et scalaire du plan.

Problème modèle : Déterminer les équations vectorielle, paramétrique et scalaire du plan qui contient les trois points suivants $(3, 2, 5)$, $(0, -2, 2)$ et $(1, 3, 1)$.

- ▶ transformer l'équation d'un plan et l'exprimer sous ses autres formes (p. ex. cartésienne, vectorielle, paramétrique).

Problème modèle : Représenter le plan défini par l'équation $\vec{r} = (2, 1, 0) + s(1, -1, 3) + t(2, 0, -5)$ où $s, t \in \mathbb{R}$, au moyen d'une équation cartésienne et vérifier l'équivalence des deux équations.

- résoudre des problèmes portant sur l'intersection de droites et de plans représentés sous différentes formes (p. ex. cartésienne, vectorielle, paramétrique) et comportant des distances (p. ex. déterminer la distance entre un point et un plan, entre deux droites gauches) ou des intersections (p. ex. de deux droites; d'une droite et d'un plan), et décrire l'interprétation géométrique du résultat obtenu.

Problème modèle : Déterminer l'intersection de la droite qui passe par le point A $(-5, 3, 7)$ et qui est perpendiculaire au plan $\vec{v} = (0, 0, 2) + t(-1, 1, 3) + s(2, 0, -3)$ où $s, t \in \mathbb{R}$ et déterminer la distance du point A au plan.

Mathématiques de la gestion des données, 12^e année

Cours préuniversitaire

MDM4U

Ce cours permet à l'élève d'accroître sa compréhension des mathématiques reliées à la gestion de données. L'élève applique des méthodes pour organiser un volume important d'informations et a recours à la théorie des probabilités et à la statistique pour résoudre des problèmes. L'élève réalise un projet d'envergure qui lui permettra d'intégrer les concepts et les habiletés statistiques du cours. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique. Ce cours intéresse particulièrement l'élève qui désire s'inscrire à un programme universitaire en affaires et commerce, ou en sciences sociales ou humaines.

Préalable : Modèles de fonctions, 11^e année, cours préuniversitaire/précollégial ou Fonctions, 11^e année, cours préuniversitaire

DÉNOMBREMENT ET PROBABILITÉ

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre des problèmes portant sur la probabilité d'un événement ou sur une combinaison d'événements à l'aide de l'espace des échantillons.
- résoudre à l'aide de l'analyse combinatoire des problèmes portant sur la probabilité d'un événement.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Résolution de problèmes à l'aide de l'espace des échantillons

- ▶ décrire des exemples, incluant des problèmes tirés de diverses applications, qui démontrent la variation des résultats d'une expérience d'événements aléatoires (p. ex. aiguille d'une roulette, sac des billes de différentes couleurs, dés) et expliquer comment les probabilités servent à mesurer la vraisemblance d'un résultat dans certaines circonstances.
- ▶ décrire et représenter l'espace des échantillons discrets comme un ensemble de tous les résultats possibles, et décrire et représenter un événement comme un sous-ensemble de l'espace des échantillons ou comme un ensemble de résultats possibles.
- ▶ déterminer la probabilité théorique, c.-à-d. une valeur entre 0 et 1, pour chaque résultat de l'espace des échantillons discrets, $P(A)$, où A est un événement possible (p. ex. tous les résultats possibles lorsqu'on lance un dé ont la même probabilité) et reconnaître que la somme de toutes les probabilités est égale à 1.

Problème modèle : Une expérience consiste à lancer deux dés et à noter la somme des faces supérieures. Calculer la probabilité théorique de chaque résultat possible et vérifier que la somme de ces probabilités est 1.
- ▶ déterminer par exploration l'effet du nombre d'essais de l'expérience sur l'approximation de la probabilité du résultat, et reconnaître que cet effet est celui de la loi des grands nombres.

Problème modèle : Calculer la probabilité théorique d'obtenir un 2 lorsqu'un dé est lancé. Effectuer une simulation pour déterminer la probabilité expérimentale d'obtenir un 2 après 10, 20, 50, 100 et 1000 lancers du dé. Représenter graphiquement les probabilités expérimentales pour différents nombres de lancers et noter les tendances.

- ▶ décrire et comparer des événements indépendants, dépendants, incompatibles et conditionnels à un autre événement. Résoudre des problèmes de probabilités connexes [p. ex. $P(A)$, $P(\sim A)$, $P(A \text{ et } B)$, $P(A \text{ ou } B)$, $P(B|A)$] en utilisant une variété de stratégies (p. ex. diagramme de Venn, tableau, liste, arbre de dénombrement, formule).

Résolution de problèmes à l'aide de l'analyse combinatoire

- ▶ reconnaître les permutations et les combinaisons comme étant des stratégies de dénombrement ayant certains avantages par rapport à d'autres stratégies (p. ex. tableau, arbre de dénombrement ou diagramme de Venn), distinguer l'utilisation d'arrangements de celle de combinaisons (p. ex. l'ordre est-il important ou non?) et établir des liens entre les combinaisons et les arrangements d'objets.

Problème modèle : Une organisation composée de 10 membres étudie deux modèles de leadership. Le premier est un comité directeur de 4 membres. Le second, un comité exécutif composé de 4 personnes (présidence, vice-présidence, secrétariat-trésorerie). Déterminer

le nombre de façons de choisir le comité directeur et le nombre de façons de choisir le comité exécutif. Quel lien existe-t-il entre les calculs? Expliquer à l'aide des calculs, le lien entre les arrangements et les combinaisons.

- résoudre des problèmes simples de dénombrement à l'aide de permutations et de combinaisons où tous les éléments sont distincts et exprimer la solution à l'aide de symboles de l'analyse combinatoire (p. ex. $n!$, A_n^k , $P(n,k)$, $C(n,k)$, C_n^k , $\binom{n}{k}$).

Problème modèle : Sept personnes se présentent à une réunion d'affaires et se saluent par une poignée main. Chaque personne serre la main à toutes les autres personnes une seule fois. Déterminer, à l'aide des combinaisons, le nombre total de poignées de main et vérifier le résultat à l'aide d'une autre stratégie.

- résoudre de simples problèmes de dénombrement à l'aide du principe d'addition des probabilités (p. ex. de combien de façons peut-on choisir 2 garçons ou 2 filles parmi un groupe

de 4 garçons et 5 filles?) ou du principe de multiplication des probabilités (p. ex. de combien de façons peut-on choisir 2 garçons et 2 filles parmi un groupe de 4 garçons et 5 filles?).

- établir, par exploration, les liens entre les coefficients du triangle de Pascal et les combinaisons.

Problème modèle : L'école de Zaria est située à 5 rues à l'ouest et à 3 rues au sud de chez elle. Elle se rend à pied de chez elle à l'école en se dirigeant vers l'ouest ou le sud à chaque intersection. Déterminer combien d'itinéraires sont possibles :

- 1) en ayant recours au triangle de Pascal;
- 2) à l'aide d'arrangements ou de combinaisons.

- résoudre, à l'aide des principes de dénombrement, des problèmes de probabilité concernant des événements équiprobables.

Problème modèle : Déterminer et comparer la probabilité d'obtenir 2 billes rouges d'un sac contenant 4 billes rouges, 4 billes vertes et 4 billes bleues lorsqu'on prend deux billes du sac et qu'on ne les remet pas, et comparer cette probabilité à celle obtenue si on remet la première bille dans le sac.

DISTRIBUTION DES PROBABILITÉS

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension de la distribution de probabilités discrètes et de ses représentations numérique, graphique et algébrique, et résoudre ainsi des problèmes provenant de diverses applications.
- démontrer une compréhension de la distribution de probabilités continues, décrire les caractéristiques principales d'une distribution normale et résoudre des problèmes associés provenant d'applications diverses.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Distribution des probabilités de variables aléatoires discrètes

- ▶ reconnaître et identifier une variable aléatoire discrète, c.-à-d. une variable aléatoire qui produit une valeur unique pour chaque élément de l'espace des échantillons, générer une distribution de probabilité – c.-à-d. une fonction qui, à chaque valeur de la variable aléatoire x , associe une probabilité $P(x)$ – en calculant les probabilités associées à chaque valeur de la variable aléatoire, à l'aide ou non d'outils technologiques, et représenter numériquement la distribution des probabilités avec une table de valeurs.

- ▶ calculer l'espérance mathématique d'une distribution des probabilités, c.-à-d. $\sum (X) = \sum xP(x)$, interpréter cette espérance pour des applications diverses et établir des liens entre cette espérance et la moyenne pondérée des valeurs d'une variable aléatoire discrète.

Problème modèle : Parmi six boîtes, trois contiennent 1 \$, deux contiennent 1 000 \$, et une contient 100 000 \$. Représenter l'histogramme des probabilités. Déterminer l'espérance mathématique et interpréter le résultat. Que devient cette espérance, si on ajoute 1 000 \$ dans chaque boîte ou si on multiplie le montant de chaque boîte par 10? Vérifier l'hypothèse.

- ▶ représenter graphiquement la distribution des probabilités à l'aide d'un histogramme des probabilités, c.-à-d. un histogramme dont chaque rectangle a une largeur de 1, est centré

sur la valeur de la variable aléatoire discrète et dont la hauteur est égale à la probabilité associée à la valeur de la variable aléatoire, et établir les liens entre l'histogramme des fréquences et l'histogramme des probabilités (p. ex. comparer la forme des graphiques).

Problème modèle : On lance deux dés et on note la somme des deux faces supérieures des dés. Identifier les valeurs possibles de la variable aléatoire discrète et générer l'histogramme connexe des probabilités. Déterminer l'aire totale des rectangles de l'histogramme et justifier le résultat.

- ▶ reconnaître, pour une variable aléatoire, les conditions donnant lieu à une distribution binomiale (p. ex. des essais répétitifs et indépendants), calculer la probabilité associée à chaque valeur de la variable aléatoire, représenter les valeurs numériquement par une table et graphiquement par un histogramme des probabilités, et faire des liens avec sa représentation algébrique, c.-à-d. $P(x) = C(n, x)p^x(1-p)^{n-x}$.

Problème modèle : Une entreprise qui produit des ampoules électriques a établi que 0,5 % de ses ampoules sont défectueuses. Calculer et représenter graphiquement la probabilité de la variable aléatoire représentant le nombre d'ampoules défectueuses possibles dans un ensemble de 4 ampoules.

- ▶ reconnaître, pour une variable aléatoire, les conditions produisant une distribution hypergéométrique (p. ex. événements dépendants),

calculer la probabilité associée à chaque valeur de la variable aléatoire, et représenter numériquement la distribution des probabilités à l'aide d'une table de valeurs et graphiquement à l'aide d'un histogramme des probabilités.

- ▶ comparer, à l'aide d'outils technologiques, numériquement et graphiquement les représentations de distributions des probabilités d'une variable aléatoire discrète (p. ex. comparer les distributions binomiales pour la même variable aléatoire si l'on augmente le nombre d'essais; comparer l'allure de la distribution hypergéométrique à celle de la distribution binomiale).

Problème modèle : Une boîte contient 52 jetons dont 12 rouges et 40 bleus. Comparer les distributions de probabilités si on retire 5 fois un jeton de la boîte selon que l'on remplace chaque fois le jeton dans la boîte ou que l'on ne l'y remplace pas.

- ▶ résoudre des problèmes, y compris ceux tirés d'applications, faisant appel aux distributions de probabilités (p. ex. uniforme, hypergéométrique, binomiale).

Problème modèle : La probabilité qu'une personne d'affaires annule sa réservation à l'hôtel Place Pascal est d'environ 8 %. Générer et représenter graphiquement la distribution des probabilités pour la variable aléatoire discrète représentant le nombre de gens d'affaires qui annulent leur réservation si l'hôtel compte 10 réservations. Utiliser cette distribution des probabilités pour déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 4 annulations sur 10 réservations.

Distribution de probabilité de variables aléatoires continues

- ▶ reconnaître et identifier une variable aléatoire continue, c.-à-d. une variable aléatoire pouvant prendre toutes les valeurs d'un nombre infini d'événements possibles dans un espace des échantillons continus (p. ex. les données recueillies lors d'une étude médicale en fonction du sexe d'une personne représentent une variable discrète tandis que celles recueillies en fonction de la pression artérielle représentent une variable continue), distinguer entre des situations qui donnent lieu à des distributions de fréquences de variables aléatoires discrètes (p. ex. dénombrer les résultats possibles lorsqu'on lance trois pièces de monnaie) et celles donnant lieu à des distributions de

fréquence de variables aléatoires continues (p. ex. mesurer la distance à laquelle on peut lancer une balle).

- ▶ calculer l'écart type des valeurs de la variable aléatoire continue pour une distribution de probabilité, reconnaître que le résultat représente la variabilité de la variable aléatoire et interpréter l'écart type pour des applications tirées de diverses applications.

- ▶ représenter, à l'aide d'intervalles, les valeurs d'une variable aléatoire continue de manière numérique à l'aide d'un tableau de fréquences et de manière graphique par un histogramme de fréquences et un polygone de fréquences, reconnaître que le polygone de fréquences est une approximation de la distribution des fréquences, et déterminer et comparer l'efficacité de ce polygone de fréquences pour plusieurs intervalles, par exploration à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ reconnaître que la distribution normale est couramment utilisée pour modéliser des distributions de fréquences et de probabilités de variables aléatoires continues et décrire des propriétés de la distribution normale (p. ex. la courbe a une valeur centrale; la courbe avec un maximum est symétrique par rapport à la moyenne; la moyenne, le mode et la médiane sont d'habitude égales; 68 % de la population se situent à moins d'un écart type de la moyenne et 95 % de la population se situent à deux écarts types ou moins de la moyenne) et décrire des situations qui peuvent être modélisées à l'aide de la distribution normale [p. ex. la masse (le poids) à la naissance des garçons et des filles, le revenu familial dans une région].

- ▶ établir par exploration, à l'aide d'un logiciel d'analyse statistique dynamique, les liens entre la distribution normale et les distributions binomiale et hypergéométrique des valeurs croissantes des essais (p. ex. reconnaître que la forme de la distribution hypergéométrique représentant le nombre de garçons siégeant à un comité choisi parmi 100 personnes, ressemble d'avantage à une distribution normale au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de personnes siégeant au comité).

Problème modèle : Expliquer pourquoi l'aire totale de l'histogramme des probabilités d'une distribution binomiale permet de prédire l'aire sous la courbe de distribution normale des probabilités.

- ▶ reconnaître la cote Z comme étant le nombre d'écart type de la moyenne à une valeur d'une variable aléatoire continue, et résoudre, à l'aide de divers outils et stratégies, des problèmes tirés d'applications de la vie courante.

Problème modèle : Sachant que la hauteur d'érables de 16 mois est distribuée normalement, que la hauteur moyenne est de 32 cm et que l'écart type est de 10,2 cm, quelle est la probabilité que la hauteur d'un érable choisi au hasard se situe entre 24,0 et 38,0 cm?

GESTION DES DONNÉES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension du rôle des données dans des études statistiques et de la variabilité inhérente aux données, et distinguer les différents types de données.
- décrire les caractéristiques d'un bon échantillon, des techniques standard pour la collecte de données, des principes de cueillette de données primaires, effectuer une collecte de données et organiser les données obtenues pour résoudre un problème.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Compréhension de concepts se rapportant aux données

- ▶ reconnaître et décrire le rôle des données dans des études statistiques (p. ex. l'utilisation des techniques statistiques pour extraire des renseignements d'une relation de données), décrire des exemples d'applications d'études statistiques (p. ex. recherches médicales, décisions politiques, recherche de marché) et reconnaître que certaines conclusions tirées d'une étude statistique de la même relation peuvent se contredire (p. ex. l'efficacité des mesures répressives dans la réduction de la criminalité).
- ▶ reconnaître et expliquer la variabilité inhérente aux données (p. ex. une expérience ou un sondage génère des résultats différents selon les échantillons, l'existence d'erreurs de mesures incontrôlables, une variation des conditions dans lesquelles l'expérience est effectuée) et distinguer entre des situations à une seule variable et des situations à plusieurs variables.

Problème modèle : À partir de la banque de données du site *Web Recensement à l'école*, au www.recensementecole.ca sous la rubrique Données et résultats, choisir de façon aléatoire des échantillons de tailles différentes, mais toujours croissantes, pour une variable quelconque (p. ex. le pourcentage d'élèves qui ne fument pas ou qui vont à pied à l'école, la taille moyenne d'un enfant de douze ans), et noter la convergence du taux de fumeurs vers la moyenne nationale de ce taux, au fur et à mesure de l'augmentation de la taille de l'échantillon.

- ▶ reconnaître les différences entre divers types de données statistiques, c.-à-d. qualitatif et quantitatif, catégorique et ordinal, les données à l'état brut, données regroupées, données primaires et données secondaires, données recueillies de façon expérimentale ou par observation, micro-données et agrégats de données globales avec exemples (p. ex. distinguer entre les données recueillies de façon expérimentale lorsqu'on mesure l'efficacité d'un traitement médical et celles obtenues par observation lors de l'étude de la relation entre l'obésité et le diabète de type 2).

Collecte de données et dépouillement

- ▶ expliquer la distinction entre les termes *population* et *échantillon*, décrire les caractéristiques d'un bon échantillon pour la collecte de données, décrire et comparer des techniques d'échantillonnage (p. ex. échantillonnage simple aléatoire, stratifié, systématique, par grappe), et déterminer l'utilisation appropriée de chaque technique.
- ▶ décrire comment les résultats d'une étude peuvent varier selon l'utilisation d'un échantillonnage avec un préjugé (préjugés des réponses, mesure biaisée, biais des non-répondants, biais d'échantillonnage) ou l'utilisation d'échantillonnage non aléatoire.
- ▶ déterminer et décrire les principes de techniques expérimentales pour la collecte de données primaires (p. ex. le besoin de reproduire l'étude avec fiabilité, le besoin de répartition aléatoire

lors de la cueillette de données par observation) et les critères à considérer pour collecter des données primaires fiables (p. ex. justesse des questions du sondage, sources possibles de préjugés, taille de l'échantillon).

- ▶ décrire les caractéristiques d'un sondage efficace (p. ex. en tenant compte de l'éthique sociale, du droit à la vie privée, de l'honnêteté des répondants et des différents préjugés possibles) et préparer un questionnaire (p. ex. déterminer s'il existe une relation entre l'âge d'une personne et le nombre d'heures passées sur Internet; entre le nombre d'heures consacrées à l'étude et la note obtenue à un examen; entre le salaire d'une personne et son niveau de scolarisation) ou des expériences (p. ex. des activités de mesure) pour la cueillette de données.

Problème modèle : Indiquer des exemples de préoccupations pouvant être soulevées à la suite d'une révision, en tenant compte de l'éthique sociale, de sondages dans votre école.

- ▶ recueillir et dépouiller des données de sources primaires suite à une expérience quelconque ou de sources secondaires (p. ex. importer des données de E-STAT ou d'autres bases de données, journaux, revues) et organiser les données ayant un ou plusieurs attributs (p. ex. classer une collection de cédéroms par artiste, par date de production ou par type de musique à l'aide d'un logiciel dynamique de statistiques ou d'un tableur dans le but de répondre à une question).

ANALYSE STATISTIQUE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- interpréter et analyser des données à une variable à l'aide de sommaires statistiques graphique et numérique.
- analyser et interpréter des données à deux variables à l'aide de sommaires statistiques sous forme numérique, graphique et algébrique.
- démontrer une compréhension des applications de la gestion des données provenant de plusieurs sources, y compris les médias et le marketing.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Analyse de données à une variable

- ▶ reconnaître que l'analyse de données à une variable implique la fréquence d'un attribut et déterminer, à l'aide d'outils technologiques, les mesures de statistiques pertinentes de données à une variable, c.-à-d. moyenne, médiane, mode et étendue, variance et écart type.
- ▶ déterminer, à l'aide de son rang quartile ou centile et de sa cote Z , la position d'une donnée par rapport aux autres données d'un ensemble, se servir de la distribution normale pour modéliser des données à une variable et reconnaître ces procédés comme des stratégies pour l'analyse de données à une variable.
- ▶ générer à l'aide d'outils technologiques, des diagrammes représentatifs et pertinents de données à une variable (p. ex. diagramme circulaire, diagramme à bandes, diagramme à bâtons, histogramme, diagramme à tiges et feuilles, diagramme à surface) selon le type de données fournies (p. ex. par catégorie, ordinal, quantitatif).
- ▶ interpréter, pour une distribution normale d'une population, le sens d'un énoncé décrivant la marge d'erreur et le niveau de confiance (p. ex. des statistiques comportant une marge d'erreur de 3 %, 19 fois sur 20) et établir des liens par exploration, à l'aide d'outils technologiques, entre la taille de l'échantillon, la marge d'erreur et le niveau de confiance (p. ex. plus la taille est élevée, plus le niveau de confiance est élevé pour une marge d'erreur donnée).

Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques et des données de recensement de Statistique Canada, la taille minimale d'un échantillon de sorte que la moyenne de l'échantillon se situe à 3 % ou moins de la moyenne de la population 95 % du temps, c.-à-d. 19 fois sur 20.

- ▶ interpréter des sommaires statistiques (p. ex. graphiques, numériques) pour décrire les caractéristiques d'une distribution de données à une variable et comparer deux distributions de données à une variable (p. ex. comparer la taille de différents types de truite, comparer le salaire annuel au Canada à celui d'un pays du tiers-monde), décrire comment une présentation de sommaires statistiques (p. ex. graphiques, mesures de tendance centrale) peut mener à une fausse interprétation, et énoncer et justifier, oralement et par écrit, des inférences tirées de sommaires de données à une variable.

Analyse de données à deux variables

- ▶ reconnaître que l'analyse de données à deux variables implique une relation entre les deux attributs, reconnaître le coefficient de corrélation comme une mesure qui permet d'évaluer la pertinence d'une relation linéaire pour modéliser le lien entre les deux variables et déterminer, à l'aide d'outils technologiques, les sommaires numériques pertinents (tables de sommaires comme tables de contingence; coefficient de corrélation).

- ▶ reconnaître et distinguer les différents types de relation entre deux variables possédant une corrélation mathématique (p. ex. la relation de cause à effet entre l'âge de l'arbre et son diamètre, la cause commune entre la vente de la crème glacée et les feux de forêt dans une année, le lien accidentel entre l'indice des prix à la consommation et le nombre de planètes connues).
- ▶ générer, à l'aide d'outils technologiques, les représentations graphiques pertinentes de données à deux variables (p. ex. nuage de points, diagrammes à surface côte à côte) selon le type de données (p. ex. catégorie, ordinal, quantitatif).
- ▶ déterminer, à l'aide de la régression linéaire en utilisant des outils technologiques, l'équation d'une droite modélisant adéquatement une relation entre les données de deux variables, déterminer l'ajustement d'un point particulier au modèle (p. ex. à l'aide des résiduels de valeurs aberrantes) et reconnaître ces processus comme des stratégies d'analyse de données à deux variables.
- ▶ interpréter des sommaires statistiques (p. ex. nuage de points, équation) pour décrire les caractéristiques de données à deux variables et comparer deux distributions reliées de données à deux variables (p. ex. comparer le lien entre les notes d'un cours de français de 12^e année et celles d'un cours de mathématiques de 12^e année et le lien entre les notes d'un cours de sciences de 12^e année et celles d'un cours de mathématiques de 12^e année), décrire comment une présentation de sommaires statistiques (p. ex. les graphiques, le modèle linéaire) peut mener à une fausse interprétation, et énoncer et justifier, oralement et par écrit, des inférences tirées de sommaire de données à deux variables.

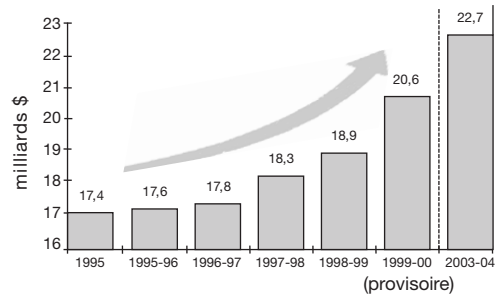
Évaluation de la validité

- ▶ interpréter d'anciennes statistiques retrouvées dans les médias (p. ex. un rapport émanant des Nations Unies indique que 2 % de la population possède la moitié de la richesse mondiale tandis que la moitié de la population ne possède que 1 % de la richesse mondiale) et expliquer comment les médias et le domaine de la publicité utilisent parfois les statistiques dans le but de

présenter un point de vue quelconque (p. ex. graphique accentuant une augmentation des ventes d'un produit), tirer une conclusion à partir d'une faible corrélation et supposer une relation cause à effet.

- ▶ évaluer la validité des conclusions d'une enquête en analysant la source des données (p. ex. données tirées d'un site Web, méthode de collecte), les origines des préjugés possibles (p. ex. préjugés dans la formulation de la question, méthode de sélection de l'échantillon, taille de l'échantillon, taux de participation) et l'utilisation des mesures statistiques (numériques ou graphiques).

Problème modèle : La une du journal affichant le graphique ci-dessous indique « Croissance énorme des profits ». Indiquer les différentes raisons pour lesquelles ceci peut être vrai ou faux.



- ▶ effectuer une collecte d'informations se rapportant aux différents emplois et professions utilisant la gestion des données (p. ex. actuaire, statisticien, analyste financier) et identifier des programmes universitaires qui poursuivent ces applications.

PROJET D'ENVERGURE EN GESTION DES DONNÉES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- concevoir et réaliser un projet d'envergure sur un sujet d'intérêt permettant d'intégrer les attentes du cours.
- présenter un projet à un auditoire et faire une critique constructive des projets des autres élèves.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Conception et réalisation d'un projet

- ▶ formuler un problème d'envergure comportant l'organisation et l'analyse d'une grande quantité de données (p. ex. données secondaires provenant d'une source fiable telle que E-STAT, données primaires recueillies d'un jeu de hasard élaboré par un élève) et en effectuer une analyse documentaire du problème à l'étude.
- ▶ élaborer un plan pour l'étude du problème (p. ex. identifier les variables et la population, établir les méthodes servant à la collecte de données primaire ou secondaire, à la taille de l'échantillon, à la gestion des données, à leur analyse et aux causes possibles de biais).
- ▶ recueillir des données portant sur le problème étudié, organiser les données à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. préparer la base de données, sélectionner les intervalles).
- ▶ interpréter, analyser et résumer des données portant sur le problème étudié (p. ex. générer et interpréter des sommaires statistiques, générer un modèle de distribution des probabilités, calculer l'espérance mathématique d'une distribution des probabilités) à l'aide ou non d'outils technologiques.

- ▶ formuler des conclusions découlant de l'analyse des données portant sur le problème étudié (p. ex. déterminer si les données permettent d'obtenir une réponse au problème étudié), évaluer la force de l'argumentation (p. ex. conclusion avancée en raison de facteurs comme la taille de l'échantillon, le biais, la constance de l'espérance mathématique d'un jeu équitable) et suggérer d'autres projets faisant suite à cette étude.

Communication du projet

- ▶ rédiger un rapport clair, bien structuré et comportant les détails pertinents du projet.
- ▶ présenter, à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. logiciel de présentation), un sommaire du projet à un auditoire composé de vos paires de la classe, selon des critères établis comme la durée de la présentation.
- ▶ rétroagir avec son auditoire et justifier ses réponses par un raisonnement mathématique.
- ▶ faire une critique constructive des projets présentés par d'autres élèves.

Fonctions avancées, 12^e année

Cours préuniversitaire

MHF4U

Ce cours permet à l'élève d'approfondir sa compréhension des fonctions. L'élève explore et applique les propriétés de fonctions exponentielles, logarithmiques, trigonométriques, polynômes et rationnelles. L'élève approfondit sa compréhension des mathématiques relativement aux taux de variation et accroît sa compréhension des caractéristiques des fonctions en les appliquant à divers problèmes. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique. Ce cours intéresse particulièrement l'élève qui cherche à consolider sa compréhension des mathématiques avant d'entreprendre des études universitaires ou qui désire s'inscrire à des cours de mathématiques à l'université.

Préalable : Fonctions, 11^e année, cours préuniversitaire ou Mathématiques de la technologie au collège, 12^e année, cours précollégial

Remarque : Les élèves pourront suivre d'abord le cours Fonctions avancées de 12^e année puis celui Calcul différentiel et vecteurs de 12^e année ou suivre concurremment ces deux cours de 12^e année.

FONCTIONS EXPONENTIELLE ET LOGARITHMIQUE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension des liens entre les expressions exponentielle et logarithmique et appliquer les lois des logarithmes.
- décrire des caractéristiques principales des fonctions logarithmiques et résoudre graphiquement des problèmes.
- résoudre algébriquement des problèmes comportant de simples équations exponentielle et logarithmique y compris des problèmes tirés de diverses applications.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Liens entre les expressions exponentielle et logarithmique

- ▶ établir le lien entre le logarithme d'un nombre et l'expression exponentielle correspondante; le logarithme d'un nombre donné est l'exposant dont il faut affecter la base logarithmique pour obtenir le nombre donné (p. ex. $\log_2 8 = 3$ puisque $2^3 = 8$).

Problème modèle : Pourquoi n'est-il pas possible de déterminer $\log_4 0$? Expliquer le raisonnement.

- ▶ évaluer des expressions logarithmiques simples en établissant le lien entre le logarithme d'un nombre et l'expression exponentielle correspondante (p. ex. pour évaluer l'expression $\log_5 125$, il suffit de déterminer l'exposant de l'équation $5^x = 125$).
- ▶ estimer et évaluer, à l'aide d'une calculatrice, des expressions logarithmiques en utilisant des expressions exponentielles réciproques (p. ex. la valeur de $\log_3 29$ se situe entre 3 et 4, mais plus près de 3. On estime la valeur comme étant 3,1 et on vérifie la valeur de $3^{3,1}$ à l'aide d'une calculatrice. Cette valeur étant de 30,13, on réajuste l'estimation à 3,07).
- ▶ établir les liens entre les lois des exposants et les lois des logarithmes [p. ex. à l'aide de l'énoncé $10^{a+b} = 10^a \times 10^b$, déduire que $\log_{10} x + \log_{10} y = \log_{10}(xy)$], vérifier les lois des logarithmes à l'aide ou non d'outils

technologiques (p. ex. évaluer l'expression $\log_2 64 - \log_2 4$ et comparer le résultat à la valeur de $\log_2 16$) et à l'aide de ces lois, simplifier et évaluer des expressions logarithmiques (p. ex. évaluer $\log_2 72 - 2 \log_2 3$).

Liens entre les représentations graphique et algébrique de fonctions logarithmiques

- ▶ reconnaître que la fonction logarithmique $f(x) = \log_b x$, $b > 0$ et $b \neq 1$ est la fonction réciproque de la fonction exponentielle $f(x) = b^x$, $b > 0$ et $b \neq 1$.
 - ▶ comparer, à l'aide d'outils technologiques, les caractéristiques principales des graphiques de fonctions exponentielle et logarithmique (p. ex. domaine, image, coordonnées à l'origine, intervalles de croissance et de décroissance, asymptotes).
- Problème modèle :** Déterminer pourquoi la réciproque d'une fonction exponentielle reste une fonction.
- ▶ comparer les caractéristiques principales des graphiques de fonctions logarithmiques simples (p. ex. graphiques des fonctions $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \log_4 x$, $h(x) = \log_8 x$).
 - ▶ démontrer, à l'aide d'outils technologiques, l'effet sur le graphique de la variation d'un des paramètres c ou d de l'équation de la fonction

définie par $f(x) = \log_{10}(x - c) + d$ et l'effet sur le graphique de la variation d'un des paramètres a ou k de l'équation de la fonction définie par $f(x) = a \log_{10}(kx)$; décrire son effet, à l'aide de transformations sur le graphique de $f(x) = \log_{10} x$, c.-à-d. translations, symétries par rapport aux axes, agrandissement et rétrécissement horizontaux et verticaux.

Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques, les graphiques respectifs de $f(x) = \log_{10}(x) + d$, $f(x) = \log_{10}(x - c)$, $f(x) = a \log_{10} x$ et de $f(x) = \log_{10} kx$ pour différentes valeurs de a , c , d et k . Décrire l'effet de ces paramètres en termes de transformation de la fonction $f(x) = \log_{10} x$.

- ▶ formuler et résoudre des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une fonction exponentielle ou logarithmique à l'aide d'une représentation graphique donnée ou à l'aide de celle de la fonction modélisant l'application (p. ex. croissance et décroissance exponentielles, échelle de Richter, échelle du pH, échelle des décibels).

Résolution d'équations exponentielles et d'équations logarithmiques

- ▶ reconnaître des expressions algébriques équivalentes comportant des logarithmes et des exposants, et les simplifier.

Problème modèle : Esquisser les graphiques des fonctions $f(x) = \log_{10} 100x$ et $g(x) = 2 + \log_{10} x$, et établir graphiquement et algébriquement le lien entre ces deux fonctions.

- ▶ résoudre des équations exponentielles à l'aide d'une base commune pour écrire les puissances (p. ex. résoudre l'équation $4^x = 8^{x+3}$, en exprimant chaque côté de l'équation en base 2) et à l'aide de logarithmes (p. ex. résoudre $4^x = 8^{x+3}$ en exprimant chaque côté en termes du logarithme de base 2).

Problème modèle : Résoudre les équations suivantes $300(1,05)^n = 600$ et $2^{x+2} - 2^x = 12$ en exprimant chaque équation en termes d'une base commune ou à l'aide de logarithmes, et justifier votre choix pour chaque équation.

- ▶ résoudre algébriquement une équation logarithmique en l'exprimant sous sa forme exponentielle équivalente (p. ex. $\log_3(5x + 6) = 2$, $\log_{10} 2 + \log_{10}(x + 1) = 1$).
- ▶ formuler et résoudre algébriquement des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une fonction exponentielle ou logarithmique.

FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension de la mesure en radians et déterminer les rapports trigonométriques d'angles exprimés en radians.
- démontrer une compréhension des liens entre les fonctions trigonométriques et leurs représentations graphiques.
- résoudre des équations trigonométriques et démontrer des identités trigonométriques.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Définition du radian et calcul de rapports trigonométriques d'angles exprimés en radians

- ▶ définir un radian, soit une unité de mesure d'angle, comme étant la mesure d'un angle au centre sous-tendu par un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle, et établir la relation entre le degré et le radian.
- ▶ exprimer des mesures d'angles en radians sous la forme exacte en termes de π , (p. ex. $\frac{\pi}{3}$ rad, 2π rad) et sous la forme approximative d'un nombre rationnel (p. ex. 1,05 rad, 6,28 rad).
- ▶ déterminer, sans l'aide d'outils technologiques, les valeurs exactes de rapports trigonométriques, c.-à-d. sinus, cosinus et tangente, et leurs rapports inverses, c.-à-d. cosécante, sécante et cotangente d'angles remarquables $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$, et déterminer leurs multiples inférieurs ou égaux à 2π .
- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, les rapports trigonométriques d'angles exprimés en radians.

Compréhension et représentations graphiques de fonctions trigonométriques

- ▶ tracer le graphique des fonctions trigonométriques sinus et cosinus pour des angles exprimés en radians et déterminer et décrire, en radians, les caractéristiques principales des graphiques.
- ▶ établir des liens entre le rapport tangente et la fonction tangente en représentant graphiquement le lien entre des angles exprimés en radians et le rapport tangente de ces angles, définir cette relation comme $f(x) = \tan x$ et décrire les caractéristiques principales de cette fonction.
- ▶ représenter graphiquement, à l'aide d'outils technologiques, les inverses des fonctions trigonométriques, c.-à-d. cosécante, sécante, cotangente, pour des angles exprimés en radians, déterminer et décrire leurs caractéristiques principales (p. ex. domaine, image, période), identifier et expliquer l'occurrence d'asymptotes et reconnaître la notation utilisée pour représenter la fonction inverse, c.-à-d. que l'inverse de $f(x) = \sin x$ est $\csc x$ ou $\frac{1}{f(x)}$ ou $\frac{1}{\sin x}$ et non pas $f^{-1}(x)$ ni $\sin^{-1} x$, (fonction réciproque de $\sin x$).

- ▶ esquisser les graphiques de $y = a \sin k(x - c) + d$ et $y = a \cos k(x - c) + d$ en appliquant des transformations au graphique de $f(x) = \sin x$ et de $f(x) = \cos x$ pour des angles exprimés en radians, et indiquer le domaine et l'image de la transformée.

Problème modèle : Esquisser le graphique de la fonction $f(x) = 3 \cos 2x - 1$ en appliquant les transformations au graphique de $f(x) = \cos x$ et indiquer le domaine et l'image de chacune des fonctions.

- ▶ déterminer l'amplitude, la période, le déphasage, le domaine et l'image des fonctions sinusoïdales définies par $f(x) = a \sin k(x - c) + d$ ou par $f(x) = a \cos k(x - c) + d$ pour des angles exprimés en radians, c.-à-d. pour la fonction $f(x) = 2 \sin 3(x - 2) + 4$ dont l'amplitude est 2, la période $\frac{2\pi}{3}$, le déphasage +2 et le déplacement vertical 4.
- ▶ déterminer l'équation d'une fonction sinusoïdale à partir de caractéristiques données explicitement ou graphiquement pour des angles exprimés en radians.

Problème modèle : Déterminer de deux façons différentes, l'équation d'une fonction sinusoïdale ayant une période π , une amplitude 2 et un point maximum (0,3).

- ▶ formuler et résoudre des problèmes tirés de diverses applications (p. ex. changements saisonniers de la température, hauteurs des marées, nombre d'heures de lumière dans une journée, déplacements d'un pendule oscillant) pouvant être modélisées par une fonction sinusoïdale pour des angles exprimés en radians ou à l'aide de la représentation graphique donnée ou obtenue à l'aide d'outils technologiques.

Problème modèle : La population P de chouettes (prédateur) dans une région est modélisée par la fonction $P(t) = 1\,000 + 100 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right)$ où t représente le temps en mois. La population p de souris dans la même région est modélisée par la fonction $p(t) = 20\,000 + 4\,000 \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$ où t représente aussi le temps en mois. Esquisser les graphiques de ces fonctions et poser et résoudre des problèmes associés à la relation entre ces deux populations en fonction du temps.

Résolution et identité d'équations trigonométriques

- ▶ reconnaître l'équivalence d'expressions trigonométriques [p. ex. reconnaître, à l'aide de triangles rectangles, l'équivalence des expressions trigonométriques $\sin x$ et $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ et à l'aide de transformations que $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin x$ sont des expressions équivalentes] et vérifier graphiquement cette équivalence à l'aide d'outils technologiques.
- ▶ étudier le développement algébrique de formules simples d'angles composés [p. ex. vérifier des formules à l'aide d'exemples numériques et d'outils technologiques, et observer le développement algébrique (les élèves n'ont pas à reproduire le développement des formules pour le cas général)] et utiliser les formules pour déterminer la valeur exacte d'un rapport trigonométrique [p. ex. déterminer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$ à l'aide des angles remarquables en l'exprimant comme $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)$].

- ▶ démontrer des identités trigonométriques à l'aide de différentes relations trigonométriques (p. ex. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, fonctions inverses, formules simples d'angles composés).

Problème modèle : Démontrer l'identité $2 \tan x \cos x = \sec x \sin 2x$.

- ▶ résoudre des équations trigonométriques de forme d'équations du premier et du second degré, à l'aide ou non d'outils technologiques.

Problème modèle : Résoudre les équations suivantes pour des valeurs du domaine entre 0 et 2π , et vérifier la solution en traçant les graphiques des fonctions correspondantes à $2 \sin x + 1 = 0$, $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$, $\sin x = \cos 2x$ et à $\sin 3x = 2$.

FONCTIONS POLYNÔME ET RATIONNELLE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- identifier et décrire les caractéristiques principales des fonctions polynômes et établir des liens entre les représentations numérique, graphique et algébrique de ces fonctions.
- identifier et décrire les caractéristiques principales des fonctions rationnelles et les représenter graphiquement.
- résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des équations polynôme et rationnelle.
- résoudre des inéquations polynôme et rationnelle.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Caractéristiques des fonctions polynômes et liens entre leurs différentes représentations

- ▶ reconnaître une expression polynomiale, c.-à-d. une somme algébrique de puissances entières et positives d'une variable dont les coefficients sont des nombres réels (p. ex. $x^3 - 5x^2 + 2x - 1$), vérifier qu'une relation polynôme est une fonction (p. ex. on montre que $y = x^3 - 5x^2 + 2x - 1$ définit la fonction $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x - 1$ en représentant graphiquement différentes relations polynômes et en vérifiant qu'à chaque valeur de x ne correspond qu'une seule valeur de y) et reconnaître les fonctions affine et du second degré comme des fonctions polynômes.

- ▶ comparer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les représentations numérique, graphique et algébrique de fonctions affine, du second degré, cubique et quartique (p. ex. comparer les différences obtenues dans une table de valeurs, la variation du degré d'une fonction polynôme sur l'allure de son graphique et sur le nombre maximal d'abscisses à l'origine, la variation du signe du coefficient du terme ayant le plus grand exposant de la fonction dans le cas de très grandes ou de très petites valeurs de x).

Problème modèle : Explorer, à l'aide d'outils technologiques, le nombre maximal d'abscisses

à l'origine pour différents types de fonctions polynômes : affine, du second degré, cubique et quartique.

- ▶ décrire les caractéristiques principales de la représentation graphique des fonctions polynômes (p. ex. domaine et image, allure des graphiques, croissance ou décroissance de la fonction pour de très grandes ou de très petites valeurs de x).

Problème modèle : Décrire et comparer les caractéristiques principales des graphiques des fonctions $f(x) = x$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x^3$, $p(x) = x^3 + x^2$ et $k(x) = x^3 + x$.

- ▶ distinguer les fonctions polynômes des fonctions exponentielles et sinusoidales (p. ex. $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $f(x) = \sin x$, $f(x) = 2^x$) et comparer la variabilité de l'allure des graphiques de fonctions polynômes entre elles.

Problème modèle : comparer le comportement des fonctions polynômes, sinusoidales et exponentielles pour de très grandes ou de très petites valeurs de x .

- ▶ établir, à l'aide d'outils technologiques, des liens entre une fonction polynôme dont l'équation est présentée sous forme factorisée [p. ex. $f(x) = 2(x - 3)(x + 2)(x - 1)$] et les abscisses à l'origine de son graphique, esquisser le graphique de la fonction polynôme présentée

sous forme factorisée à l'aide de quelques caractéristiques (p. ex. les coordonnées à l'origine, l'allure du graphique pour de très grandes ou de très petites valeurs de x) et déterminer un maximum ou un minimum local.

Problème modèle : Comparer, à l'aide d'outils technologiques, l'allure des courbes représentatives des fonctions polynômes selon qu'un facteur est répété de manière paire ou impaire [p. ex. $f(x) = (x-2)(x-2)$, $f(x) = (x-2)(x-2)(x-3)$, $g(x) = (x-2)(x-2)(x-2)(x-3)$ ou $g(x) = (x-2)(x-2)(x-2)(x-2)(x-3)$]. À l'aide de vos observations, esquisser $f(x) = (x+1)(x+1)(x-3)(x-3)$ et vérifier à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, le rôle des paramètres a , c , d et k dans la représentation graphique de la fonction $y = af(k(x-c)) + d$ où $f(x)$ est une fonction polynôme simple comme $f(x) = x^3$ et $f(x) = x^4$ et décrire en termes de transformation, c.-à-d. translations horizontale et verticale, la symétrie par rapport à l'axe des x et l'axe des y , l'agrandissement vertical et horizontal et le rétrécissement vertical et horizontal.

Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques, le graphique de la fonction $y = 2(x-c)^3 + d$ pour différentes valeurs de c et de d , et décrire l'effet des modifications des paramètres c et d en termes de transformation.

- ▶ déterminer une fonction polynôme possédant des caractéristiques données (p. ex. degré du polynôme, coordonnées à l'origine, symétries apparentes du graphique, points sur le graphique), à l'aide de divers moyens (p. ex. abscisses à l'origine, différences successives), écrire l'équation possible satisfaisant aux caractéristiques données et l'ajuster par essais systématiques à l'aide d'outils technologiques.

Problème modèle : Déterminer deux fonctions polynômes possibles dont le degré est 3, l'ordonnée à l'origine 12 et une abscisse à l'origine 2.

- ▶ établir la relation entre la famille de fonctions polynômes dont les zéros réels sont les mêmes (en comptant la multiplicité) et l'équation représentant cette famille [p. ex. l'équation de la famille de fonctions polynômes du troisième degré, dont les zéros sont 5, -3 et -2 , est définie par l'équation $f(x) = k(x-5)(x+3)(x+2)$, $k \in \mathbb{R}$], et déterminer l'équation d'une fonction particulière de la famille lorsqu'une information supplémentaire est précisée [p. ex. le graphique de l'une des fonctions de la famille $f(x) = k(x-5)(x+3)(x+2)$ passe par le point $(-1,6)$].

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les caractéristiques de fonctions polynômes paire, impaire ou ni l'un ni l'autre [p. ex. une fonction $y = f(x)$ est paire si $f(-x) = f(x)$, impaire si $f(-x) = -f(x)$].

Problème modèle : Déterminer graphiquement, numériquement et algébriquement, à l'aide d'outils technologiques, les conditions pour lesquelles une fonction paire possède un nombre pair de zéros réels.

Caractéristiques et représentations graphiques des fonctions rationnelles

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques et de représentations graphiques de fonctions affine et du second degré, les caractéristiques principales de la fonction rationnelle $y = \frac{1}{f(x)}$ (p. ex. asymptotes horizontale et verticale, domaine, image, intervalles de valeurs positives, de valeurs négatives, intervalles de croissances et de décroissances) et établir les liens entre les représentations graphique et algébrique des fonctions $y = f(x)$ et $y = \frac{1}{f(x)}$.

Problème modèle : Déterminer, à l'aide du graphique de la fonction $f(x) = x^2 - 4$, les caractéristiques principales de sa fonction inverse $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ et en esquisser le graphique.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques, les caractéristiques principales (p. ex. asymptotes horizontale et verticale, domaine, image, intervalles de valeurs positives, de valeurs négatives, intervalles de croissances et de décroissances, coordonnées à l'origine) de la fonction rationnelle ayant un polynôme du premier degré au numérateur et au dénominateur, et établir les liens entre les représentations graphique et algébrique de ces fonctions rationnelles (p. ex. $f(x) = \frac{x-2}{5x+2}$ possède une asymptote horizontale $y = \frac{1}{5}$ et une asymptote verticale $x = -\frac{2}{5}$, son ordonnée à l'origine est $y = -1$ et son abscisse $x = 2$).

- ▶ esquisser le graphique d'une fonction rationnelle simple à l'aide des caractéristiques principales d'une fonction dont l'équation est connue.

Résolution graphique et algébrique d'équations polynôme et rationnelle

- ▶ démontrer, pour un polynôme de degré inférieur à cinq, une compréhension du théorème du reste (p. ex. déterminer si $x - 2$ et $x - 1$ sont des facteurs du polynôme $x^3 + x^2 - 2x - 8$) et du théorème des facteurs.

Problème modèle : Factoriser à l'aide du théorème des facteurs $x^3 + 2x^2 - x - 2$ et $x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 6x - 5$.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, et décrire le lien entre les abscisses à l'origine de la fonction polynôme et les valeurs des racines réelles de l'équation correspondante (p. ex. évaluer graphiquement les abscisses à l'origine de la fonction polynôme $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ pour déterminer les racines de l'équation $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$).

- ▶ déterminer, à l'aide de la factorisation (p. ex. factorisation par regroupement, théorème des facteurs), les racines réelles d'une équation polynôme de degré inférieur à cinq (p. ex. $2x^3 - 3x^2 - 8x + 12 = 0$) et les vérifier, à l'aide d'outils technologiques (p. ex. déterminer les zéros de la fonction $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$ en examinant la table de valeurs générée par des outils technologiques).

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, et décrire le lien entre les valeurs des racines réelles d'une équation rationnelle et les abscisses à l'origine de la fonction rationnelle correspondante (p. ex. la racine 2 de l'équation rationnelle $\frac{x-2}{x-3} = 0$ correspond à l'abscisse à l'origine de la fonction rationnelle $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ tandis qu'à l'équation rationnelle $\frac{1}{x-3} = 0$, qui n'a pas de racine, correspond la fonction rationnelle $f(x) = \frac{1}{x-3}$ qui n'a pas d'abscisse à l'ordonnée).

- ▶ résoudre algébriquement des équations rationnelles simples à une variable et vérifier graphiquement la solution à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ résoudre des problèmes reliés à des applications de fonctions et à des équations polynômes et rationnelles simples (p. ex. problèmes reliés au théorème des facteurs tels que déterminer les valeurs de k pour lesquelles $f(x) = x^3 + 6x^2 + kx - 4$ admet le même reste lorsque cette fonction est divisée par $x - 1$ ou $x + 2$).

Problème modèle : À l'aide de la division,

exprimer la fonction $\frac{x^2 + 3x - 5}{x - 1}$ comme étant

la somme d'une fonction polynôme p et d'une fonction rationnelle q de la forme $q(x) = \frac{A}{x - 1}$,

A étant une valeur constante déterminée lors de la division. Suggérer un lien entre la fonction donnée et la fonction polynôme pour une grande ou une petite valeur de x et vérifier à l'aide d'outils technologiques.

Résolution d'inéquations polynôme et rationnelle

- ▶ décrire pour une fonction polynôme et une fonction rationnelle simple et expliquer la différence entre la résolution d'équations polynômes à une variable $f(x) = 0$ et la résolution d'inéquations à une variable, et démontrer que les solutions obtenues sont des inégalités (p. ex. démontrer de façons numérique et graphique que la solution de l'inéquation

$$\frac{1}{x+1} < 5 \text{ est } x < -1 \text{ ou } x > \frac{-4}{5}.)$$

- ▶ résoudre, à l'aide de différentes stratégies, des inéquations du premier degré et des inéquations polynômes décomposables en facteurs (p. ex. $x^3 + x^2 > 0$) et représenter les solutions algébriquement ou sur une droite numérique (p. ex. pour résoudre l'inéquation $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$, à l'aide de la mise en facteurs, d'un graphique ou d'une table de valeurs, établir que les zéros de la fonction correspondante sont $-2, -1, 1$ et 2 , vérifier de façons numérique, algébrique ou graphique le signe de la fonction dans les intervalles ainsi formés et déterminer la solution, soit $-2 < x < -1$ et $1 < x < 2$).

- ▶ résoudre, à l'aide d'outils technologiques, des inéquations polynômes qui ne peuvent pas être facilement factorisées (p. ex. $x^4 - x^2 + 3x - 9 \geq 0$) et des inéquations rationnelles à l'aide de la représentation graphique des fonctions correspondantes (p. ex. pour la fonction, $f(x) = x^4 - x^2 + 3x - 9$, utiliser la calculatrice à affichage graphique ou un logiciel approprié pour identifier les intervalles situés au-dessus et au-dessous de l'axe des x).

CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONS

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension du taux de variation moyen d'une fonction pour un intervalle donné et du taux de variation instantané d'une fonction en un point.
- décrire les propriétés de fonctions résultantes de l'addition, la soustraction, la multiplication et la division de deux fonctions et de la fonction composée de deux fonctions, et résoudre des problèmes faisant appel à de telles fonctions.
- comparer les caractéristiques de fonctions et résoudre des problèmes en modélisant une situation et en raisonnant à l'aide de fonctions, y compris dans le cas de problèmes dont les solutions ne sont pas accessibles par les méthodes algébriques habituelles.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Taux de variation moyen et instantané

- ▶ identifier par exploration des applications tirées de la vie courante faisant appel au taux de variation et reconnaître qu'il existe différentes façons de représenter les taux de variation (p. ex. façons descriptive, algébrique, graphique et numérique à l'aide d'une table de valeurs).
- ▶ reconnaître que le taux de variation d'une fonction est la comparaison entre le changement de la variable dépendante et le changement de la variable indépendante, et distinguer les situations où le taux de variation est nul, constant ou variable en examinant des applications tirées de la vie courante (p. ex. taux de variation de l'aire d'un cercle lorsque le rayon augmente, vitesse du vol de croisière d'un avion, d'une voiture, taux d'inflation des coûts, vitesse de propagation d'une maladie contagieuse, vitesse d'un cycliste qui gravit une colline).

Problème modèle : Une culture bactérienne contient une population de 250 000 bactéries à 13 h, 500 000 à 15 h et 1 000 000 à 17 h. Associer la croissance de la population au taux de variation moyen de la population à chaque heure. Le taux de variation est-il constant? Justifier la réponse donnée.

- ▶ esquisser un graphique représentant une relation impliquant un taux de variation décrit dans un scénario quelconque.

Problème modèle : Lise se déplace en vélo à une vitesse constante sur un chemin plat. Elle ralentit en gravissant une côte. Au haut de la côte, le chemin est à nouveau plat et elle accélère pour reprendre sa vitesse de croisière initiale. Puis, en descendant la côte, elle accélère. Enfin se retrouvant à nouveau devant une côte, elle profite de sa vitesse et se laisse glisser sans pédaler jusqu'à l'arrêt complet (vitesse nulle). Esquisser le graphique de la vitesse de Lise en fonction du temps et le graphique montrant la variation du relief parcouru.

- ▶ calculer et interpréter des taux de variation moyens d'une fonction (p. ex. fonctions affine, du second degré, exponentielle et sinusoidale) à partir d'applications tirées de la vie courante (p. ex. domaine des sciences physiques, naturelles et sociales) selon différentes représentations des fonctions (p. ex. équation, table de valeurs, représentation graphique).

Problème modèle : Selon un démographe, la population P d'une ville pendant les 10 prochaines années est représentée par l'équation $P(t) = 200t^2 + 400t + 10\,000$ où t est le temps en années : $0 \leq t \leq 10$. Comparer le taux de variation moyen de la population des cinq premières

années à celui des cinq dernières années.
Quelles sont les implications de ces résultats pour les planificateurs de la ville?

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide de différentes représentations des relations (p. ex. table de valeurs, logiciels de graphiques) la valeur approximative des taux de variation instantanés à partir d'applications tirées de la vie courante (p. ex. domaine des sciences physiques, naturelles et sociales) en réduisant l'intervalle utilisé pour déterminer le taux de variation moyen (p. ex. le compteur de vitesse d'une voiture indique-t-il un taux de variation instantané ou un taux de variation moyen?).

Problème modèle : On laisse tomber un objet d'une hauteur de 100 m. La distance d , en mètres, parcourue par l'objet en chute libre pendant un temps t , en secondes, est représentée par l'équation $d = 5t^2$. Lorsque $t = 3$, la vitesse instantanée de l'objet est de 30 m/s. Comparer à la vitesse instantanée lorsque $t = 3$, les vitesses moyennes pendant plusieurs intervalles de temps, y compris lorsque $t = 3$.

- ▶ établir par exploration les liens entre la pente d'une sécante d'une courbe et le taux de variation moyen d'une fonction (p. ex. du second degré, exponentielle, sinusoidale) dans l'intervalle correspondant et établir aussi les liens entre la pente de la tangente en un point donné de la courbe et le taux de variation instantané de la fonction en ce point.

Problème modèle : Explorer, à l'aide des tangentes, l'allure d'une fonction lorsque le taux de variation instantané est nul, positif ou négatif.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide de différentes stratégies (p. ex. table des valeurs ou logiciels de graphiques), la valeur approximative de la pente de la tangente en un point de la courbe d'une fonction (p. ex. du second degré, exponentielle, sinusoidale) en calculant les pentes d'une suite de sécantes se rapprochant de plus en plus de la tangente en ce point.
- ▶ résoudre numériquement et graphiquement des problèmes d'applications tirées de la vie courante comportant des taux de variation moyen et instantané.

Fonctions résultant d'opérations élémentaires et fonctions composées

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, certaines caractéristiques (p. ex. domaine, image, points maximum et minimum, nombre de zéros) des fonctions résultant de l'addition, la soustraction, la multiplication ou la division de fonctions (p. ex. $f(x) = x \sin x$, $g(x) = x^2 + 2^x$, $h(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$) et décrire les facteurs qui modifient ces caractéristiques.

Problème modèle : Déterminer certaines caractéristiques du graphique $f(x) = \sin x + \sin 2x$ en étudiant l'allure des graphiques respectifs de $f(x) = \sin x$ et de $f(x) = \sin 2x$.

- ▶ reconnaître des applications tirées de la vie courante représentant le résultat d'une combinaison de fonctions (p. ex. le déplacement amorti d'un pendule peut être représenté par une fonction résultant de la multiplication d'une fonction trigonométrique par une fonction exponentielle, les fréquences de tonalité associées au numéro de téléphone sont le résultat de l'addition de deux fonctions trigonométriques) et résoudre graphiquement des problèmes connexes.

Problème modèle : Le taux d'écoulement d'un contaminant dans un tuyau d'égout et dans les eaux d'un lac dépend de deux facteurs : la concentration du contaminant dans l'eau des égouts et le taux d'écoulement de l'eau dans le tuyau des égouts. Ces deux facteurs varient selon le temps. La fonction $c(t) = t^2$ représente la concentration c du contaminant, en kilogrammes par mètre cube en fonction du temps t , en secondes. La fonction $r(t) = \frac{1}{t^4 + 10}$ représente le taux d'écoulement de l'eau r , en mètres cubes par seconde, dans les égouts. Déterminer quand le taux d'écoulement du contaminant dans les eaux du lac est maximum.

- ▶ déterminer par exploration et expliquer des caractéristiques – c.-à-d. parité ou imparité, croissance ou décroissance – de fonctions créées par l'addition, la soustraction, la multiplication ou la division de fonctions [p. ex. $f(x) + g(x)$, $f(x)g(x)$].

Problème modèle : Explorer algébriquement et vérifier graphiquement si le produit de deux fonctions paires ou impaires est pair ou impair ou ni l'un ni l'autre.

- ▶ déterminer numériquement et graphiquement la composition de deux fonctions, c. à-d. $f(g(x))$, représentées de différentes façons et interpréter la composition de deux fonctions dans des applications tirées de la vie courante.

Problème modèle : Une voiture se déplace à une vitesse constante. La fonction $d(t) = 80t$ représente la distance parcourue d , en kilomètres, en fonction du temps t , en heures. Le coût de l'essence, en dollars, pour cette randonnée est représenté par la fonction $C(d) = 0,09d$. Déterminer numériquement $C(d(5))$ et décrire la relation représentée par $C(d(t))$.

- ▶ déterminer algébriquement la composition de deux fonctions, c.-à-d. $f(g(x))$, vérifier que la fonction $f(g(x))$ n'est pas nécessairement égale à $g(f(x))$ (p. ex. en déterminant $f(g(x))$ et $g(f(x))$ pour $f(x) = x + 1$ et $g(x) = 2x + 1$) et déterminer le domaine et l'image de la fonction composée.

Problème modèle : Déterminer le domaine et l'image de la fonction composée $f(g(x))$ où $f(x) = \cos x$ et $g(x) = 2x + 1$, et comparer algébriquement et graphiquement $f(g(x))$ et $g(f(x))$.

- ▶ résoudre des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une fonction composée.

Problème modèle : La fonction $v(t) = 40 + 3t + t^2$ représente la vitesse v d'une voiture, en kilomètres par heure, en fonction du temps t , en heures. La consommation d'essence C , en litres par kilomètre, en fonction de la vitesse v , en kilomètres par heure, est représentée par la fonction $C(v) = \left(\frac{v}{500} - 0,1\right)^2 + 0,15$. Représenter

le taux de consommation d'essence selon le temps. Déterminer, lors d'un trajet de quatre heures, quand la consommation de la voiture est la plus faible.

- ▶ décrire la composition d'une fonction et de sa réciproque, c.-à-d. $f(f^{-1}(x)) = x$, à l'aide de différentes représentations (p. ex. algébrique, numérique, graphique) et démontrer une compréhension de la fonction réciproque comme étant le processus inverse de la fonction initiale.

Résolution de problèmes par modélisation

- ▶ comparer numériquement et graphiquement par exploration les caractéristiques principales de diverses fonctions (p. ex. polynôme, rationnelle, trigonométrique, exponentielle, logarithmique).

- ▶ résoudre numériquement et graphiquement des équations et des inéquations ne pouvant être résolues par les méthodes algébriques habituelles.

Problème modèle : Résoudre $\cos x = x$ (en radians), $2x^2 < 2^x$.

- ▶ résoudre, à l'aide d'outils technologiques et d'une variété de stratégies, des problèmes qui comprennent des applications tirées de la vie courante et pouvant être modélisées par des fonctions et par l'analyse de ces fonctions (p. ex. élaborer une fonction modélisant des données, interpréter et communiquer les résultats dans le contexte d'un problème), et qui font appel à des concepts et des processus concernant des fonctions.

Méthodes de mathématiques, 12^e année

Cours précollégial

MAP4C

Ce cours permet à l'élève de consolider sa compréhension des mathématiques par la résolution de problèmes tirés de diverses situations de la vie courante. L'élève simplifie des expressions algébriques et résout des équations, analyse des données à l'aide de méthodes statistiques, résout des problèmes comportant des applications de la géométrie et de la trigonométrie, des problèmes à caractère financier portant sur les prêts hypothécaires et les annuités, détermine les coûts rattachés à la location et l'achat d'un logement et élabore un budget personnel. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique. Ce cours prépare l'élève à des études collégiales dans divers domaines notamment en entrepreneuriat, en ressources humaines et en sciences de la santé, de même qu'à l'apprentissage de certains métiers spécialisés.

Préalable : Méthodes de mathématiques, 11^e année, cours précollégial ou Modèles de fonctions, 11^e année, cours préuniversitaire/précollégial

MODÈLES MATHÉMATIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- simplifier des expressions numérique et algébrique comportant des exposants et résoudre des équations exponentielles.
- interpréter et analyser des modèles mathématiques présentés sous forme graphique.
- interpréter et analyser des modèles mathématiques présentés sous forme algébrique.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Expressions numérique et algébrique comportant des exposants

- ▶ déterminer par exploration (p. ex. à l'aide des régularités ou de la calculatrice à affichage graphique) les premières lois des exposants pour des expressions algébriques (p. ex. $a^x \times a^y = a^{x+y}$, $a^x \div a^y = a^{x-y}$, $(a^x)^y = a^{xy}$).
- ▶ simplifier, à l'aide des lois sur les exposants, des expressions algébriques comportant des exposants entiers [p. ex. $(3x^{10})(2x^3)^2$, $\frac{5x^2 \times 6x^3}{10x^4}$, $(3x^{-2})^3 \div (3x^2)^{-3}$].
- ▶ déterminer par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. calculatrice, logiciel ou papier et crayon), et par diverses stratégies (p. ex. régularités, obtention des valeurs d'un graphique), le sens d'un exposant rationnel, $x^{\frac{m}{n}}$, $x > 0$, où m et n sont des entiers positifs, le sens d'un exposant négatif et le sens d'un exposant nul.
Problème modèle : Selon la loi des exposants $4^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}} = 4^1$, quelle valeur doit-on attribuer à $4^{\frac{1}{2}}$? Justifier votre réponse. Quelle valeur doit-on attribuer à $27^{\frac{1}{3}}$? Justifier votre réponse. Établir une généralisation pour $x^{\frac{1}{n}}$ où $x > 0$ et n est un nombre naturel non nul.

- ▶ évaluer, sans l'aide d'outils technologiques, des expressions numériques comportant des bases et des exposants radicaux $27^{\frac{2}{3}}$, 8^{-3} et $32^{\frac{6}{5}}$, et à l'aide d'outils technologiques, évaluer des expressions numériques comme $1,03^{10}$ et $0,5^{\frac{1}{3}}$.
- ▶ simplifier, à l'aide des lois des exposants, des expressions numériques comportant des exposants rationnels (p. ex. $\frac{3^5 \times 3^4}{3^7}$, $(5^{-2} \times 5^4)^{-2}$, $2^3 + 16^{\frac{-3}{4}}$, $3^{\frac{5}{3}} \div 3^{\frac{2}{3}}$).
- ▶ résoudre, à l'aide des lois sur les exposants, des équations exponentielles pouvant être exprimées avec une base commune (p. ex. $2^x = 32$, $4^{5x-1} = 4^{x-11}$).
- ▶ déterminer graphiquement ou numériquement, à l'aide d'outils technologiques, une valeur approximative de la solution d'une équation exponentielle (p. ex. par essais répétés avec une calculatrice scientifique, résoudre l'équation exponentielle $1,05^x = 1,276$).
Problème modèle : Résoudre, à l'aide du graphique $y = 3^x$, l'équation $3^x = 5$.
- ▶ résoudre, à l'aide d'un graphique ou d'une table de valeurs générée par un outil technologique, l'équation donnée (p. ex. l'équation $h = 2(0,6)^n$ permet de connaître la hauteur, h en mètres, du n^{e} rebondissement d'une balle, qui rebondit plusieurs fois avant de s'arrêter).

Problème modèle : On injecte un marqueur dans un pancréas pour en vérifier le fonctionnement. Un pancréas sain sécrète 4 % du marqueur par minute. La quantité de marqueur, R en grammes, encore présent dans le pancréas en fonction du temps écoulé, t en minutes, depuis son injection est représentée par $R = I(0,90)^t$ où I représente la quantité, en grammes, de marqueur injecté au départ. On injecte 0,50 g de ce marqueur dans un pancréas sain. Déterminer le temps écoulé lorsqu'il reste 0,35 g de marqueur dans le pancréas.

Analyse des modèles mathématiques présentés sous forme graphique

- ▶ décrire les similitudes et les différences (p. ex. les valeurs pour lesquelles il y a une croissance ou une décroissance des courbes, la différence des taux de croissance) en comparant les représentations graphiques de fonctions (p. ex. affine, second degré et exponentielle) portant sur des applications tirées de la vie courante (p. ex. intérêt simple et intérêt composé, croissance de la population de deux bactéries).

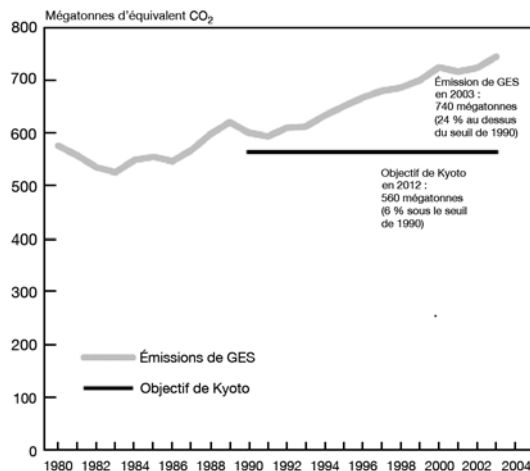
Problème modèle : Expliquer le taux de croissance de chacune des équations suivantes :

- 1) L'équation $C = 200 + 150t$ représente le coût de location d'une limousine pour le bal des finissants où C est le coût en dollars et t , le temps de location en heures;
- 2) L'équation $V = 125\,000(1,10)^t$ représente la valeur d'un chalet en fonction du nombre d'années écoulées depuis son achat où V est la valeur en dollars et t , le temps écoulé en années depuis l'achat.

- ▶ analyser les tendances d'un graphique élaboré pour pouvoir prendre une décision ou énoncer une prévision.

Problème modèle : À l'aide du graphique ci-dessous, analyser les émissions de gaz à effet de serre (GES) pour la période indiquée dans le graphique. Êtes-vous d'accord ou non avec le titre du graphique? Pourquoi? Déterminer les deux années pendant lesquelles la croissance d'émissions de gaz a été la plus grande. Représenter cette croissance en pourcentage. Selon vous, quelle en est la cause? À l'aide du graphique, prévoir ce que devraient être, aujourd'hui, les émissions de gaz à effet de serre. Vérifier les prévisions à l'aide de données actuelles. (Faire une recherche des normes de Kyoto.)

Émissions de gaz à effet de serre au Canada, 1980 à 2003



Source : Environnement Canada. Division de gaz provoquant l'effet de serre, 2005

- ▶ décrire l'effet, sur un graphique donné, de nouvelles informations au fur et à mesure qu'elles deviennent disponibles.

Problème modèle : Dans une culture bactérienne, le nombre de bactéries double chaque heure. Décrire les modifications du graphique si la culture bactérienne double chaque demi-heure, chaque deux heures.

- ▶ résoudre – à l'aide d'outils technologiques et de diverses stratégies (p. ex. calculatrice à affichage graphique, formules de régression, tableau des différences, taux de variation) – des problèmes en modélisant, par des fonctions affine, du second degré et exponentielle, des données numériques d'applications tirées de la vie courante.

Problème modèle : Les données du tableau suivant représentent la population d'ois sauvages (P) d'une région particulière depuis 1955.

Année	P (Population d'ois sauvages)
1955	7 000
1965	12 000
1975	26 000
1985	62 000
1995	142 000
2005	260 000

Représenter par un modèle algébrique la croissance de la population d'ois et prévoir à l'aide du modèle, la population dans dix ans.

Analyse des modèles mathématiques présentés sous forme algébrique

- ▶ résoudre une équation de la forme $x^n = a$ à l'aide des exposants rationnels (p. ex. résoudre $x^3 = 7$ en élevant chaque terme de l'équation à la puissance $\frac{1}{3}$).
- ▶ déterminer de deux manières différentes, dans une formule tirée d'une application, la valeur de la variable de degré inférieur à quatre :
 - 1) en substituant dans la formule les valeurs données;
 - 2) en isolant d'abord la variable puis en substituant dans la formule les valeurs données.

Problème modèle : Déterminer de deux façons différentes le rayon r d'une sphère ayant un volume de 1000 cm^3 , sachant que $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.
- ▶ établir, à l'aide de différentes stratégies (p. ex. comparer les graphiques obtenus à l'aide d'outils technologiques lorsque différentes variables sont fixées comme valeurs constantes),

les liens entre des formules et les fonctions affine, du second degré et exponentielle (p. ex. reconnaître que la formule pour l'intérêt composé $M = C(1 + i)^n$ est un exemple d'une fonction exponentielle si M et i sont des valeurs constantes et un exemple d'une fonction affine si i et n sont des valeurs constantes).

Problème modèle : Quelle variable, dans la formule du volume d'un cylindre $V = \pi r^2 h$, doit être constante pour générer une équation du premier degré? une équation du second degré? Expliquer pourquoi la relation entre le volume et la hauteur du cylindre sera affine si le rayon est fixe.

- ▶ établir des formules pour résoudre des problèmes à étapes, tirés de la vie courante.

Problème modèle : Identifier les renseignements nécessaires pour déterminer le coût de la quantité de peinture qu'il faut pour couvrir de deux couches l'extérieur d'un réservoir cylindrique et résoudre un problème qui s'y rattache.

GESTION DES DONNÉES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- analyser et interpréter des distributions de données à deux variables.
- démontrer une compréhension de la validité d'énoncés portant sur les statistiques dans les médias et dans le domaine du marketing.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Analyse et évaluation de données à deux variables

- ▶ distinguer des situations comportant des données à deux variables de celles à une variable (p. ex. l'étude de la relation entre l'âge d'une personne et sa longueur de pied est à comparer avec l'étude de la relation, s'il y en a une, de la couleur des yeux entre des élèves de ton école) et déterminer des méthodes appropriées de collecte de données à deux variables (p. ex. enquête, expérience, recherche sur des sites Web), de stockage (p. ex. graphique, tableau) et de représentation de données à partir de sources primaires ou secondaires.

Problème modèle : À partir d'un tableau indiquant la peinture des chaussures et la grandeur des personnes d'un groupe, poser une question nécessitant une analyse des données à une variable et une question nécessitant une analyse des données à deux variables.

- ▶ décrire les caractéristiques d'un sondage efficace (p. ex. qui tient compte de l'éthique sociale, du droit à la vie privée, de l'honnêteté des répondants et des différents préjugés possibles) et préparer un questionnaire pertinent (p. ex. pour déterminer s'il existe une relation entre l'âge d'une personne et le nombre d'heures passées sur Internet; entre le nombre d'heures passées à étudier et la note obtenue à un examen; entre le salaire d'une personne et son niveau d'éducation) ou des expériences (p. ex. des activités de mesure) pour la cueillette de données à deux variables.

- ▶ représenter, à l'aide d'outils technologiques, des données de sources secondaires (p. ex. obtenir d'un site Web tel le Goddard Institute for Space Studies, la météo des trente dernières années de votre ville et tracer avec un nuage de points le changement de la température moyenne) et décrire la relation entre les deux variables à partir du nuage de points (p. ex. existence ou non d'une relation).

Problème modèle : Répondre au sondage dans le site Web (www.recensementecole.ca) et explorer s'il existe une relation entre deux variables (p. ex. la taille d'une personne et la longueur des bras étendus). Noter : Si la cueillette des données de façon directe s'avère difficile, il est possible de télécharger au maximum 200 cas de microdonnées aléatoires sous l'onglet Données du site Web www.recensementecole.ca.

- ▶ déterminer, par des essais répétés, l'équation de la droite la mieux ajustée d'un graphique de données à deux variables, en utilisant le menu de régression de la calculatrice à affichage graphique ou d'un logiciel équivalent, et résoudre des problèmes s'y rattachant (p. ex. déterminer, pour l'équation obtenue, une valeur de la variable dépendante pour une valeur de la variable indépendante non incluse dans les données).
- ▶ calculer à l'aide d'outils technologiques et interpréter le coefficient de corrélation (un coefficient de corrélation est compris entre -1 et $+1$; plus il s'éloigne de zéro, meilleure est la corrélation. Si le coefficient est égal à $+1$, la corrélation positive est parfaite. S'il est égal à -1 , la corrélation négative est parfaite et s'il est égal à zéro, il y a absence totale de corrélation).

- ▶ décrire les sources d'erreur possibles de l'utilisation de la régression (p. ex. un échantillon trop petit, des points non représentatifs, une extrapolation non fondée).
- ▶ recueillir, organiser et analyser des données à deux variables de sources secondaires à l'aide de mesures statistiques pertinentes dans le but de formuler des conclusions sur une population et juger de leur vraisemblance.

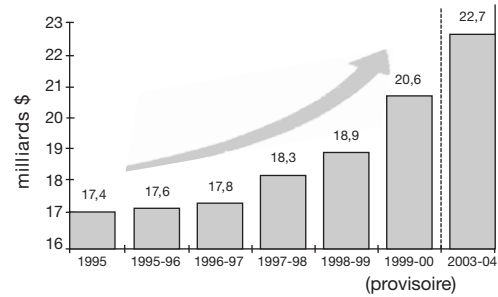
Évaluation de la validité des énoncés portant sur les statistiques dans les médias et le marketing

- ▶ relever les expressions employées par les médias sur les statistiques (p. ex. un sondage ayant une marge d'erreur de 3 %, 19 fois sur 20) et expliquer la terminologie utilisée (p. ex. centile, quartile).
- ▶ expliquer le sens d'indices statistiques courants (p. ex. indice des prix à la consommation, indice de la masse corporelle [I.M.C.], indice de la puissance au bâton d'un joueur de baseball) et décrire leur utilisation par les médias.

Problème modèle : Comparer, à l'aide de l'indice des prix des nouveaux logements, les changements des indices des prix des logements de la région d'Ottawa aux changements de ceux des régions de Toronto, de Calgary, de Sudbury et de Windsor. Prévoir ensuite dans ces localités, l'indice du prix d'un nouveau logement, d'ici deux ans (consulter E-STAT, tableau 325-0005).

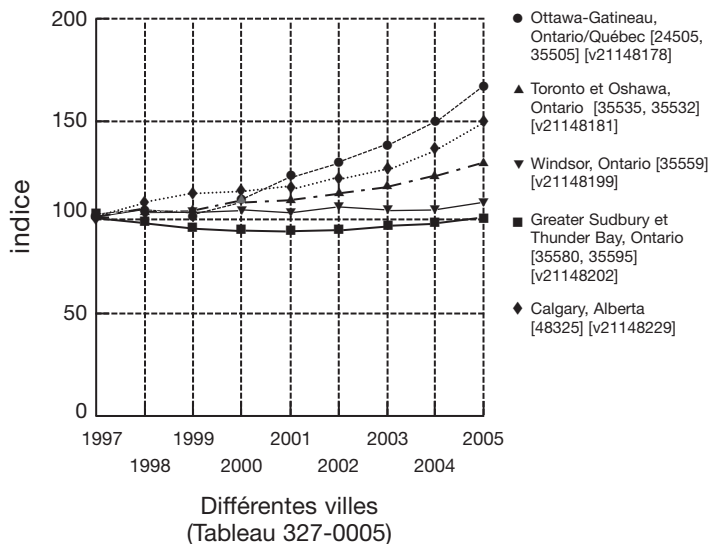
- ▶ expliquer si l'utilisation par les médias des graphiques et des statistiques (p. ex. graduation des échelles des axes) est appropriée ou non.

Problème modèle : La une du journal affichant le graphique ci-dessous indique « Croissance énorme des profits ». Indiquer les différentes raisons pour lesquelles ceci peut être vrai ou non.



- ▶ évaluer la validité des conclusions d'une enquête en analysant la source des données (p. ex. données tirées d'un site Web, méthode de collecte), les origines des préjugés possibles (p. ex. préjugés dans la formulation de la question, méthode de sélection de l'échantillon, taux de participation), l'utilisation appropriée des mesures de tendance centrale, c.-à-d. médiane, moyenne, mode, et les mesures de dispersion, c.-à-d. variance, écart-type, étendue, conclusion de l'analyse, présentation des données (p. ex. une entreprise cite le salaire moyen des employés et employés sans indiquer le nombre d'employés ni la gamme des salaires.)

Le prix moyen d'un nouveau logement (1997=100)



APPLICATIONS DE GÉOMÉTRIE ET DE TRIGONOMÉTRIE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre des problèmes d'optimisation de figure rectangulaire et de prisme droit à base rectangulaire.
- résoudre, à l'aide des rapports trigonométriques, les lois des sinus et du cosinus, des problèmes (à deux dimensions seulement) portant sur les triangles obtus.

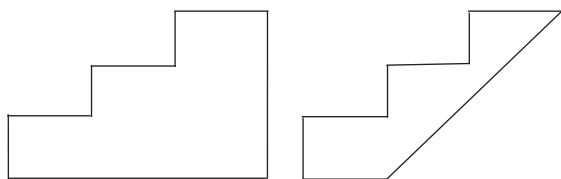
CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Optimisation de figure rectangulaire et de prisme droit à base rectangulaire

- ▶ utiliser les systèmes métrique et impérial dans les problèmes modèles associés aux contenus d'apprentissage suivants.
- ▶ résoudre des problèmes tirés d'applications de la vie courante et portant sur l'aire de figures planes notamment le rectangle, le triangle et le cercle, et de solides décomposables.
- ▶ résoudre des problèmes portant sur le volume et l'aire totale de prismes triangulaire ou rectangulaire, de cylindres et de solides décomposables, problèmes portant sur des applications tirées de la vie courante.

Problème modèle : Comparer la quantité de béton nécessaire à la construction de trois marches de 4 pi de largeur selon les coupes suivantes.



- ▶ expliquer le sens des expressions : aire optimale, aire totale optimale et volume optimal dans diverses situations (p. ex. conception d'un contenant comme une boîte de jus de fruit, design intérieur, lien entre l'aire latérale d'un solide et la perte d'énergie).

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'une variété de matériel (p. ex. modéliser avec du matériel de manipulation, des tables de valeurs et des représentations graphiques), les dimensions optimales d'une figure rectangulaire.

Problème modèle : Le propriétaire veut construire une terrasse attenante à sa maison. Il dispose de 15 m pour ériger une balustrade le long de cette terrasse et prévoit une ouverture d'un mètre pour l'escalier d'accès à cette terrasse. Déterminer les dimensions de la terrasse pour maximiser son aire.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'une variété d'outils, les dimensions optimales d'un prisme droit à base rectangulaire, d'un prisme à base triangulaire et d'un cylindre (p. ex. matériel de manipulation, de table de valeurs, de représentation graphique) selon certaines contraintes (volume optimal selon une aire latérale donnée).

Problème modèle : Déterminer, pour un volume donné et à l'aide de tables de valeurs et de représentations graphiques, les dimensions d'un prisme à base rectangulaire ou d'un cylindre pour que la surface latérale soit minimale.

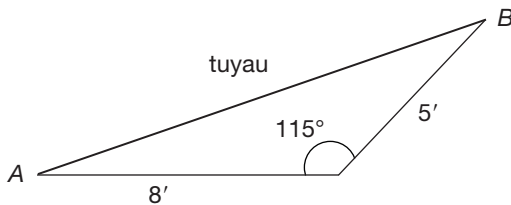
Trigonométrie dans un triangle obtus

- ▶ déterminer les mesures manquantes d'un triangle rectangle dans le cadre d'applications et résoudre des problèmes se rapportant aux mesures de triangles acutangles à l'aide des lois des sinus et du cosinus.

Problème modèle : La stabilisation d'une tour pour une turbine est assurée par des haubans ancrés au sol à 30 pi de la tour. Chaque hauban fait un angle de 40° avec le sol et la tour. À quelle hauteur les haubans sont-ils attachés à la tour?

- ▶ établir un lien entre les rapports trigonométriques, sinus, cosinus et tangente d'angles obtus et ces rapports d'angles aigus, procéder par exploration à l'aide de différents outils technologiques et de stratégies (p. ex. à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, établir l'angle obtus pour lequel le rapport sinus est le même que le rapport d'un angle aigu donné).
- ▶ déterminer, à l'aide d'une calculatrice scientifique, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente d'angles obtus.
- ▶ déterminer, à l'aide des lois des sinus et du cosinus (en excluant les cas ambigus), les mesures manquantes de triangles obliques dans le cadre de diverses applications tirées de la vie quotidienne. Note : Étude de cas à deux dimensions seulement.

Problème modèle : Un plombier doit placer un tuyau de A à B. Quelle longueur de tuyau doit-il couper?



MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre des problèmes à caractère financier portant sur les prêts hypothécaires et les annuités.
- démontrer une compréhension des coûts rattachés à la location et à l'achat d'un logement.
- élaborer un budget familial et un budget personnel pour les familles et les particuliers selon des études de cas.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Prêts hypothécaires et annuités

- ▶ décrire les caractéristiques principales d'une annuité (p. ex. REER, REEE, FERR, prêt hypothécaire) à l'aide de différents moyens de représentations (p. ex. table de valeurs, graphique).
- ▶ déterminer la valeur finale (VF), la valeur actuelle (VA) ou le montant du versement (M) à l'aide d'outils technologiques (p. ex. tableur, calculatrice à affichage graphique) dans les cas où la période de paiement et la période de capitalisation sont les mêmes.
- ▶ résoudre, à l'aide d'un TVM Solveur, d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un site Web, des problèmes portant sur le calcul du taux d'intérêt (i) par période de capitalisation ou le nombre de périodes de capitalisation (n) dans des situations comportant la valeur actuelle ou la valeur finale d'une annuité.
Problème modèle : Déterminer, à l'aide d'un TVM Solveur, le nombre de versements en moins à faire pour obtenir une valeur finale de 50 000 \$ si le montant des versements passe de 400 à 800 \$.
- ▶ analyser les effets sur les résultats d'un plan d'épargne à long terme lorsqu'on fait varier les conditions (p. ex. fréquence des dépôts, montant du dépôt, taux d'intérêt ou période de capitalisation de l'intérêt).

Problème modèle : Comparer la valeur d'un dépôt annuel de 1 000 \$ investi à l'âge de 20 ans à celle d'un dépôt annuel de 3 000 \$ investi à l'âge de 35 ans lorsque la personne atteint l'âge de 50 ans.

- ▶ recueillir des renseignements se rapportant aux prêts hypothécaires, expliquer la terminologie utilisée (p. ex. amortissement, taux fixe ou variable, prêt hypothécaire fermé ou ouvert, période d'amortissement).
- ▶ générer, à l'aide d'outils divers et de stratégies (p. ex. tableur, outils du site Web), une table d'amortissement pour un prêt hypothécaire et déterminer le montant d'intérêt déboursé durant le prêt hypothécaire en le comparant au montant initial du prêt hypothécaire.
Problème modèle : Vous déposez 25 000 \$ pour l'achat d'un appartement de 150 000 \$ dans un immeuble collectif d'habitation en copropriété. Vous obtenez un prêt hypothécaire d'une durée de 25 ans à un taux annuel de 6,5 %. À l'aide de la table d'amortissement, comparez le montant d'intérêt payé la première année au montant d'intérêt payé la 25^e année.
- ▶ démontrer par exploration, à l'aide d'outils technologiques (p. ex. TVM Solveur, outils de site Web, logiciel de finances), les effets sur un prêt hypothécaire de la variation des conditions (p. ex. changement de la fréquence des paiements, de la période de calcul d'intérêt, du taux d'intérêt).

Problème modèle : Déterminer le montant d'intérêt épargné si on rembourse au bout de 20 ans un prêt hypothécaire de 100 000 \$ à un taux d'intérêt de 6 % sur 25 ans.

Logement

- ▶ identifier les facteurs à considérer dans le choix d'un logement (p. ex. seul ou avec des colocataires, ameublements, appareils électroménagers et chauffage inclus ou non, proximité du travail, des études, des loisirs, avec ou sans véhicule ou transport en commun, qualité de l'environnement).
- ▶ recueillir, organiser et analyser les données des différents types de logement offerts dans sa localité.
- ▶ comparer les coûts d'entretien (p. ex. assurance, chauffage, eau, électricité, réparations) d'une maison à ceux d'un appartement loué.

Problème modèle : Déterminer le coût total de ces deux options dans une région quelconque pour une période donnée. Pour cela, utiliser les données de E-STAT reliant le loyer brut moyen et les principales dépenses de propriété moyennes par municipalité et par voisinage pour les villes métropolitaines. Consulter les tableaux de E-STAT en cliquant sur Dépenses moyennes des ménages, par région métropolitaine sélectionnée.

- ▶ comparer les avantages et les inconvénients de la location d'un logement à ceux de l'achat d'un logement.

Budget

- ▶ identifier par exploration les rubriques principales d'un budget (p. ex. dépenses obligatoires : logement, nourriture, vêtements, transport, assurances; dépenses facultatives : frais de garderie, économies, loisirs, voyage).
 - ▶ discuter de l'importance des différentes rubriques d'un budget (p. ex. activités sportives et culturelles, loisirs, modes vestimentaires, dons de charité) selon les valeurs personnelles.
 - ▶ établir, à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. tableur, logiciel de finances personnelles, Internet), un budget à partir d'un scénario donné (p. ex. étudiant, célibataire, couple avec enfants, famille monoparentale) et justifier ce budget en tenant compte des dépenses obligatoires et facultatives.
 - ▶ identifier et décrire les facteurs à considérer (p. ex. revenu, épargnes à long terme, nombre de dépendants, dépenses obligatoires) pour déterminer le coût d'un logement accessible selon la disponibilité des logements dans sa communauté et reconnaître les logements abordables selon des conditions prédéterminées (p. ex. étudiant, célibataire, couple avec enfants, famille monoparentale).
- Problème modèle :** Déterminer si tu peux devenir, d'ici 5 ans, propriétaire d'un logement dans ta communauté si ton revenu est de 30 000 \$ par an, ton loyer de 900 \$ par mois et tes économies actuelles sont de 20 000 \$.
- ▶ déterminer, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de finances personnelles, l'effet des variations d'un des éléments (p. ex. diminution du revenu, augmentation des taxes foncières, coût de chauffage) d'un budget global.

Mathématiques de la technologie au collège, 12^e année

Cours précollégial

MCT4C

Ce cours permet à l'élève d'approfondir ses connaissances des fonctions. L'élève explore et applique les propriétés des fonctions exponentielles, polynômes et trigonométriques et les représente numériquement, graphiquement et algébriquement. L'élève développe aussi ses habiletés à simplifier des expressions et à résoudre des équations. L'élève résout des problèmes tirés de diverses situations de la vie courante comportant de l'algèbre, de la trigonométrie, de la géométrie et des vecteurs. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire et précise les étapes de son raisonnement mathématique. Ce cours lui permet de s'inscrire à différents programmes de technologie offerts par les collèges communautaires.

Préalable : Modèles de fonctions, 11^e année, cours préuniversitaire/précollégial ou Fonctions, 11^e année, cours préuniversitaire

FONCTIONS EXPONENTIELLES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une habileté à résoudre graphiquement des équations exponentielles incluant des problèmes tirés de la vie courante.
- démontrer une habileté à résoudre algébriquement des équations exponentielles à l'aide de bases communes et de logarithmes incluant des problèmes tirés de la vie courante.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Résolution graphique d'équations exponentielles

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, et décrire l'effet de la modification de la base ou du signe de l'exposant sur le graphique d'une fonction exponentielle.
- ▶ résoudre une équation exponentielle graphiquement et numériquement à l'aide d'outils technologiques (p. ex. résoudre, par essais répétés et à l'aide de la calculatrice scientifique, l'équation $1,05^x = 1,276$) et reconnaître que la valeur obtenue est une valeur approximative.

Problème modèle : Résoudre, à l'aide du graphique de $y = 3^x$, l'équation $3^x = 5$.

- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, que l'abscisse du point de rencontre des graphiques respectifs de deux fonctions exponentielles est la résolution d'une équation exponentielle (p. ex. l'abscisse du point de rencontre des graphiques $f(x) = 4^{-x}$ et $g(x) = 8^{(x+3)}$ est la solution de l'équation exponentielle $4^{-x} = 8^{(x+3)}$) et résoudre graphiquement des équations exponentielles (p. ex. résoudre $2^{(x+2)} = 2^x + 12$ en déterminant le point de rencontre de $y = 2^{(x+2)}$ et de $y = 2^x + 12$).

Problème modèle : Déterminer une solution approximative de l'équation $0,5^x = 3^{(x+3)}$ à l'aide des graphiques de $y = 0,5^x$ et de $y = 3^{(x+3)}$.

- ▶ formuler et résoudre, à l'aide d'un graphique donné ou d'un graphique obtenu avec des outils technologiques à partir de l'équation, des problèmes tirés de diverses applications de la vie courante qui peuvent être modélisées par une fonction exponentielle (p. ex. intérêt composé, croissance de la population).

Problème modèle : Un pneu ayant une fuite a sa pression qui diminue lentement à un taux de 4 % par minute. Si sa pression initiale était de 300 kPa quelle sera-t-elle au bout d'1 min? de 2 min? de 10 min? Tracer, à l'aide d'outils technologiques, un graphique représentant la relation entre le temps écoulé et la pression du pneu, et déterminer au bout de combien de temps la pression sera de 200 kPa.

Résolution algébrique d'équations exponentielles

- ▶ réduire une expression algébrique comportant des exposants entiers et rationnels à l'aide des lois des exposants (p. ex. $x^3 \div x^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{x^6 y^{12}}$) et évaluer des expressions numériques comportant des exposants entier et rationnel [p. ex. 2^{-3} , $(-6)^3$, $4^{\frac{1}{2}}$, $1,01^{120}$].

Problème modèle : Réduire $\frac{a^2 b^5 c^3}{\sqrt{ab}}$ et évaluer si $a = 8$, $b = 2$ et $c = -3$.

- ▶ résoudre des équations exponentielles à une variable pouvant être exprimées dans une base commune (p. ex. $2^x = 32$, $4^{5x-1} = 4^{x+11}$, $3^{5x+8} = 27^x$).

Problème modèle : Résoudre $3^{4x-1} = 9^x$ en exprimant les composants dans la même base, vérifier la solution par substitution et explorer le lien avec le point d'intersection de $y = 3^{4x-1}$ et de $y = 9^x$ à l'aide d'outils technologiques.

- ▶ reconnaître que le logarithme d'un nombre donné dans une base donnée est l'exposant dont il faut affecter la base donnée pour obtenir le nombre donné et que les étapes pour obtenir le logarithme d'un nombre consiste à suivre les opérations inverses de l'exponentiation et à évaluer des expressions logarithmiques simples.

Problème modèle : Expliquer pourquoi il est impossible de calculer $\log_{10}(-3)$ ou $\log_2 0$.

- ▶ déterminer, à l'aide d'outils technologiques, le logarithme d'un nombre en base 10 et la valeur approximative d'un nombre dans une base quelconque (p. ex. on peut obtenir $\log_3 29$ en déterminant que la valeur se situe entre 3 et 4, et, à l'aide d'essais répétés, obtenir 3,07, valeur approximative de $\log_3 29$).

- ▶ établir des liens entre les équations logarithmique et exponentielle (p. ex. $\log_5 125 = 3$ exprimé sous sa forme exponentielle devient $5^3 = 125$) et résoudre des équations exponentielles simples en les exprimant sous forme logarithmique (p. ex. résoudre $3^x = 10$ en l'exprimant sous sa forme logarithmique $\log_3 10 = x$).

- ▶ poser des problèmes, tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une équation exponentielle et la résoudre algébriquement en l'exprimant sous sa forme logarithmique.

Problème modèle : On place une pomme de terre à une température de 20°C dans un four conventionnel dont la température est de 200°C . La température de la pomme de terre, T en degrés Celsius, en fonction de la durée de la cuisson, t en minutes, est représentée par l'équation $200 - T = 180(0,96)^t$. À l'aide des logarithmes, déterminer le temps nécessaire pour que la pomme de terre ait une température de 160°C .

FONCTIONS POLYNÔMES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- démontrer une compréhension des caractéristiques principales des graphiques de fonctions polynômes et résoudre des problèmes à l'aide de graphiques de ces fonctions.
- démontrer une compréhension des liens entre les représentations numérique, graphique et algébrique d'une fonction polynôme.
- résoudre des équations polynomiales et des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisés par des fonctions polynômes.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Exploration des caractéristiques principales des graphiques de fonctions polynômes et résolution graphique de problèmes modélisés par ces fonctions

- ▶ établir par exploration qu'une relation composée uniquement d'un polynôme à une variable – c.-à-d. une somme algébrique de puissances entières et positives de cette variable dont les coefficients sont des nombres réels – est une fonction. Pour cela, représenter graphiquement différentes fonctions polynômes à l'aide d'outils technologiques et déterminer pour ces fonctions si à toute valeur de x ne correspond qu'une seule valeur de y . Puis reconnaître les fonctions affine et du second degré comme des fonctions polynômes.
- ▶ comparer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les représentations graphique et algébrique de fonctions affine, du second degré, cubique et quartique (p. ex. l'effet de varier le degré d'une fonction polynôme sur l'allure de son graphique et sur le nombre maximal d'abscisses à l'origine, l'effet de varier le signe et la valeur du coefficient du terme ayant le plus grand exposant de la fonction, la croissance ou la décroissance de la fonction selon de très grandes ou de très petites valeurs de x).
- ▶ décrire les caractéristiques principales du graphique des fonctions polynômes (p. ex. domaine et image des fonctions, allure des graphiques, croissance ou décroissance d'une fonction pour de très grandes ou de très petites valeurs de x).
Problème modèle : Décrire et comparer les caractéristiques principales des graphiques des fonctions $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$ et $f(x) = x^4$.
- ▶ distinguer les fonctions polynômes des fonctions exponentielles et sinusoidales (p. ex. $f(x) = \sin x$, $f(x) = 2^x$) et reconnaître la grande variabilité dans l'allure des graphiques des fonctions polynômes entre eux et par rapport aux autres types de fonctions.
- ▶ substituer et évaluer une relation, exprimée en notation fonctionnelle, découlant de diverses applications de la vie courante [p. ex. déterminer le volume d'un prisme rectangulaire en fonction de sa hauteur h , exprimée par la fonction polynôme $V(h) = h(20 - 2h)(36 - 2h)$].
Problème modèle : Le coût total en dollars pour fabriquer q unités d'un produit est représenté par la fonction $C(q) = q^3 - 30q^2 + 400q + 500$ où $0 \leq q \leq 30$. Déterminer le coût pour fabriquer 25 unités. Déterminer le coût pour fabriquer la 25^e unité.

- ▶ poser et résoudre – à l'aide d'un graphique donné ou d'un graphique obtenu par des outils technologiques à partir de l'équation d'une fonction polynôme – des problèmes tirés de la vie courante pouvant être modélisés par cette fonction.
- ▶ reconnaître, selon le contexte, les restrictions à la solution d'un problème comportant des polynômes et les valeurs pertinentes du domaine pour la fonction (p. ex. quelle restriction doit-on appliquer au résultat 3,5 voitures?).

Problème modèle : Les forces qui agissent sur une poutre en I d'une maison occasionnent à x mètres d'une des extrémités de la poutre, un affaissement de d centimètres. L'affaissement d en fonction du point x est décrit par la fonction polynôme $d(x) = \frac{x(1000 - 20x^2 + x^3)}{1850}$.

Représenter graphiquement la fonction à l'aide d'outils technologiques et déterminer les valeurs pertinentes du domaine selon le lien entre d et x . Déterminer la longueur de cette poutre et expliquer le raisonnement suivi.

Liens entre les représentations graphique et algébrique d'une fonction polynôme

- ▶ décomposer en facteurs des expressions polynomiales à une variable, de degré inférieur à cinq, à l'aide de différentes stratégies de mise en facteurs, c.-à-d. facteur commun, différence de carrés, regroupement de facteurs, mise en facteurs d'un trinôme.
- Problème modèle :** Factoriser $x^4 - 16$ et $x^3 - 2x^2 - 8x$.
- ▶ établir, à l'aide d'outils technologiques, des liens entre les racines d'une fonction polynôme dont l'équation est présentée sous forme factorisée [p. ex. $f(x) = x(x-1)(x+1)$] et les abscisses à l'origine de son graphique, et représenter graphiquement la fonction polynôme à l'aide de quelques caractéristiques.
- Problème modèle :** Esquisser la représentation graphique de $f(x) = -(x-1)(x+2)(x-4)$ et de $g(x) = -(x+1)(x+2)(x+2)$, et comparer l'allure des graphiques.
- ▶ déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, et décrire le lien entre les abscisses à l'origine de la fonction polynôme et les racines réelles de l'équation correspondante (p. ex. les abscisses à l'origine de la fonction polynôme $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ et les racines de l'équation $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ sont identiques).

Problème modèle : Décrire le lien entre les abscisses à l'origine des graphiques d'une fonction affine ou du second degré et les racines de l'équation correspondante. Explorer, à l'aide d'outils technologiques, si ce lien s'applique aux fonctions polynômes de degré supérieur à deux.

Résolution d'équations algébriques et de problèmes pouvant être modélisés par une fonction polynôme

- ▶ résoudre par factorisation, c.-à-d. facteur commun, différence de carrés, décomposition de trinômes, des équations algébriques à une variable et de degré inférieur à cinq.
- Problème modèle :** Résoudre les équations algébriques $x^4 - 16 = 0$ et $x^3 - 2x^2 - 8x = 0$.
- ▶ résoudre algébriquement des problèmes tirés d'applications de la vie courante et modélisables par des fonctions polynômes de degré inférieur à cinq.

Problème modèle : Une entreprise détermine que le coût de production de x kilogrammes d'un colmatant particulier est représenté par $C(x) = 4x^3 - 8x^2 - 5x + 30$. Déterminer la valeur de x si le coût est de 20 \$.

- ▶ distinguer une constante d'une variable dans une formule (p. ex. une variable est un terme indéterminé qui peut être remplacé par un ou plusieurs éléments d'un ensemble de référence; une constante est une valeur spécifique à certaines conditions).
- Problème modèle :** La formule $P = P_0 + kh$ permet d'établir la pression sous l'eau, P en kilopascals, à une profondeur, h en mètres, où P_0 est la pression en kilopascals à la surface de l'eau, et k , en kilopascals par mètre, est le taux de variation de la pression en fonction d'une profondeur croissante. Distinguer les constantes des variables et expliquer le raisonnement suivi.
- ▶ développer et simplifier des expressions polynomiales comportant plus d'une variable, incluant des expressions tirées d'applications de la vie courante (p. ex. simplifier $-2xy(3x^2y^3 - 5x^3y^2)$).
- Problème modèle :** Développer et simplifier l'expression $\pi(R+r)(R-r)$, et expliquer pourquoi elle représente l'aire d'un anneau.

► résoudre des équations de la forme $x^n = a$ à l'aide d'exposants rationnels (p. ex. résoudre $x^3 = 7$ en élevant chaque membre de l'équation à la puissance $\frac{1}{3}$).

► résoudre une variable d'une formule tirée d'une application de la vie courante et de degré inférieur à quatre, en substituant des valeurs données dans la formule, et résoudre pour la variable ou résoudre en isolant cette variable et en substituant les valeurs données.

Problème modèle : La formule $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ représente la distance s parcourue par un objet où u est sa vitesse originale, a son accélération et t le temps écoulé depuis le départ. Déterminer l'accélération d'un dragster qui part de la position arrêt et parcourt 500 m en 15 s, en isolant d'abord a puis en substituant les valeurs connues.

► établir, à l'aide de différentes stratégies (p. ex. comparer les graphiques obtenus à l'aide d'outils technologiques lorsque différentes variables sont fixées comme valeurs constantes), les liens

entre des formules et les fonctions affine, du second degré et exponentielle (p. ex. reconnaître que la formule pour l'intérêt composé $M = C(1 + i)^n$ est un exemple d'une fonction exponentielle si M et i sont des valeurs constantes et un exemple d'une fonction affine si i et n sont des valeurs constantes).

Problème modèle : Quelle variable, dans la formule du volume d'un cylindre $V = \pi r^2 h$, doit être constante pour générer une équation du premier degré? une équation du second degré? Expliquer pourquoi la relation entre le volume et la hauteur du cylindre sera affine si le rayon est fixe.

► établir (p. ex. combiner ou modifier), selon des applications tirées de la vie courante, des formules pour résoudre des problèmes à étapes.

Problème modèle : Identifier les renseignements nécessaires pour déterminer le coût de la quantité de peinture nécessaire pour couvrir un contenant cylindrique de deux couches de peinture.

FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- déterminer les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente d'angles inférieurs à 360° et résoudre des problèmes tirés d'applications de la vie courante à l'aide de rapports trigonométriques et de la loi des sinus et de la loi du cosinus.
- démontrer une compréhension des liens entre les représentations graphique et algébrique d'une fonction sinusoïdale.
- résoudre des problèmes tirés de la vie courante qui peuvent être modélisés par des fonctions sinusoïdales.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Résolution de problèmes à l'aide des rapports trigonométriques et de la loi des sinus et de la loi du cosinus

- ▶ déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente des angles spéciaux 0° , 30° , 45° , 60° et 90° et de leurs multiples.
- ▶ déterminer la valeur des rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente pour des angles inférieurs à 360° et établir le lien entre ces rapports pour des angles inférieurs à 90° à l'aide de stratégies variées (angles reliés, cercle unitaire).
- ▶ déterminer deux angles qui correspondent à une valeur donnée d'un rapport trigonométrique (p. ex. déterminer deux valeurs possibles de θ si $\sin \theta = \frac{1}{2}$ où $0^\circ < \theta < 360^\circ$).

Problème modèle : Déterminer la mesure approximative des angles entre 0° et 360° si $\sin \theta = 0,3423$.

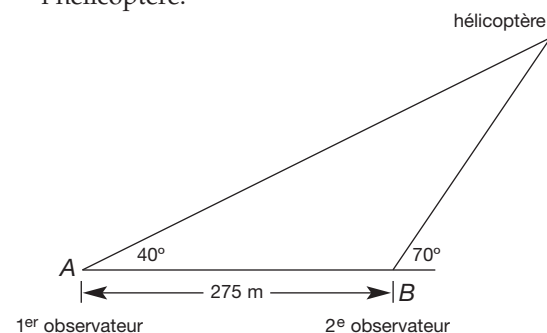
- ▶ résoudre des problèmes tirés d'applications de la vie courante en deux et en trois dimensions (p. ex. arpentage, navigation) et portant sur des

triangles rectangles en déterminant la mesure des côtés et des angles de ces triangles à l'aide de rapports trigonométriques.

Problème modèle : Expliquer comment un arpenteur-géomètre déterminera la hauteur d'une falaise située de l'autre côté d'une rivière, à l'aide d'un mètre ruban, d'un théodolite et de la trigonométrie.

- ▶ résoudre des problèmes tirés d'applications de la vie courante et portant sur des triangles obliques à l'aide de la loi des sinus et de la loi du cosinus, y compris le cas ambigu.

Problème modèle : Deux amis distants de 275 m regardent vers l'est. Ils observent un hélicoptère en vol stationnaire au-dessus d'eux. L'un voit l'appareil sous un angle d'élevation de 40° et l'autre sous un angle de 70° . Déterminer la distance entre le second observateur et l'hélicoptère.



Liens entre les représentations graphique et algébrique d'une fonction sinusoïdale

- ▶ établir, à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. table de valeurs générées à l'aide d'une calculatrice, cercle unitaire), des liens entre le rapport trigonométrique sinus et la fonction sinus et des liens entre le rapport trigonométrique cosinus et la fonction cosinus pour des angles de 0° à 360° . Définir la relation comme la fonction $f(x) = \sin x$ ou $f(x) = \cos x$ selon le cas et expliquer pourquoi la relation est une fonction.
- ▶ tracer les esquisses des courbes représentatives de $f(x) = \sin x$ et de $f(x) = \cos x$ pour des angles exprimés en degrés et décrire les caractéristiques principales, c.-à-d. domaine, image, coordonnées à l'origine, amplitude, période, valeurs maximales ou minimales, intervalles de croissance ou de décroissance.
- ▶ explorer, à l'aide d'outils technologiques, le rôle des paramètres c et d des fonctions de la forme $f(x) = \sin(x - c) + d$ et $f(x) = \cos(x - c) + d$. Décrire ce rôle à l'aide de transformations (translations horizontale ou verticale) appliquées au graphique de $f(x) = \sin x$ et de $f(x) = \cos x$ pour des angles exprimés en degrés.
Problème modèle : Explorer, à l'aide d'outils technologiques, le graphique de $f(x) = \sin(x - c) + 10$ pour différentes valeurs de c et décrire l'effet du paramètre c en termes de transformation.
- ▶ explorer, à l'aide d'outils technologiques, le rôle des paramètres a et k des fonctions de la forme $f(x) = a \sin kx$ et $f(x) = a \cos kx$. Décrire ce rôle à l'aide de transformations appliquées (symétries par rapport à l'axe des x et l'axe des y , agrandissement et rétrécissement horizontal ou vertical) au graphique de $f(x) = \sin x$ et de $f(x) = \cos x$ pour des angles exprimés en degrés.
Problème modèle : Étudier, à l'aide d'outils technologiques, le graphique de $f(x) = 2 \sin kx$ pour différentes valeurs de k et décrire l'effet du paramètre k en termes de transformation.
- ▶ déterminer l'amplitude, le déphasage, la période, le domaine et l'image des fonctions sinusoïdales dont les équations correspondantes sont $f(x) = a \sin k(x - c) + d$ et $f(x) = a \cos k(x - c) + d$.

- ▶ esquisser des courbes de fonctions sinusoïdales $f(x) = a \sin k(x - c) + d$ et $f(x) = a \cos k(x - c) + d$ à l'aide de transformations appliquées à la fonction $f(x) = \sin x$ et à la fonction $f(x) = \cos x$ pour une période complète. Déterminer le domaine et l'image de chaque transformée.

Problème modèle : Esquisser le graphique des fonctions $f(x) = 3 \cos 2x - 1$ et $f(x) = 3 \cos(x + 90)$ en appliquant des transformations au graphique de la fonction $f(x) = \cos x$. Indiquer l'amplitude, la période et le déphasage de chaque fonction.

- ▶ déterminer l'équation d'une fonction sinusoïdale à partir de caractéristiques données ou de son graphique.

Problème modèle : Déterminer l'équation d'une fonction sinusoïdale dont l'amplitude est 2, la période est 180° et qui possède un maximum au point $(0, 3)$.

Résolution de problèmes modélisables par des fonctions sinusoïdales

- ▶ effectuer une collecte de données pouvant être modélisées par des fonctions sinusoïdales (p. ex. voltage dans un circuit AC, ondes sonores, hauteur par rapport au sol d'une punaise plantée dans la roue d'un vélo tournant à une vitesse constante) en explorant, à l'aide ou non d'outils technologiques, des sources primaires (p. ex. matériels, outils comme une sonde) ou des sources secondaires (sites Web comme Statistique Canada, E-STAT) et représenter les données.
Problème modèle : Mesurer, à l'aide d'une sonde ou d'autres outils de mesure, les données *distance-temps* d'un pendule et les représenter graphiquement. Indiquer l'effet sur le graphique si on déplace la sonde. Indiquer comment générer un graphique de moindre amplitude.
- ▶ identifier des fonctions sinusoïdales y compris celles découlant de diverses applications tirées de la vie courante et représentant un mouvement périodique à partir de représentations (p. ex. tables de valeurs, représentations graphiques et équations), et expliquer les restrictions imposées par le contexte au domaine et à l'image.

Problème modèle : La hauteur H , en mètres, de l'eau d'un lac selon le temps écoulé n , en mois, depuis le 1^{er} janvier 1995 est représentée par la fonction $H = 5 \sin(31,5n + 63) + 12$. Identifier les restrictions imposées au domaine et à l'image de cette fonction.

- résoudre des problèmes tirés d'applications de la vie courante portant sur des fonctions sinusoïdales, à l'aide d'un graphique donné ou d'un graphique généré par un outil technologique, à partir d'une équation donnée.

Problème modèle : La hauteur par rapport au sol d'une personne dans « La Grande roue de Ferris » peut être modélisée par la fonction sinusoïdale $h(t) = 25 \cos 3(t - 60) + 27$ où $h(t)$ représente la hauteur en mètres et t , le temps en secondes. Représenter graphiquement cette fonction, à l'aide d'outils technologiques en mode degré, et déterminer la hauteur maximale et minimale de la personne par rapport au sol, cette hauteur lorsque $t = 30$ s et le temps nécessaire pour compléter une révolution entière de la grande roue.

APPLICATIONS DE LA GÉOMÉTRIE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- résoudre, à l'aide de vecteurs, des problèmes tirés d'applications de la vie courante.
- résoudre des problèmes d'optimisation portant sur des figures rectangulaires et des figures tridimensionnelles y compris des problèmes tirés d'applications de la vie courante.
- déterminer des propriétés du cercle et résoudre des problèmes y compris ceux tirés d'applications de la vie courante.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

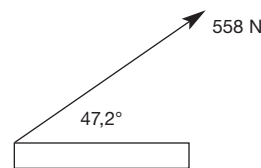
Résolution de problèmes à l'aide de vecteurs

- ▶ définir et représenter un vecteur en tant que segment de droite orienté en indiquant sa grandeur, son sens et sa direction. Représenter l'angle de différentes façons (p. ex. 40° N, 40° à l'ouest du nord, une orientation de 320° par rapport au nord) et reconnaître que deux vecteurs de même grandeur, de même sens et de même direction, mais de positions différentes sont égaux.

Problème modèle : Expliquer pourquoi savoir qu'une personne habite à 69 km de la ville de Lindsay en Ontario ne suffit pas à localiser sa demeure.

- ▶ identifier, recueillir et interpréter diverses applications de la vie courante portant sur des vecteurs (p. ex. problèmes de déplacement et vecteur-vitesse, problèmes de forces en génie civil, techniques simples d'animation par ordinateur, techniques de repérage au moyen du système GPS).
- ▶ décomposer un vecteur représenté par un segment de droite orienté en ses composantes horizontale et verticale.

Problème modèle : Un câble d'acier exerce une force de 558 N à un angle de $47,2^\circ$ par rapport à l'horizontale. Décomposer cette force en ses composantes horizontale et verticale.



- ▶ représenter, à partir de ses composantes, un vecteur par un segment de droite orienté (p. ex. le déplacement d'un navire qui se dirige 3 km vers l'est et 4 km vers le nord peut être représenté par un vecteur de magnitude 5 km et d'orientation $36,9^\circ$ NE).
- ▶ effectuer les opérations d'addition et de soustraction de vecteurs représentés par des segments de droite orientés à l'aide de divers outils (p. ex. papier graphique, outils technologiques) et stratégies (p. ex. règle du triangle, règle du parallélogramme, diagramme à l'échelle).
- ▶ effectuer les opérations d'addition et de soustraction de vecteurs représentés algébriquement par leurs composantes.

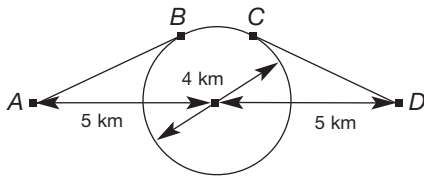
Problème modèle : Démontrer graphiquement, à l'aide d'un plan cartésien et de la règle du triangle, que si $\vec{a} = [2,3]$ et $\vec{b} = [3,4]$ alors $\vec{a} + \vec{b} = [5,7]$ et $\vec{a} - \vec{b} = [-1,-1]$.
- ▶ résoudre des problèmes tirés de diverses applications de la vie courante (arpentage, statique, orientation) portant sur l'addition et la soustraction des vecteurs.

Problème modèle : Deux personnes exercent une force sur un camion bloqué dans la boue afin de le dégager. La première exerce, parallèle au sol, une force de 400 N directement sur le camion et la seconde une force de 600 N parallèle au sol et formant un angle de 50° par rapport à la force exercée par la première personne. Déterminer la force résultante sur le camion.

Optimisation de figures rectangulaire et tridimensionnelle

- utiliser les systèmes métrique et impérial dans les problèmes modèles associés aux contenus d'apprentissage suivants.
- identifier par exploration des formes géométriques et des solides dans des applications reliées à la technologie (p. ex. design d'un produit, architecture) et expliquer leurs applications (p. ex. une plaque d'égout est circulaire pour empêcher qu'elle ne glisse dans le trou lors de manipulations).

Problème modèle : Un lac de forme circulaire a un diamètre de 4 km. Les points A et D situés à l'opposé l'un de l'autre sont alignés avec le centre du lac. Ils sont chacun à 5 km du centre. La route ABCD est formée par les tangentes au cercle AB et CD et l'arc BC qui longe le lac. Quelle est la longueur du trajet ABCD?

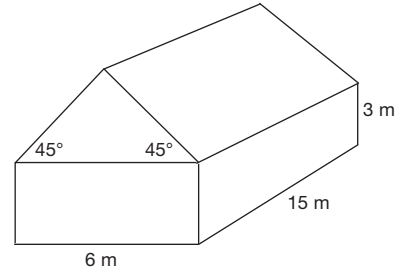


- résoudre des problèmes portant sur l'aire de triangles, de carrés, de rectangles, de parallélogrammes, de trapèzes, de cercles et de figures composées, y compris des problèmes tirés de diverses applications de la vie courante.

Problème modèle : Un atelier de production de plaque doit produire 8 plaques d'égout circulaires d'un pied de diamètre. Combien de plaques circulaires peut-on découper dans une feuille d'acier inoxydable de 4 pi sur 8 pi? Quel pourcentage d'acier inoxydable se retrouve au recyclage?

- résoudre des problèmes de volumes et d'aires latérales de sphères, de prismes droits, de cylindres et de solides composés, y compris des problèmes tirés d'applications de la vie courante.

Problème modèle : Le diagramme ci-dessous représente le lieu de travail d'une petite entreprise. Selon les règlements sur la santé et la sécurité, le système de ventilation doit effectuer un changement d'air toutes les 30 minutes. Déterminer si un ventilateur qui déplace 12 m^3 à la minute suffit.



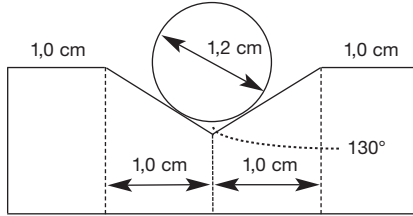
Propriétés du cercle et résolution de problèmes à l'aide de ces propriétés

- reconnaître et décrire (p. ex. diagrammes et mots) les termes se rapportant au cercle, c.-à-d. arc, corde, tangente à un cercle, sécante à un cercle, angle au centre, angle inscrit, secteur circulaire, segment circulaire, longueur d'arc.
- déterminer la longueur d'un arc, et l'aire de secteurs et de segments circulaires, et résoudre des problèmes s'y rattachant.
- déterminer par exploration, à l'aide de divers outils (p. ex. logiciel de géométrie dynamique), les propriétés des cordes, des angles centraux, des angles inscrits et des tangentes d'un cercle (p. ex. des cordes de même longueur sous-tendent des angles centraux de même valeur et des angles inscrits de même valeur; le rayon est perpendiculaire à une tangente au cercle au point de rencontre de la tangente et du cercle; le rayon perpendiculaire à une corde la divise en deux parties égales).

Problème modèle : Déterminer, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, le lien entre la longueur de deux tangentes à un cercle issues d'un même point à l'extérieur du cercle.

- résoudre des problèmes tirés de diverses applications de la vie courante comportant les propriétés d'un cercle.

Problème modèle : Une tige dont la section circulaire est de 1,2 cm de diamètre repose sur un morceau de bois tel qu'illustré ci-dessous. Déterminer la distance entre le dessus du bloc et le point le plus haut de la tige.



Mathématiques de la vie courante, 12^e année

Cours préemploi

MEL4E

Ce cours permet à l'élève d'accroître sa compréhension des mathématiques et de leurs applications dans des contextes associés au monde du travail et à la vie quotidienne. À l'aide de la statistique et de la probabilité, l'élève explore des problèmes provenant de diverses situations de la vie courante. L'élève détermine les obligations de vivre de façon autonome, prépare les rubriques d'un budget personnel ou familial et examine, par exemple, le coût du logement. L'élève résout des problèmes à l'aide de concepts de mesure, de géométrie, de design et de proportionnalité. Tout au long du cours, l'élève apprend à communiquer de façon claire son raisonnement mathématique.

Préalable : Mathématiques de la vie courante, 11^e année, cours préemploi

GESTION DES DONNÉES

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- représenter des données à l'aide de divers diagrammes.
- reconnaître et évaluer la pertinence de différents types d'échantillonnage et formuler des conclusions sur une population.
- démontrer une compréhension de la probabilité dans des situations de la vie courante.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

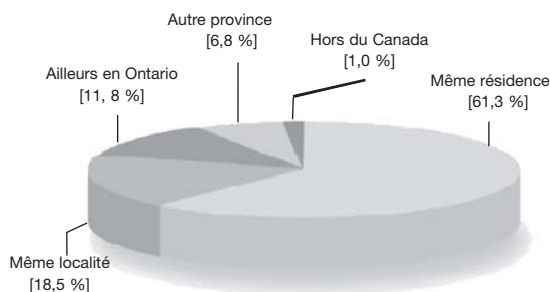
Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Représentation de données

- ▶ interpréter divers diagrammes de données (p. ex. diagramme à pictogrammes, diagramme à bandes, histogramme, diagramme circulaire, diagramme à ligne brisée) provenant de sources et de contextes variés (p. ex. journaux, revues, site Web de Statistique Canada).

Problème modèle : Interpréter le diagramme suivant.

Les mouvements migratoires des Franco-ontariens entre 1996 et 2001



Source : Statistique Canada, recensement de 2001

- ▶ explorer des situations concernant des données (p. ex. des données indiquant, à l'heure de pointe, le nombre de personnes dans un véhicule à l'intersection d'une ville où le trafic est élevé, l'indice mensuel des prix à la consommation) et organiser et stocker les données à l'aide de différents outils (p. ex. tableur, logiciels de données dynamiques).

- ▶ représenter, à l'aide ou non d'outils technologiques et au moyen d'un diagramme approprié (p. ex. histogramme, diagramme à bandes), différentes données à une variable obtenues de sources secondaires (p. ex. Internet, banques de données, journaux) et justifier le choix du diagramme.

Problème modèle : Le tableau ci-dessous représente le nombre de personnes de 25 à 34 ans de la région du Grand Sudbury en fonction de la distance parcourue pour se rendre au travail.

Population active de 25 à 34 ans de la région du Grand Sudbury et la distance parcourue pour se rendre au travail

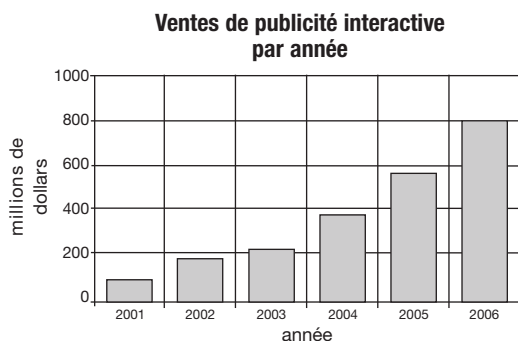
distance (au km près)	effectif
≤ 4	4 985
5 - 9	2 695
10 - 14	1 940
15 - 19	1 485
20 - 24	615
25 - 29	245
≥ 30	715

Source : Statistique Canada, recensement de 2001

- 1) Quel serait, selon toi, le diagramme le plus approprié pour représenter ces données? Justifie ton choix.
- 2) Si les mêmes données d'une autre ville de l'Ontario sont disponibles pour les 25 à 34 ans, quel graphique permettrait de comparer les données des deux villes?

- ▶ effectuer des inférences à partir d'un diagramme donné (p. ex. observer une tendance par interpolation ou extrapolation) et justifier son interprétation.

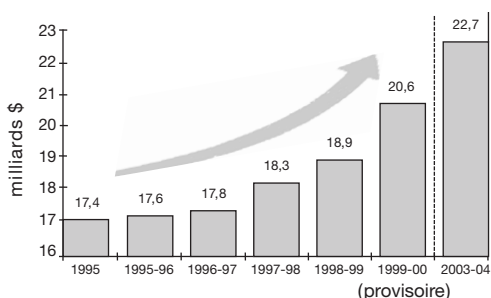
Problème modèle : L'article relié au graphique ci-dessous indique que la vente de publicité par Internet a fortement progressé en 2005. Commenter cette interprétation.



Source : Bureau de la publicité interactive du Canada

- ▶ expliquer comment l'utilisation de diagrammes ou de tableaux de données par les média ou les entreprises peut accentuer un point de vue.

Problème modèle : Le titre à la une d'un journal indique « Forte augmentation des profits de l'entreprise X ». Indiquer des questions à soulever pour appuyer cette affirmation.



Types d'échantillonnage

- ▶ reconnaître des méthodes appropriées de collecte (p. ex. sondage, expérience, recherche sur des sites Web), de stockage (p. ex. logiciels de données dynamiques, tableur) et de représentation de données à une variable à partir de sources primaires ou secondaires (p. ex. graphique, base de données telle que E-STAT).

Problème modèle : Discuter d'une méthode appropriée de collecte de données qui aiderait le centre communautaire de votre ville à établir les activités récréatives qui conviendraient le mieux à la communauté.

- ▶ expliquer la distinction entre un recensement d'une population et un échantillon d'une population, donner les caractéristiques d'un bon échantillonnage et expliquer pourquoi l'échantillonnage est nécessaire (p. ex. à cause d'un manque de temps, du coût et de la logistique).

Problème modèle : La population de l'Ontario est d'environ 12 millions d'habitants. Pour connaître l'opinion des jeunes ontariennes et ontariens sur le type de voiture qui leur conviendra à leur entrée sur le monde du travail, décrire les caractéristiques que doit avoir un échantillonnage pour bien représenter l'opinion de ces jeunes.

- ▶ reconnaître différents types d'échantillonnage (p. ex. aléatoire, stratifié, volontaire, par amas).
Problème modèle : L'échantillonnage volontaire est-il approprié pour recueillir des données sur la fréquence des exercices physiques que font les habitants d'une ville de 15 000 habitants?
- ▶ formuler des conclusions sur une population et les justifier à partir d'analyses et d'interprétations de données à une variable recueillies d'une source secondaire.

Probabilité

- ▶ exprimer la probabilité théorique d'un événement donné comme le rapport entre le nombre de résultats constituant cet événement et le nombre total de résultats possibles si tous les résultats sont équiprobables.

Problème modèle : Dans un jeu de cartes complet, quelle est la probabilité de tirer un 5?

- ▶ exprimer une probabilité sous ses trois formes, nombre décimal, fraction et pourcentage, et interpréter des probabilités présentées sous chacune de ces formes.

Problème modèle : Pour un tirage d'une association caritative, tu t'es procuré 5 des 500 billets disponibles pour gagner une voiture de sport. Exprime la probabilité de cet événement sous forme de fraction, de nombre décimal et de pourcentage.

- ▶ réaliser des expériences de probabilité simples (p. ex. lancer des dés, jouer à pile ou face, tourner l'aiguille d'un tourniquet, tirer une carte d'un jeu de cartes) et noter les résultats afin de calculer la probabilité expérimentale des événements possibles.

- ▶ expliquer la différence entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale (p. ex. on lance une pièce de monnaie en l'air; la probabilité théorique d'obtenir face est 0,5; mais si on fait l'expérience 10 fois, il est faux de prétendre que l'on obtiendra toujours 5 faces).
- ▶ déterminer par exploration, à l'aide de données générées par une expérience en salle de classe ou par une simulation à l'aide d'un ordinateur, que la valeur de la probabilité expérimentale s'approche de la valeur de la probabilité théorique lorsqu'on augmente le nombre d'essais dans une expérience (p. ex. le résultat de la valeur de la probabilité expérimentale, lors d'une simulation de 1000 lancers d'une pièce de monnaie, sera plus près de la valeur théorique que le résultat de la même expérience ne comportant que 10 lancers).

Problème modèle : Déterminer la probabilité théorique d'obtenir un 2 lorsqu'on lance un dé. Simuler le lancer d'un dé et déterminer la probabilité expérimentale d'obtenir un 2 au bout de 10 lancers, 20 lancers, 30 lancers... 200 lancers. Représenter graphiquement la probabilité expérimentale en fonction du nombre de lancers et décrire la tendance.

- ▶ interpréter des informations ayant trait aux probabilités afin de prendre une décision éclairée dans une variété de situations (p. ex. prévisions météorologiques, risque d'infection par un virus, probabilité d'un certain nombre d'accidents sur la route lors d'une longue fin de semaine).

BUDGET DE LA VIE COURANTE

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- déterminer les obligations qu'implique de vivre de façon autonome.
- préparer un budget personnel ou familial selon divers scénarios.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Vie autonome

- ▶ identifier les facteurs à considérer dans le choix d'un logement (p. ex. seul ou avec des colocataires, ameublement, appareils électroménagers, chauffage inclus ou non, proximité du lieu de travail, d'études, des loisirs, le transport en commun, un véhicule ou non, qualité de l'environnement).
- ▶ identifier les implications financières pour un premier logement (p. ex. meubles, literie, batterie de cuisine) et les implications non financières (p. ex. gérer son temps, solitude, apprivoiser un nouvel environnement, partager des responsabilités).
- ▶ déterminer les coûts des différents services (p. ex. électricité, chauffage câblodistribution, téléphone, Internet).

Problème modèle : Explorer les différents choix disponibles pour les services téléphoniques, de câblodistribution et d'Internet, et déterminer les coûts de chacun.
- ▶ identifier et estimer les coûts de la vie quotidienne (p. ex. nourriture, lessive, entretien du logis).

Problème modèle : Comparer le coût des achats nécessaires à l'épicerie pour une semaine selon les différents commerçants. Comparer le prix d'aliments préparés (p. ex. aliment surgelé, portion individuelle) à celui des aliments cuisinés à la maison.
- ▶ identifier différentes sources pour chercher un logement (p. ex. journal, babillard, bouche à oreille, Internet, affiches dans la rue).
- ▶ déterminer par exploration le coût de la location de divers types de logement avec ou sans colocataire (p. ex. appartement, condo, chambre, roulotte).

Problème modèle : Dresser un tableau comparatif des coûts de chaque type de logement en notant les avantages (p. ex. disponibilité d'une salle d'exercices, proximité d'épiceries) et les inconvénients (devenir membre d'un club sportif, voiture pour faire ses courses).
- ▶ décrire les droits et les responsabilités du locataire et du propriétaire selon la Loi de 2006 sur la location à usage d'habitation de l'Ontario, à consulter au www.mah.gov.on.ca (p. ex. conditions spécifiées dans le bail, entretien des lieux, augmentation des loyers, dommages causés au logement).
- ▶ déterminer le genre de logement (p. ex. maison de ville, appartement acheté, maison en rangée, appartement loué avec cour) convenant à divers statuts (p. ex. étudiant, célibataire, marié, avec ou sans enfant, avec ou sans véhicule).

Problème modèle : Dresser un tableau comparatif des coûts de logement d'un célibataire, d'un couple sans enfant et d'un couple avec un enfant en bas âge.
- ▶ identifier les obligations et les coûts d'un déménagement (p. ex. changement d'adresse, avis aux fournisseurs de divers services, permis de conduire, services bancaires, déménageurs, location de camion).

Problème modèle : Gilbert habite chez ses parents à Noëlville. Il commence un nouvel emploi à Timmins. Quels sont les coûts des différents types de déménagement? Quel est le choix le

plus judicieux compte tenu de tout ce qu'il y a à emporter, de la disponibilité des amies et amis pour aider Gilbert et de la période de l'année à laquelle s'effectue le déménagement?

Budget

- ▶ identifier les rubriques principales d'un budget, [p. ex. les dépenses obligatoires (logement, nourriture, vêtements, transport, assurance) et les dépenses facultatives (frais de garderie, épargne, loisirs, voyage)].
 - ▶ reconnaître les conséquences sur les différentes rubriques d'un budget d'un choix personnel d'activités (p. ex. sportives et culturelles), de loisirs, de modes vestimentaires ou d'œuvres de charité.
- ▶ établir un budget mensuel selon un scénario réaliste en tenant compte du salaire, des responsabilités et de l'épargne à long terme (p. ex. pour un étudiant, un célibataire, un couple avec enfants, une famille monoparentale), et le présenter à l'aide d'outils technologiques en utilisant la notation mathématique appropriée (p. ex. tableau, graphique, calcul, logiciel de présentation, présentation orale ou écrite).
- Problème modèle :* Le salaire mensuel net d'une famille avec deux enfants est de 3 000 \$. Établir, en équipe, le scénario plausible d'un budget mensuel de la famille si les deux enfants vont à la garderie et si la famille désire économiser 300 \$ par mois.
- ▶ expliquer les répercussions probables sur un budget personnel de divers événements (p. ex. perte d'emploi, maladie, dépenses imprévisibles, statut marital, nouvelle carrière, récession, enfant).

MESURE ET PROPORTIONNALITÉ

ATTENTES

À la fin du cours, l'élève doit pouvoir :

- estimer et mesurer, à l'aide du système métrique et du système impérial, dans le cadre de diverses applications, et effectuer des conversions d'un système à l'autre.
- résoudre des problèmes tirés de la vie courante portant sur la mesure et des problèmes de design.
- résoudre des problèmes de proportion tirés de la vie courante.

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Pour satisfaire aux attentes, l'élève doit pouvoir :

Estimation et mesure

- ▶ utiliser les systèmes métrique et impérial dans les problèmes modèles associés aux contenus d'apprentissage suivants.
- ▶ estimer et mesurer des longueurs en utilisant les deux systèmes (p. ex. cm, m, km ou po, pi, mille).
- ▶ estimer et mesurer des capacités en utilisant les deux systèmes [p. ex. mL, L ou oz (once), pinte, gallon]. Noter : Il faut préciser s'il s'agit d'un gallon impérial qui est égal à 4,546 L ou d'un gallon américain qui est égal à 3,785 L.
- ▶ convertir une mesure dans un même système (p. ex. convertir des mètres en kilomètres, des kilogrammes en centigrammes, des verges en pieds).
- ▶ convertir une mesure d'un système à l'autre système (p. ex. convertir des milles en kilomètres, des mètres en pieds, des livres en kilogrammes, des litres en gallons américains ou en gallons impériaux).

Problème modèle : La consommation d'essence d'une voiture Desoto 1955 sur l'autoroute était de 12 milles au gallon américain. Le Hummer H3 consomme 18 L aux 100 km. Quelle voiture consomme le moins d'essence?

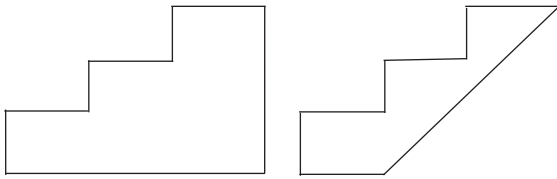
- ▶ développer des stratégies possibles pour évaluer la quantité d'objets lorsqu'il y en a beaucoup (p. ex. le nombre de livres sur un rayon de bibliothèque, le nombre de personnes dans une

foule à partir d'une photo digitale, le nombre de voitures dans un parc de stationnement, le temps nécessaire pour effectuer une tâche, la superficie d'un terrain).

Mesure et design

- ▶ démontrer une connaissance pratique du théorème de Pythagore pour s'assurer d'obtenir des angles droits (p. ex. dessiner un rectangle sur le plancher en se servant du triplet 3-4-5 ou de ses multiples).
- ▶ appliquer, en situation familière, le concept du périmètre (p. ex. clôture d'un terrain, moulures autour d'une pièce ou d'une fenêtre, bordure d'une nappe).
Problème modèle : Quelle fenêtre de votre maison nécessite le plus de moulure? le moins de moulure? Quelle longueur de moulure faut-il pour l'ensemble des fenêtres de votre maison?
- ▶ estimer l'aire de figures irrégulières, le volume et l'aire totale de solides décomposables à l'aide de figures et de solides réguliers (p. ex. carré, rectangle, triangle, cercle, prisme à base rectangulaire, cylindre).
- ▶ résoudre des problèmes tirés de la vie courante et portant sur l'aire de figures planes notamment le rectangle, le triangle et le cercle.
- ▶ résoudre des problèmes tirés de la vie courante et portant sur le volume et l'aire totale de prismes triangulaire, rectangulaire, de cylindres, et de solides décomposables.

Problème modèle : Comparer la quantité de béton nécessaire à la construction de trois marches de 4 pi de largeur selon les coupes suivantes. Chaque marche a une hauteur de 8 po.



- ▶ dessiner, en deux dimensions, le plan à l'échelle d'un endroit connu (p. ex. chambre à coucher, salle de classe, parc) à l'aide d'un logiciel de dessin ou de conception, ou de papier quadrillé.

Problème modèle : Votre famille emménage dans une nouvelle maison. Les dimensions du salon de cette maison sont 10 pi sur 16 pi. À l'aide de cercles et de rectangles découpés qui représentent, à l'échelle, chaque meuble du salon de votre demeure actuelle, déterminer si le nouveau salon peut accueillir tous vos meubles.

- ▶ construire le modèle tridimensionnel d'un objet ou d'un milieu d'intérêt personnel (p. ex. appareils ménagers, chambre, maison, jardin, pont).

Problème modèle : Créer un jumelage innovateur de deux appareils ménagers ou d'autres biens de consommation et construire un modèle tridimensionnel du jumelage.

- ▶ estimer, à l'aide ou non d'outils technologiques (p. ex. tableur), les coûts d'un projet de réfection (p. ex. aménagement d'un terrain, décoration d'une pièce).

Problème modèle : Élaborer un plan pour la réfection d'une chambre à coucher de 12 pi sur 12 pi et un budget de moins de 2 000 \$. La réfection peut comprendre la peinture des murs et du plafond, le remplacement de la moquette par un plancher de bois franc, l'achat d'un nouvel ameublement de chambre, etc.

Mesure et proportionnalité

- ▶ reconnaître des applications de rapport et de proportion dans des situations tirées de la vie courante (p. ex. mélange de produits chimiques, engrais pour le jardin, mélange d'huile et d'essence pour les petits moteurs, préparation de mortier, entretien d'une piscine).

- ▶ distinguer entre un cas de proportion (p. ex. l'essence à la pompe, le prix de 5 kiwis est de 1,50 \$ et celui de 15 kiwis est de 4,50 \$) et de non proportion (p. ex. doubler le nombre de minutes d'utilisation d'un forfait téléphonique ne double pas nécessairement le prix).

- ▶ utiliser le concept de proportion dans des situations au foyer (p. ex. doubler une recette, le compte de kilojoules dans un aliment, le dosage médical, le maintien de l'acidité d'une piscine).

Problème modèle : À partir des informations sur une boîte de conserve, noter les données se rapportant aux kilojoules et aux gras contenus, puis déterminer le temps nécessaire à faire des exercices (p. ex. marche rapide, jogging, ski de randonnée) pour brûler ces kilojoules si on a consommé tout le contenu de la boîte.

- ▶ décrire les conséquences d'une fausse interprétation de la proportion (p. ex. surdose, dommage mécanique, vêtements abîmés au lavage, béton qui s'effrite).

Problème modèle : L'âge, le genre, la masse, la chimie du corps et les habitudes comme fumer sont des facteurs qui modifient l'efficacité d'un médicament. Comment le raisonnement proportionnel peut-il permettre au médecin de modifier la posologie à la suite du rôle d'un ou de plusieurs de ces facteurs? Quelles peuvent être les conséquences d'un mauvais ajustement de la posologie?

- ▶ résoudre des problèmes avec des proportions tirées de diverses applications (p. ex. taux horaire d'un travail pour une heure régulière de travail et pour une heure de travail supplémentaire; préparation de béton pour un petit travail ou un travail plus important, longueur de moule nécessaire pour une fenêtre dont l'aire est le double de celle d'une autre fenêtre).

Problème modèle : Votre entreprise se procure des tuyaux en spirale aux États-Unis par longueur de 200 pi. Votre entreprise les transforme en tuyaux d'une longueur de 3,7 m. Combien de sections de 3,7 m peut-on obtenir à partir d'un tuyau de 200 pi?

Le ministère de l'Éducation tient à remercier toutes les personnes, les groupes et les organismes qui ont participé à l'élaboration et à la révision de ce document.



Imprimé sur du papier recyclé

06-259

ISBN 978-1-4249-4702-7 (imprimé)

ISBN 978-1-4249-4704-1 (TXT)

ISBN 978-1-4249-4703-4 (PDF)

© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2007