Les monographies s'inscrivent dans le cadre des visées stratégiques de la *Politique d'aménagement linguistique*; entre autres, la construction identitaire.

Monographie nº 6

Questions principales

- Quelles sont les pratiques actuelles d'enseignement des mathématiques de la 7e à la 10e année dans les écoles de langue française de l'Ontario?
- Quelle est la relation entre la pensée mathématique et le développement du cerveau?
- Qu'est-ce qui fait qu'une pratique mathématique est réussie?

Selon la recherche

- La présentation et l'organisation des cours de mathématiques sont garantes de la pratique réussie en mathématiques. Les problèmes que l'élève doit résoudre doivent favoriser l'assimilation des concepts ciblés.
- Une pratique réussie mise sur la dynamique du groupe-classe. Cette dynamique doit viser la coopération plutôt que la compétition. Elle doit aussi favoriser une communication mathématique significative entre élèves.
- L'utilisation de matériel de manipulation et d'outils technologiques joue un rôle fondamental dans la compréhension des concepts mathématiques de base et mène à une meilleure compréhension des concepts mathématiques abstraits.

Luis Radford est professeur titulaire à l'École des sciences de l'éducation de l'Université Laurentienne. Ses domaines de recherche comprennent le développement de la pensée mathématique, la communication en salle de classe et les processus d'abstraction en mathématiques. En collaboration avec des enseignantes et des enseignants de plusieurs écoles de langue française de l'Ontario, il étudie depuis plusieurs années l'évolution de la pensée algébrique chez les élèves. Il mène actuellement une recherche-action longitudinale dont le but est de déterminer les conditions didactiques requises pour amener les élèves de l'école élémentaire à se livrer à des réflexions mathématiques poussées. Luis Radford est l'auteur de plusieurs ouvrages et de plus de 150 articles scientifiques parus dans les plus grandes revues internationales. Il a reçu le Prix d'excellence en recherche 2004-2005 de l'Université Laurentienne.

Cette monographie est affichée dans le site Web du ministère de l'Éducation de l'Ontario au lien suivant : http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/results.html

Le passage à l'abstrait dans l'apprentissage des mathématiques au cycle intermédiaire

(de la 7e à la 10e année)

Pour acquérir, à l'école, les connaissances que l'humanité a bâties au cours de millénaires, il faut plus qu'un bon cerveau : il faut une culture. […] Du point de vue de l'éducation, on ne peut pas tirer tout le potentiel de la plasticité du cerveau sans les conditions pédagogiques que la culture doit mettre en place pour assurer un plein développement chez l'élève. (Rapport 2, *2008, p. 31.)*

DE LA THÉORIE…

Cette recherche vise :

- à recenser les pratiques actuelles dans l'enseignement des mathématiques de la 7e à la 10e année au sein des écoles de langue française de l'Ontario;
- à comprendre le rapport entre le développement du cerveau et l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques;
- à établir un cadre conceptuel ciblant l'amélioration de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques au cycle intermédiaire.

La première partie de la recherche, de nature quantitative et qualitative, est fondée sur les données recueillies au moyen de questionnaires (82) et d'entrevues (13) auprès d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques de la 7e à la 10e année, en mai et en octobre 2007.

La deuxième partie de la recherche consiste en une recension des écrits sur le rapport entre le développement du cerveau et l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Elle donne aussi les résultats d'une recherche-action menée auprès de sept enseignantes et enseignants de la province.

La dernière partie de la recherche découle des deux autres. On y présente un cadre conceptuel décrivant les éléments d'une leçon modèle de mathématiques. Cette partie comprend également une recension critique des écrits au sujet des difficultés conceptuelles et des pratiques réussies menant à une meilleure compréhension des concepts mathématiques au cycle intermédiaire.

Mars 2009

La Direction des politiques et programmes d'éducation de langue française a pour objectif de fournir aux enseignantes et aux enseignants les résultats de la recherche actuelle sur l'enseignement et l'apprentissage. Les opinions et les conclusions exprimées dans ces monographies sont, toutefois, celles des auteurs; elles ne reflètent pas nécessairement les politiques, les opinions et l'orientation du ministère de l'Éducation de l'Ontario.

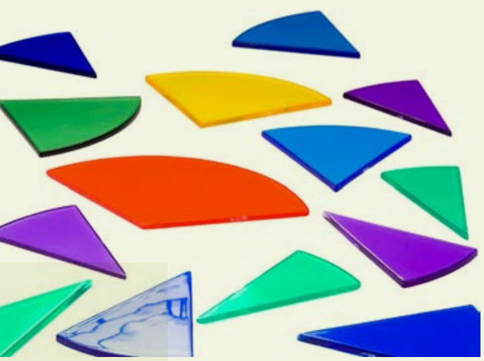
Liens à propos d'initiatives ministérielles

- *Je m'engage, tu t'engages*, 2008

  Ce guide de réflexion sur la relation enseignant-élève propose une réflexion au sujet de l'impact, sur la réussite scolaire, d'une relation positive entre l'enseignante ou l'enseignant et ses élèves. Il décrit les pratiques pédagogiques favorisant la motivation et l'engagement des élèves.

- Le *Programme d'apprentissage et de leadership du personnel enseignant* (PALPE), 2008

  Ce programme offre aux enseignantes et aux enseignants chevronnés des occasions de perfectionnement professionnel et permet à ces derniers de transmettre à d'autres leur expertise afin qu'un plus grand nombre d'élèves puissent en bénéficier. Le PALPE finance des propositions de projets soumises par des enseignantes et des enseignants portant sur des stratégies pédagogiques novatrices dans une variété de domaines tels que les compétences mathématiques. Le PALPE offre également une formation en leadership visant le développement des compétences dans la gestion de projets de perfectionnement professionnel.



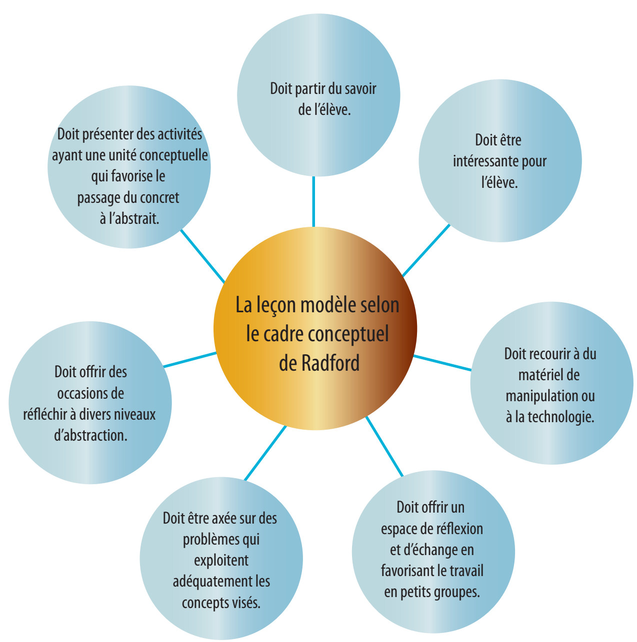
Résultats

Première partie de la recherche

Conclusions selon les enseignantes et enseignants	Palier élémentaire (7e et 8e année)	Palier secondaire (9e et 10e année)
Travail de groupe en mathématiques	37,1 % de la période de mathématiques	27,6 % de la période de mathématiques
Matériel de manipulation et outils technologiques	73,1 % y ont recours 1 à 2 fois par semaine; 3,8 % y ont rarement recours	44,7 % y ont recours 1 à 2 fois par semaine; 42,1 % y ont rarement recours
Temps pour terminer les devoirs à la maison	69,2 % prennent moins de 30 minutes; 30,8 % prennent de 30 à 60 minutes	45,5 % prennent moins de 30 minutes; 52,3 % prennent de 30 à 60 minutes
Phases d'enseignement	Présentation de concepts, travail individuel, correction des devoirs	
Difficultés conceptuelles	Fractions, algèbre, entiers relatifs	

Seconde partie de la recherche

- La pensée mathématique se forme à l'aide du langage et des symboles, et aussi grâce aux sens. Il convient donc de proposer des activités qui font appel aux sens avant d'enseigner des concepts abstraits.
- Proposer des activités faisant appel aux différents sens favorise l'apprentissage de concepts abstraits (p. ex., tracer du doigt un contour rond puis un contour anguleux permet de *sentir* et de *voir* la différence entre les deux, ce qui aide à comprendre certains concepts géométriques abstraits).
- L'attention, la planification, le raisonnement spatial et la production de symboles sont associés à certaines régions du cerveau, dans le cortex. D'autres régions spécialisées rendent possibles les connexions neuronales sur le plan sensoriel (vue, odorat, ouïe, toucher, goût).
- Des activités mathématiques qui nécessitent une réflexion poussée, du matériel de manipulation et une expérimentation sensorielle variée peuvent aider à établir les bases d'une conceptualisation mathématique profonde et durable.
- Certains lobes du cortex se développent jusqu'à l'âge de 25 ans, environ. Pendant cette phase de développement, ils jouissent d'une bonne plasticité, c'est-à-dire la capacité du cerveau à s'adapter sous l'effet de stimuli externes ou internes. Ce sont les stimulations adéquates et soutenues qui permettront d'exploiter cette plasticité.
- Les connexions neurologiques se font mieux lorsqu'elles sont encore malléables (plasticité). Une fois que les connexions sont fixes, elles sont difficiles à modifier. Il importe donc de déterminer le stade de développement le plus propice pour l'apprentissage de divers concepts (p. ex., la période de l'adolescence pour l'apprentissage de l'algèbre).



Recommandations

- Élaborer un programme de formation qui favorise le passage du concret à l'abstrait en s'appuyant sur des leçons modèles.
- Utiliser la stratégie du travail en petits groupes.
- Prévoir des séances de formation pour aider les enseignantes et les enseignants dans l'enseignement des concepts plus difficiles à saisir pour les élèves (p. ex., fractions et algèbre).
- Préparer des documents d'appui pour sensibiliser les enseignantes et les enseignants à l'importance d'avoir accès à du matériel de manipulation et à des outils technologiques pour l'apprentissage des mathématiques.
- Initier plus tôt les élèves à l'algèbre.

...À LA PRATIQUE

- Dans la pratique réussie, l'enseignante ou l'enseignant est une ou un *partenaire* de l'élève et non seulement une facilitatrice ou un facilitateur. Elle ou il essaie de pousser plus loin les connaissances de l'élève. Ainsi, au départ, l'élève fait tous les efforts possibles pour résoudre le problème qu'on lui propose. Ce faisant, elle ou il développe des algorithmes personnels qui n'ont peut-être pas la profondeur et la complexité des concepts mathématiques visés. C'est alors que l'enseignante ou l'enseignant doit intervenir pour faire évoluer l'algorithme personnel. L'algorithme personnel doit donc être considéré comme le point de départ de l'apprentissage, et non forcément comme un point d'arrivée. En fait, les algorithmes personnels se trouvent souvent dans la zone *actuelle* de développement de l'élève. C'est grâce à un travail conjoint que l'élève et l'enseignante ou l'enseignant créent une zone *proximale* de développement (Vygotski) à l'intérieur de laquelle l'algorithme personnel évolue et passe à un niveau conceptuel plus élevé.
- Yassir Hicham, du Collège français à Toronto (CSDCSO), a pris part au projet de recherche de Luis Radford. Il met aujourd'hui en application des éléments du cadre conceptuel de la recherche, dont le recours au processus de résolution de problèmes, au travail en équipe ainsi qu'à du matériel de manipulation et à des outils technologiques.
- Les résultats que M. Hicham estime les plus intéressants concernent les élèves ayant suivi les cours de mathématiques du cours appliqué de 9e année. En effet, les élèves à qui l'on demande de résoudre des problèmes visant les concepts enseignés parviennent à les résoudre en discutant avec l'enseignante ou l'enseignant et avec d'autres élèves ainsi qu'en utilisant des outils technologiques et du matériel de manipulation. M. Hicham est convaincu de la pertinence du recours au processus de résolution de problèmes, au travail d'équipe et à l'utilisation de matériel de manipulation et d'outils technologiques dans l'enseignement des concepts abstraits en mathématiques. Il affirme que ces stratégies viennent appuyer la différenciation pédagogique.
- Alain Girouard, enseignant de mathématiques en 7e et 8e année à l'école Alliance Saint-Joseph à Chelmsford (CSCNO), a aussi pris part au projet de recherche de Luis Radford. Monsieur Girouard enseigne dans une école où la technologie occupe une place importante. En fait, on autorise à cette école l'utilisation d'un assistant numérique personnel (ordinateur portable avec stylet) dans les classes de 7e et 8e année. De plus, Alain Girouard utilise le tableau interactif SMART Board et du matériel de manipulation pour présenter ses leçons et favoriser l'interaction entre les élèves. Cette approche, combinée au travail en équipe et aux discussions, encourage le développement d'un raisonnement mathématique adapté au niveau de développement conceptuel de l'élève. Bref, la technologie et l'approche adoptée permettent non seulement aux élèves de M. Girouard de mettre en application les principes à la fine pointe de la pédagogie mathématique, mais surtout d'apprendre dans un climat stimulant où le plaisir et le jeu occupent une grande place.

Conclusion

- Au moins le quart des enseignantes et des enseignants de la 7e à la 10e année ayant répondu au questionnaire font appel au travail en équipe.
- Toute stratégie pédagogique doit non seulement être établie en partant des connaissances antérieures de l'élève et s'articuler autour de problèmes qui sont intéressants pour elle ou lui, mais doit aussi favoriser l'approfondissement des concepts visés à des niveaux conceptuels de plus en plus élevés.
- L'enseignement des fractions et de l'algèbre exige de nouvelles stratégies pédagogiques pour une meilleure compréhension de ces concepts.
- Il faut encourager une utilisation plus fréquente de matériel de manipulation et d'outils technologiques dans l'enseignement de nouveaux concepts mathématiques.
- Il est nécessaire de repenser le moment le plus propice pour initier les élèves à l'algèbre.

- Gilbert Lacroix, de l'école secondaire Macdonald-Cartier à Sudbury (CSPGNO), a aussi collaboré aux travaux de recherche de Luis Radford. Selon Monsieur Lacroix, la résolution de problèmes suscite la curiosité de l'élève et l'incite à activer ses connaissances antérieures dans le but de concevoir une méthode efficace de résolution de problèmes. De plus, les discussions en petits groupes favorisent la collaboration et l'échange de connaissances tout en contribuant à une meilleure communication mathématique. M. Lacroix perçoit le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant de mathématiques comme celui d'un ou d'une guide laissant beaucoup d'autonomie à l'élève engagé ou engagée dans sa tâche de résolution de problèmes. Enfin, l'erreur est non seulement permise dans le processus de résolution de problèmes, elle est même utile dans la mesure où elle mène à une réflexion sur la stratégie retenue et à la découverte de nouvelles idées.
- Le Conseil des écoles catholiques de langue française du Centre-Est a mis sur pied un projet visant un enseignement efficace des mathématiques fondé sur la recherche. Dans un premier temps, l'équipe du conseil a élaboré un document qui cible les grandes idées et les concepts clés en mathématiques ainsi que l'évaluation de l'apprentissage. Ce document a été élaboré en partant des ressources pédagogiques suivantes : *Les mathématiques, un peu, beaucoup, à la folie!*, *Les mathématiques, un monde sans limites* et *Les mathématiques, un monde à apprivoiser*, du CFORP. Dans un second temps, un enseignant-accompagnateur ou une enseignante-accompagnatrice de chaque école secondaire a été libéré ou libérée une période par semestre pour aider les autres enseignantes et enseignants de mathématiques de la 7e à la 9e année dans leur démarche. Ces accompagnateurs et accompagnatrices reçoivent une formation du conseil scolaire portant entre autres sur les grandes idées et les concepts clés en mathématiques et sur l'utilisation de matériel de manipulation pour amener les élèves à saisir les unités conceptuelles. Cette formation permet à ces personnes d'assumer leur rôle de leaders pédagogiques en mathématiques au sein de leur école.

Références

ARZARELLO, F. and O. ROBUTTI (2004). "Approaching functions through motion experiments. Educational Studies in Mathematics", PME Special Issue of *Approaching functions through motion experiments*.

BARTH, B.-M. (1987). *L'apprentissage de l'abstraction*, Paris, Retz.

BARTOLINI BUSSI, M.G. (1998). "Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian analysis". In H. Steinbring, M.B. Bussi and A. Sierpinska (eds.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, Reston, Virginia, National Council of Teachers of Mathematics, p. 65-84.

BOERO, P. (2001). "Transformation and anticipation as key processes in algebraic problem solving". In R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell and R. Lins (eds.). *Perspectives on School Algebra*, Dordrecht, Kluwer, p. 65-84.

BUTTERWORTH, B. (2001). *The Mathematical Brain*, London, Macmillan Publishers.

CAMPBELL, S. (2007). "The Engrammetron: Establishing an Educational Neuroscience Laboratory", *SFU Educational Review*, 1, p. 17-29.

CHAIKLIN, S. (2003). "The zone of proximal development in vygotsky's analysis of learning and instruction". In A. Kozulin, B. Gindis, *et al.* V*ygotsky's Educational Theory in Cultural Context*, Cambridge, Cambridge University Press, p. 39-64.

COLE, M. (1995). "Culture and cognitive development: From cross-cultural research to creating systems of cultural mediation", *Culture and Psychology*, 1, p. 25-54.

FILLOY, E. and T. ROJANO (1989). "Solving equations: The transition from arithmetic to algebra", *For the Learning of Mathematics*, 9 (2), p. 19-25.

FORMAN, E.A. and J. McPHAIL (1993). "Vygotskian perspective on children's collaborative problem-solving activities". In E.A Foreman, N. Minick, C. A. Stone. *Contexts for Learning. Sociocultural Dynamics in Children's Development*, New York, Oxford University Press, p. 213-229.

GALLESE, V. and G. LAKOFF (2005). "The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge", *Cognitive Neuropsychology*, 22 (3/4), p. 455-479.

HEALY, J.M. (1991). *Endangered Minds: Why Children Don't Think and What We Can Do About It*, New York, Touchstone.

JANSEN, A. (2008). "An investigation of relationships between seventh-grade students' beliefs and their participation during mathematics discussions in two classrooms", *Mathematical Thinking and Learning*, 10 (1), p. 68-100.

KARPOV, Y. V. (2003). "Vygotsky's doctrine of scientific concepts. It's role for contemporary education". In A. Kozulin, B. Gindis., *et al.* V*ygotsky's Educational Theory in Cultural Context*, Cambridge, Cambridge University Press, p. 65-82.

KROESBERGEN, E., J. VAN LUIT and C. MAAS (2004). "Effectiveness of explicit and constructivist mathematics instruction for low-achieving students in the Netherlands", *The Elementary School Journal*, 104 (3), p. 233-251.

LUNA, B. (2004). "Algebra and the adolescent brain", *Trends in Cognitive Sciences*, 8 (10), p. 437-439.

MARTIN, J. (2004). "The Educational Inadequacy of Conceptions of Self in Educational Psychology", *Interchange: A Quarterly Review of Education*, 35, p. 185-208.

NEMIROVSKY, R., M. BORBA et C. DIMATTIA (eds.), 57 (3), CD-Rom, chapitre 1.

RADFORD, L. et S. DEMERS (2004). C*ommunication et apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Ottawa, Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques.

RADFORD, L. (2000). "Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis". *Educational Studies in Mathematics*, 42 (3), p. 237-268.

RADFORD, L. (2003). « Narratives, expressions algébriques et calcul formel : de la constitution à la transformation du sens », *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 8, p. 191-208.

RADFORD, L. (2008). "Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings", *Educational Studies in Mathematics*, OnLine First, DOI 10.1007/s10649-10008-19127-10643.

RADFORD, L. (2008). "The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning". In L. Radford, G. Schubring and F. Seeger (eds.). *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture*, Rotterdam, Sense Publishers, p. 215-234.

RADFORD, L., C. BARDINI and C. SABENA (2007). "Perceiving the general: The multisemiotic dimension of students' algebraic activity", *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, p. 507-530.

SCHMITTAU, J. (2003). "Cultural-historical theory and mathematics education". In A. Kozulin, B. Gindis, *et al. Vygotsky's Educational Theory in Cultural Context*, Cambridge, Cambridge University Press, p. 225-245.

SKOVSMOSE, O. and P. VALERO (2002). "Democratic access to powerful mathematical ideas". In L. English (ed). *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum, p. 383-407.

STARKEY, P., E. SPELKE and R. GELMAN (1990). "Numerical abstraction by human infants", *Cognition*, 36, p. 97-127.

STEINBRING, H., M. BARTOLINI BUSSI and A. SIERPINSKA (1998). *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, Reston, Virginia, National Council of Teachers of Mathematics.

TUDGE, J. (1990). "Vygotsky, the zone of proximal development, and peer collaboration: Implications for Classroom Practice". In L.C. Moll (ed.). *Vygotsky and Education*, Cambridge University Press, p. 155-172.

VYGOTSKY, L.S. (1985). *Pensée et langage*, Paris, Éditions sociales.

WEXLER, B.E. (2006). N*eurobiology, ideology, and social change*, Massachusetts, MIT Press.

WILLINGHAM, D.T. and J.W. LLOYD (2007). "How educational theories can use neuroscience data", *Mind, Brain, and Education*, 1 (3), p. 140-149.

WYNN, K. (1992) "Addition and subtraction by human infants", *Nature*, 358, p. 749-750.

Une série de monographies produite par la Direction des politiques et programmes d'éducation en langue française en collaboration avec le Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques.

ISBN 978-1-4249-8839-6