QU'EST-CE QUE LE RAISONNEMENT PROPORTIONNEL?

M–12

Document d'appui pour **Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques**

Table des matières

Mettre l'accent sur le raisonnement proportionnel

« La capacité de raisonner en utilisant des relations proportionnelles résulte d'un processus complexe qui est long à assimiler. De nombreuses expériences concrètes variées sont nécessaires pour comprendre la nature d'une relation proportionnelle et il faut plus de temps encore pour acquérir la capacité de faire des applications abstraites. »

(Erickson, Cordel et Mason, 2000, traduction libre)

Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques fournit un aperçu de ce dont l'élève de l'Ontario requiert pour approfondir son apprentissage et améliorer sa compréhension des mathématiques. Ce document présente sept principes fondamentaux pour planifier et améliorer l'enseignement des mathématiques.

SEPT PRINCIPES FONDAMENTAUX POUR AMÉLIORER L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, DE LA MATERNELLE À LA 12e ANNÉE

- Mettre l'accent sur les mathématiques.
- Coordonner et consolider le leadership en mathématiques.
- Développer une compréhension de l'enseignement efficace des mathématiques.
- Soutenir les pratiques collaboratives d'apprentissage professionnel en mathématiques.
- Créer un environnement d'apprentissage propice aux mathématiques.
- Valoriser l'évaluation au service de l'apprentissage des mathématiques pour la réussite de tous les élèves.
- Favoriser l'accès aux ressources mathématiques.

Le présent document est encore plus concret, car il porte sur un volet particulier des mathématiques, soit celui du raisonnement proportionnel. D'autres documents d'appui exploreront d'autres sujets clés touchant l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques.

La proportionnalité imprègne toutes les sphères des mathématiques et elle est souvent considérée comme le fondement de la compréhension abstraite des mathématiques. Nous espérons que le présent document éveillera l'intérêt du personnel enseignant et de l'élève à l'égard de ce concept complexe et important.

Qu'est-ce que le raisonnement proportionnel?

L'élève utilise le raisonnement proportionnel dès le début de l'apprentissage des mathématiques, par exemple, en voyant que 8 équivaut à 2 x 4 ou 4 x 2 et pas seulement à « 1 de plus que 7 ». Le raisonnement proportionnel est utilisé à des stades ultérieurs de l'apprentissage lorsque l'élève comprend qu'une vitesse de 50 km/h est l'équivalent d'une distance de 25 km parcourue en 30 minutes. L'élève continue d'employer le raisonnement proportionnel en étudiant la pente d'une courbe ou les dérivées.

Le raisonnement proportionnel consiste à la base à voir les nombres selon leur valeur relative plutôt que leur valeur absolue. L'élève applique un raisonnement proportionnel pour établir qu'un groupe qui passe de 3 à 9 enfants subit une augmentation plus importante qu'un autre qui passe de 100 à 150 enfants puisque, dans le premier cas, le nombre a triplé alors que, dans le deuxième cas, il n'a augmenté que de 50 % et n'a même pas doublé.

Bien que le programme-cadre de mathématiques de l'Ontario ne fasse pas mention des relations proportionnelles de façon explicite avant la septième année, les activités des années des cycles primaire et moyen contribuent au développement du raisonnement proportionnel. Par exemple, en comparant la valeur d'un ensemble de quatre pièces de cinq cents à la valeur d'un ensemble de quatre pièces d'un cent, l'élève développe son raisonnement proportionnel. Aux cycles moyen et intermédiaire, l'élève travaille directement avec les fractions et leur utilisation dans le contexte des rapports, des taux et des pourcentages.

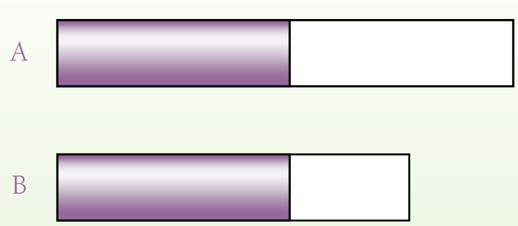
Les proportions sont vues de façon plus directe en 9e et en 10e année, mais l'élève de la douzième année compare des problèmes de raisonnement proportionnel à des problèmes de raisonnement non proportionnel. Le raisonnement proportionnel continue d'être utilisé dans le cadre de la trigonométrie, des diagrammes à l'échelle et dans d'autres situations.

Dans le raisonnement proportionnel, on s'attarde aux relations et on compare des quantités ou des valeurs. Comme a dit Van de Walle, « Il est malaisé de définir le raisonnement proportionnel. Il ne s'agit pas d'un type de raisonnement qu'on est capable de tenir ou non : il s'acquiert progressivement au fil du temps. On peut le décrire notamment comme la capacité à réfléchir à des relations multiplicatives entre des quantités et à comparer de telles relations, représentées symboliquement sous forme de rapports. » (2008, p. 163)

On a parfois tendance à croire que le raisonnement proportionnel se limite à l'étude des rapports, des taux et des nombres rationnels comme les fractions, les décimales et les pourcentages alors, qu'en fait, il touche toutes les sphères des mathématiques. Par exemple, la proportionnalité est un aspect important des mesures, y compris de la conversion des unités et des relations de multiplication des dimensions qui existent entre l'aire et le volume.

Un exemple de raisonnement proportionnel en mesure

Quelle figure contient le plus de couleur?



Adaptation et traduction libre de Small (2008, p. 254)

Donner à l'élève des représentations non numériques l'oblige à appliquer un raisonnement qualitatif. On peut alors stimuler des discussions enrichissantes sur la proportionnalité. Vous trouverez d'autres exemples de ce type dans Small (2008), Van de Walle (2008) et dans Continuum and Connections: Big Ideas and Proportional Reasoning K–12.

Pourquoi est-ce important?

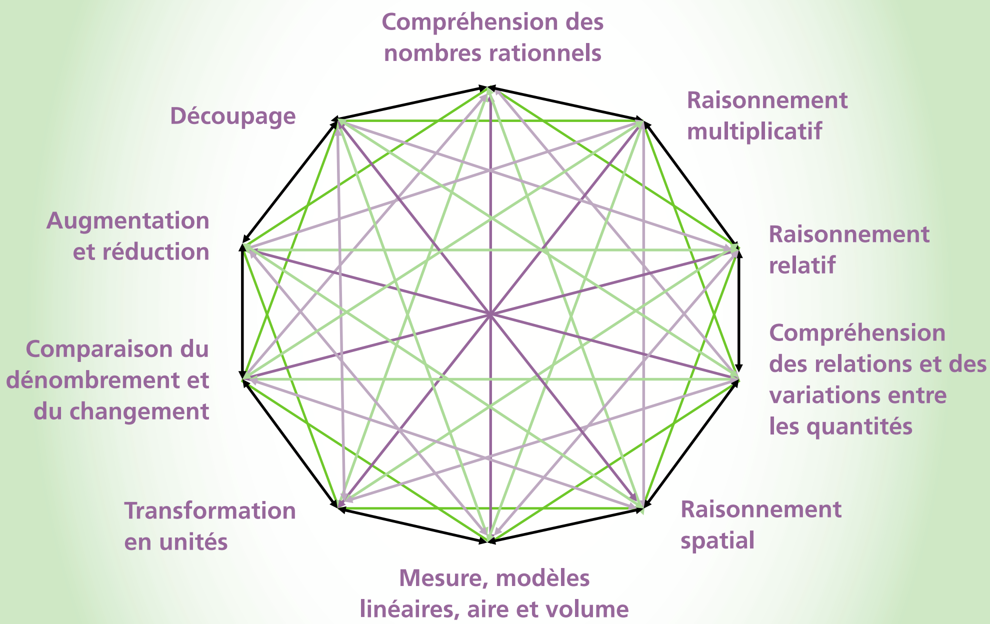
En dehors du cours de mathématiques, le raisonnement proportionnel s'applique dans des matières comme les sciences, la musique et la géographie, ainsi que dans des activités de tous les jours. Les gens se servent du raisonnement proportionnel pour faire des calculs dans le cadre de leurs achats, leurs déclarations d'impôt ou de leurs placements, pour tracer des plans et des cartes, pour prendre des mesures ou faire la conversion de devises étrangères, pour suivre des recettes et les adapter à leurs besoins, ou encore pour déterminer différentes concentrations pour des mélanges et des solutions.

La capacité de maîtriser le raisonnement proportionnel est un facteur déterminant pour la compréhension et l'application des mathématiques. Lamon estime que plus de 90 % des élèves admis à l'école secondaire ne possèdent pas les capacités de raisonnement nécessaires pour bien comprendre les mathématiques et les sciences, et sont mal préparés pour les applications concrètes en statistique, en biologie, en géographie ou en physique (Lamon, 2005, p. 10). L'élève est peut-être capable de résoudre un problème fondé sur les proportions selon une méthode qui a été mémorisée, mais cela ne signifie pas pour autant que l'élève soit capable d'appliquer un raisonnement proportionnel au cours de la résolution de ce problème.

Exploration des grands concepts

Le raisonnement proportionnel suit un cheminement complexe qui s'apparente à une toile et qui n'a rien de linéaire. Chaque élève n'analyse pas nécessairement le même concept de la même façon. Il y a donc une multitude de possibilités d'applications du raisonnement proportionnel (se reporter à la figure ci-dessous). Il est important d'amener l'élève de tout âge à faire différentes expériences de raisonnement proportionnel et de l'encourager à formuler des conjectures, à élaborer des règles et à généraliser son apprentissage.

Quelques concepts interreliés du raisonnement proportionnel



Remarque : L'expérience et le progrès dans un volet occasionnent du changement et de l'évolution dans un autre.

Voici quelques exemples qui font ressortir les rapports qui existent entre les concepts du raisonnement proportionnel.

TRANSFORMATION EN UNITÉS ET RAISONNEMENT SPATIAL

Ces concepts reposent sur la capacité de distribuer une quantité en groupes de même taille (ou ensembles équivalents) vus comme des unités. Par exemple, une pièce de dix cents peut être vue à la fois comme une pièce et dix fois un cent. L’unité est la pièce de dix cents, et c’est donc dire que trois dix cents représentent trois unités, qui valent chacune dix cents.

Autres exemples de transformation en unité

Exemple 1 :
La figure ci-dessous démontre que chaque rectangle peut être considéré à la fois comme une unité ou 4 carrés collés l’un à la suite de l’autre. On peut dire qu’il y a cinq groupes de quatre carrés formant cinq unités.

Exemple 2 :
La figure ci-dessous démontre qu’un nid peut être considéré à la fois comme une unité ou 3 oeufs. On peut dire qu’il y a 4 nids (unités) contenant chacun 3 oeufs.

Pourquoi est-ce important?

Il est indispensable de consacrer du temps à la transformation en unités puisque « la capacité de se servir d’unités composites est l’une des différences les plus évidentes entre un élève capable d’un bon raisonnement proportionnel et un autre qui en est incapable » (National Research Council 2001, p. 243, traduction libre). La transformation en unités est à la base de la multiplication et de notre système de valeur de position selon lequel dix unités équivalent à dix et cent unités sont équivalentes à dix fois dix. Comme Fosnot le souligne, c’est un processus complexe puisque le fait de regrouper dix unités pour en former une seule entre pratiquement en contradiction avec la compréhension des nombres que les enfants ont acquise au départ (Fosnot et Dolk, 2001, p. 11). Il n’est donc pas étonnant que des chercheurs et chercheuses aient constaté que l’élève n’acquiert une bonne compréhension de la valeur de position qu’en cinquième année (Brickwedde 2011, p. 13). La visualisation spatiale et le raisonnement spatial sont indispensables pour la transformation en unités. La visualisation spatiale permet aux élèves de voir une unité comme des intervalles de distance équivalents.

RAISONNEMENT MULTIPLICATIF

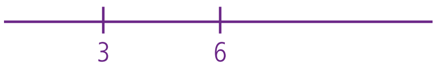
C’est un concept qui exige la capacité de traiter plusieurs idées ou quantités à la fois. L’idée est de voir les problèmes selon des valeurs relatives plutôt qu’absolues. Examinons le problème suivant : *« Si le poids d’un chien passe de 5 kg à 8 kg et que celui d’un autre chien passe de 3 kg à 6 kg, quel est le chien qui a le plus engraissé? »* Si l’élève aborde le problème du point de vue des valeurs absolues ou des additions, elle ou il peut avoir tendance à répondre que les deux chiens ont pris autant de poids. Par contre, en se basant sur les valeurs relatives, l’élève peut affirmer que le deuxième chien a plus engraissé puisqu’il a doublé son poids de départ contrairement au premier, qui aurait dû atteindre 10 kg pour que sa prise de poids relative soit équivalente. Le tableau suivant illustre de manière visuelle les deux réponses de ce problème. S’il est vrai que les deux réponses peuvent se défendre, c’est sur la valeur relative (raisonnement multiplicatif) qu’il faut se baser pour appliquer un raisonnement proportionnel.

DÉCOUPAGE, MESURE, TAUX UNITAIRES ET RAISONNEMENT SPATIAL

Ce sont là des concepts qui sont reliés au raisonnement proportionnel parce qu'ils obligent à réfléchir au découpage d'un tout en parties égales, à la détermination de l'emplacement relatif et à la comparaison de mesures de deux choses différentes en appliquant des stratégies telles que deviner et vérifier par la suite, mesurer, faire des divisions successives d'une unité et calculer les différences. On peut notamment se poser des questions sur deux points de données pour en trouver un troisième.

Voici deux exemples :

Exemple 1 :



Où va le 7 sur cette droite numérique?

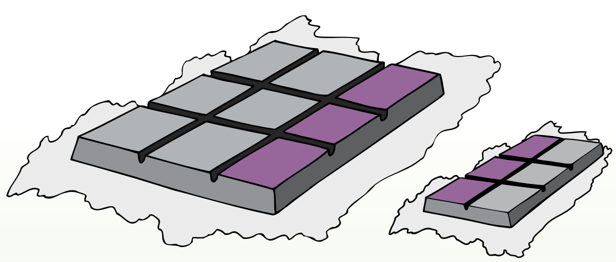
Exemple 2 :
Si trois balles de tennis coûtent 3,75 \$ et six coûtent 7,50 \$, combien coûteront sept balles de tennis?

Pourquoi est-ce important?

La compréhension des portions égales, des valeurs relatives et des taux est importante pour les mathématiques et dans la vie quotidienne. Le découpage d'activités qui exigent l'utilisation de stratégies d'équivalence permet à l'enseignante et à l'enseignant d'obtenir des signes visuels, verbaux et symboliques que l'élève franchit l'écart entre le raisonnement additif et le raisonnement multiplicatif (Lamon 1996, p. 190). Des activités permettant d'appliquer le découpage et l'utilisation des taux doivent donc être approfondies et multipliées à mesure que les élèves passent d'une année d'études à l'autre, et elles doivent être placées dans des contextes diversifiés et être d'un degré de complexité variable.

COMPRÉHENSION DES NOMBRES RATIONNELS

Les nombres rationnels sont ceux qui peuvent s'exprimer sous forme de fractions. Ils peuvent être difficiles à comprendre pour l'élève puisqu'ils doivent être vus en fonction de leur relation avec d'autres nombres plutôt qu'en tant que quantités fixes, comme les nombres entiers. Voici un exemple de problème : « Trouvez un cas où un tiers est plus grand qu'une demie. » Cet exercice peut s'avérer difficile pour l'élève qui n'a aucune expérience de la comparaison des fractions avec l'entier correspondant. Par exemple, un tiers d'une tablette de chocolat grand format représente une bien plus grande part que la moitié d'une mini-tablette, comme l'illustration ci-dessous le montre.

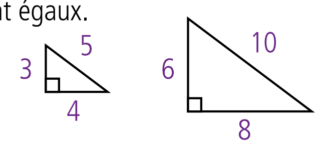
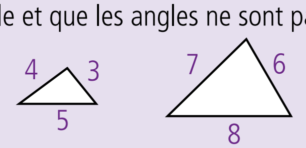


Pourquoi est-ce important?

Les fractions viennent épauler la compréhension de l'algèbre et de la densité des nombres (entre deux nombres quels qu'ils soient, il y a un nombre infini d'autres nombres). On en a besoin dans la vie de tous les jours pour, entre autres, lire des cartes à l'échelle, faire des placements et calculer des rabais.

Quand faut-il appliquer un raisonnement proportionnel?

L'élève a de la difficulté à distinguer les situations se prêtant au raisonnement proportionnel et il lui arrive d'utiliser des stratégies de raisonnement proportionnel pour des problèmes qui exigent des additions, et vice versa. Il faut exposer l'élève aux deux types de problèmes et l'amener à discuter des différences qui existent entre ces derniers pour en arriver à approfondir ses connaissances du raisonnement proportionnel. Le tableau suivant comprend plusieurs exemples illustrant ces deux types de problèmes.

Problèmes se prêtant au raisonnement proportionnel	*Problèmes ne se prêtant pas au raisonnement proportionnel*
Déterminer des intervalles équivalents sur une droite numérique allant de 0 à 10. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	Placer les nombres en ordre de 0 à 10. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Appliquer le même taux unitaire au prix des objets : 6 crayons coûtent 2,40 $ et 12 crayons coûtent 4,80 $.	Appliquer des taux unitaires différents au prix des objets : 6 crayons coûtent 2,40 $ et 12 crayons coûtent 4,00 $.
Tracer des cartes à l'échelle : les proportions sont cohérentes.	Ajouter deux unités à la longueur et à la largeur d'un rectangle.
Les triangles ci-dessous sont semblables puisque les côtés sont de longueur proportionnelle et les angles sont égaux.  	Les triangles ci-dessous ne sont pas semblables puisque les côtés ne sont pas de longueur proportionnelle et que les angles ne sont pas tous égaux. 

Comment commencer?

CONSEILS IMPORTANTS

- Donner à l'élève des problèmes se prêtant au raisonnement proportionnel dans tout un éventail de contextes ayant un lien avec sa vie quotidienne.
- S'assurer que les problèmes portent tant sur des valeurs qualitatives que quantitatives. Les problèmes sur des valeurs qualitatives (p. ex., « Quelle figure contient le plus de couleur? ») amènent l'élève à appliquer un raisonnement proportionnel sans avoir à manipuler des nombres.
- Aider l'élève à distinguer les problèmes se prêtant au raisonnement proportionnel des autres problèmes qui ne se prêtent pas au raisonnement proportionnel.
- Encourager les discussions et l'expérimentation pour les prévisions et la comparaison des rapports.
- Amener l'élève à faire le lien entre le raisonnement proportionnel et ses connaissances antérieures. Par exemple, expliquer en quoi les fractions unitaires et les taux unitaires se ressemblent beaucoup.
- Préciser que les méthodes symboliques ou mécaniques de résolution de proportions, dont l'algorithme des produits croisés, ne contribuent pas à l'élaboration du raisonnement proportionnel.

(Adaptation de Van de Walle, 2008, p. 165-166)

LE RAISONNEMENT PROPORTIONNEL D'UN DOMAINE ET D'UNE ANNÉE D'ÉTUDES À L'AUTRE

Voici quelques exemples de problèmes de mathématiques nécessitant l'application du raisonnement proportionnel, qui sont tirés en partie de *Continuum & Connections: Big ideas and Questioning : Proportional Reasoning K–12*.

<table>
<tr><th>Domaine d'études</th><th>Cycles primaire, moyen et intermédiaire</th><th>Cycles intermédiaire et supérieur</th></tr>
<tr><td>Numération et sens du nombre</td><td>« Combien y a-t il de façons différentes de couper un sandwich en deux? »

« Comment pouvez-vous savoir qu'en comptant par intervalles pour trouver le nombre de bas portés par les élèves de la classe vous n'arriveriez probablement pas à 51? »

« Éric dit que 8/8 est plus grand que 4/4 parce qu'il y a plus de pièces. Sylvia trouve pour sa part que 4/4 est plus grand parce que les pièces sont plus grandes. Quel est votre avis? »

« Un magasin fait un solde. Est-il plus utile de savoir que vous obtenez 10 $ ou 10 % de rabais? Expliquez pourquoi. »</td><td rowspan="3">« Donnez un exemple de relation linéaire qui n'est pas proportionnelle. »

« Quel est le rapport entre $y = 4f(x)$ et $y = f(x)$? »

« Avec un taux d'intérêt simple, quel est l'effet sur les intérêts accumulés si le taux est doublé? Quel est-il avec un taux d'intérêt composé? »

« À quoi sert-il de savoir la consommation d'essence en nombre de L/100 km? Serait-il aussi utile d'indiquer le nombre de km/L? »

« Comment le fait de doubler la diagonale d'un carré influence-t-il son périmètre et son aire? »

« Un cylindre a le double du volume d'un autre. Quel sera le rapport entre le rayon et la hauteur de chacun? »

« Si le vecteur u correspond à a, b, etc., et le vecteur v à 3a, 3b, etc., le vecteur v est-il trois fois plus grand que le vecteur u? Justifiez votre réponse. »

« Sarah affirme que si deux triangles ont un angle égal, leurs côtés sont proportionnels. Êtes-vous d'accord? Pourquoi? »</td></tr>
<tr><td>Mesure</td><td>« Mettez au point un instrument servant à mesurer la hauteur et la largeur.»

« Si une table mesure 6 réglettes oranges Cuisenaire, à combien de réglettes jaunes correspond cette mesure?»

« Un rectangle et un parallélogramme partagent la même base. Le parallélogramme est deux fois plus haut. Si vous connaissez l'aire du rectangle, pouvez-vous calculer celle du parallélogramme?»

« Un cercle a le double du rayon d'un autre. Quel est le rapport entre le périmètre et l'aire des deux?»</td></tr>
<tr><td>Géométrie et sens de l'espace</td><td>« À l'aide de mosaïques géométriques, trouvez combien de triangles verts il faut pour recouvrir un hexagone jaune, deux hexagones et cinq hexagones. »

« Quels sont le plus grand et le plus petit nombre de mosaïques géométriques nécessaires pour former une figure plus grande? »

« Comment est-il possible de créer un rectangle semblable en réduisant ou en augmentant sa taille? »

« Comment peut-on se servir de papier quadrillé pour agrandir une image? »</td></tr>
</table>

Suite à la page suivante

Domaine d’études	*Cycles primaire, moyen et intermédiaire*	*Cycles intermédiaire et supérieur*
Modélisation et algèbre	« À l’aide de pièces d’un cent et de cinq cents, créez un modèle pouvant être agrandi ou réduit en commençant par un total de 20 cents. » « Créez un modèle numérique comprenant une multiplication d’après une règle exprimée en mots. » « Définissez les règles de modélisation servant à produire des modèles au moyen de multiplications ou de divisions par une constante permettant de passer au terme suivant. » « Imitez des modèles de la vie courante reposant sur des taux constants. » « Représentez des modèles linéaires sous forme graphique à l’aide de divers outils. »	« La méthode de « multiplication croisée » sert souvent à résoudre un problème de proportion. La méthode s’illustre ainsi. $\frac{x}{4} = \frac{6}{5}$ on fait ensuite une multiplication croisée et on obtient l’équation qui, une fois résolue, donne $5x = 24$ $x = \frac{24}{5}$ (ou $x = 4{,}8$) Appuyez-vous sur de bons arguments pour montrer que la multiplication croisée est une bonne méthode de résolution des problèmes de raisonnement proportionnel. »
Traitement des données et probabilité	« Si le ☺ représente cinq personnes dans un diagramme à pictogrammes, combien de personnes quatre ☺ représentent-ils? » « Si vous avez une chance sur trois de gagner, combien de fois devriez-vous vraisemblablement gagner si vous faites 24 essais? » « Expliquez comment des échelles différentes utilisées dans des graphiques peuvent influencer les conclusions tirées des données. » « Effectuez des recherches et présentez les données sur des problèmes de probabilité exprimés en fractions, en décimales et en pourcentages (moyennes au bâton ou prévisions météorologiques, par exemple). »	« Vous devez créer un graphique sur une fonction. La valeur minimum pour y est 0 et le maximum pour le domaine d’intérêt est 422. Quelle échelle devriez-vous employer pour l’axe des y? Pourquoi? » « Un sondage est exact, sous réserve d’une marge d’erreur de 3 %, 19 fois sur 20. Quelle est l’utilité de ces nombres? »

RESSOURCES DOCUMENTAIRES

Ressources en français

Continuum des concepts mathématiques de la 6e à la 9e année

Ce document a pour but de faciliter les discussions entre les paliers. Il indique les éléments du programme-cadre de mathématiques de l'Ontario qui sont vus de façon implicite ou explicite de la 6e à la 9e année. Le Continuum est disponible sur le site d'EduSource : http://www.edusourceontario.com/

Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année, Numération et sens du nombre.

http://eworkshop.on.ca/edu/core.cfm

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7e à la 9e année

Les trois fascicules de ce guide sont disponibles en français sur le site d'EduSource : http://www.edusourceontario.com/

Réduction des écarts de rendement

Ressources d'intervention destinées aux élèves qui ont besoin d'une aide supplémentaire en mathématiques. Elles sont accompagnées de guides pédagogiques.

- *Réduction des écarts de rendement – 6e année.*
- *Gap Closing Intermediate/Senior – 9e année*.
  Les neuf modules (guide de l'élève et guide pédagogique) sont disponibles en français sur le site d'EduSource : http://www.edusourceontario.com/

Autres ressources utiles disponibles en anglais

Continuum and Connections: Big Ideas and Proportional Reasoning K–12

Ce document définit les grandes idées relatives au raisonnement proportionnel de la maternelle à la 12e année, indique les éléments du programme-cadre de l'Ontario qui englobent le raisonnement proportionnel pour chaque année d'études, donne des exemples de questions ouvertes, de tâches parallèles et de plans de leçon en trois parties et fournit une liste de ressources connexes.

http://www.edugains.ca/resources/LearningMaterials/ContinuumConnection/BigIdeasQuestioning_ProportionalReasoning.pdf

TIPS4RM Grades 7–12

Plans de leçon en trois parties et soutien pour les élèves de la 7e à la 12e année.

http://www.edugains.ca/newsite/math2/tips4rm.html

ePractice

ePractice (www.epractice.ca, en anglais seulement) propose aux élèves d'autres activités interactives axées sur la pratique.

Critical Learning Instructional Paths Supports (CLIPS)

Activités interactives permettant d'obtenir des commentaires immédiats.

- *Fractions* – explorer les relations entre un tout et ses parties. (www.mathclips.ca).

Tenir compte du raisonnement de l'élève

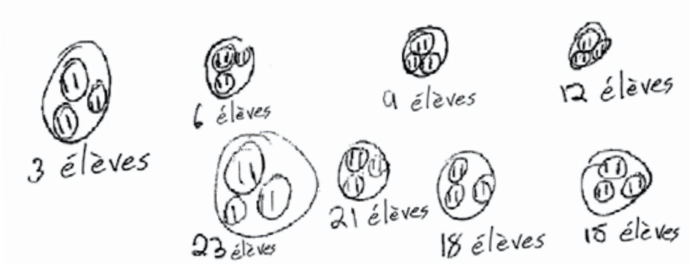
Vous trouverez ci-dessous des solutions proposées par des élèves pour résoudre des problèmes de raisonnement proportionnel, avec des commentaires permettant de suivre le raisonnement de l'élève et de faire ressortir à la fois les idées fausses et les diverses stratégies employées. Le fait de comprendre le raisonnement de l'élève et d'en tenir compte peut faciliter la planification des prochaines étapes de son apprentissage.

PROBLÈME DE 3^e ANNÉE, TEST DE L'OQRE, 2008–2009, QUESTION 28, CODE 30

Commentaire : L'élève fait preuve d'une excellente compréhension de la relation entre les éléments importants du problème. Elle ou il arrive à bien calculer le nombre de pointes nécessaires (46) pour en donner deux à chaque élève, et regroupe les pointes pour former des pizzas. Cependant, l'élève ne tient pas compte des quatre pointes de la 8^e pizza dans son décompte final pour arriver à 46 pointes afin de servir 23 élèves, ce qui explique son résultat de 7 au lieu de 8 pizzas.

En septembre, une classe de troisième année remporte le concours de lecture du plus grand nombre de livres et a donc droit à un repas de pizza. Il y a 23 élèves dans la classe et il faut prévoir deux pointes pour chacun. Si chaque pizza a six pointes, combien faut-il en acheter pour toute la classe?

Indiquez votre démarche.



La classe devrait acheter 7 pizzas.

Adaptation et traduction de la question 28, code 30 du Guide de notation pour le test en lecture, écriture et mathématiques, cycle primaire, 2009 de l'OQRE, accessible à l'adresse suivante : http://www.eqao.com/pdf_e/09/3e_Math_WebRelease_ScoringGuide.pdf

Actif : L'élève montre sa compréhension du concept de transformation en unités en créant des groupes de deux (pointes de pizza) pour représenter le nombre de pointes de pizza qu'aura chaque personne. L'élève reconnaît la relation suivante: 2 pointes de pizza pour 1 personne.

L'élève rassemble les unités de 2 pour former des groupes de 3 afin de représenter les 6 pointes d'une pizza.

Enfin, l'élève essaie de déterminer le nombre de pizzas nécessaires en créant plusieurs diagrammes illustrant les 6 pointes de pizza. Elle ou il compte par intervalles de 3 en commençant dans le coin supérieur gauche : 3 élèves, 6 éleves, 9 élèves,12 élèves, 15, 18, 21, puis il écrit 23.

Questionnement : Le diagramme a-t-il été utilisé comme stratégie de résolution de problème ou a-t-il simplement servi à illustrer le raisonnement de l'élève après coup?

Observation : L'élève traite plusieurs idées à la fois ou décortique la série d'informations de façon stratégique. Elle ou il analyse tout ce qui suit :

- le nombre de pointes de pizza par personne;
- le nombre de personnes;
- le nombre de pointes par pizza;
- le nombre total de pizzas.

Difficulté : L'élève n'a pas tenu compte de la 8^e pizza nécessaire.

PROBLÈME DE 6^{e} ANNÉE, TEST DE L'OQRE, 2010, QUESTION 28, CODE 30

Commentaire de l'OQRE : l'élève comprend très bien les liens qui existent entre les éléments importants du problème, calcule et compare le coût de 180 minutes pour chaque entreprise mais multiplie par 3 plutôt que par 4 pour l'entreprise B. La conclusion concorde avec les calculs.

Les tarifs des services Internet offerts par trois entreprises sont indiqués ci-dessous :

- entreprise A : 6,00 $ pour chaque tranche de 90 minutes d'utilisation
- entreprise B : 2,75 $ pour chaque tranche de 45 minutes d'utilisation
- entreprise C : 3,00 $ pour chaque tranche de 60 minutes d'utilisation

Quelle est l'entreprise qui a le tarif le plus bas à la minute?

Indiquez votre démarche.

90 = 90, 180, 270, 360
45 = 45, 90, 135, 180
60 = 60, 120, 180

$$\frac{\$6^{\times 2}}{90_{\times 2}} = \frac{\$12}{180} \qquad \frac{\$2{,}75^{\times 3}}{45_{\times 3}} = \frac{\$8{,}25}{180} \qquad \frac{\$3^{\times 3}}{60_{\times 3}} = \frac{\$9}{180}$$

L'alignement vertical de ces lignes (d'après les signes d'égalité ou à l'aide d'un tableau) aurait peut-être empêché l'élève de commettre l'erreur subséquente.

C'est l'entreprise B qui offre le tarif le plus bas à la minute.

Adaptation et traduction de la question 28, code 30 du Guide de notation pour le test en lecture, écriture et mathématiques, cycle moyen, 2010 de l'OQRE, accessible à l'adresse suivante : http://www.eqao.com/pdf_e/10/6e_Math_WebRelease_ScoringGuide.pdf

Actif : L'élève a choisi une bonne stratégie. Elle ou il a établi une unité commune de 180 minutes pour faire une comparaison, puis a calculé le coût pour cette unité commune.

Il a été facile de suivre le raisonnement de l'élève et de relever l'erreur commise parce qu'elle ou il a bien indiqué sa démarche en incluant les multiplicateurs dans les ratios. De plus, l'utilisation du signe de dollar a contribué à clarifier la démarche.

Questionnement : Est-ce que l'élève a commencé par calculer les minutes plutôt que le coût en se rendant compte que les minutes étaient plus faciles à calculer ou parce que la question portait sur les minutes?

Cette solution ne correspond pas à ce que nous nous attendions. Même si la réponse finale est erronée, la solution montre clairement qu'un raisonnement proportionnel a été utilisé.

Il est difficile de déterminer si l'élève a réfléchi à la vraisemblance de sa réponse. Une comparaison rapide entre l'entreprise B et l'entreprise A serait venue appuyer sa conclusion, mais la comparaison entre l'entreprise B et l'entreprise C aurait pu faire douter l'élève de l'exactitude de sa solution.

Observation : À signaler que les nombres choisis pour la question permettaient à l'élève de vérifier facilement la vraisemblance de sa réponse. Précisons également que le problème aurait pu être résolu à l'aide de diverses stratégies.

Difficulté : Le fait d'encercler les 180 a permis de clarifier le but des trois premières lignes. Il aurait toutefois été utile d'utiliser des mots pour faire ressortir la démarche.

PROBLÈME DE 9e ANNÉE, COURS APPLIQUÉ, TEST DE L'OQRE, PRINTEMPS 2008, QUESTION 6

Le problème de Clarence

Clarence travaille à une clinique vétérinaire et il doit donner un médicament à un chien de 24 kg. La dose recommandée pour un chien de 10 kg est de 25 ml. Vous devez calculer la dose qui convient pour le chien de 24 kg, toutes proportions gardées.

Indiquez votre démarche.

Chien	Médicament
10 kg	25 ml
20 kg	50 ml
30 kg	75 ml

50 ml - 75 ml

La différence entre les deux nombres est 22,
et la moitié de 22 correspond à 11.
Il faut donc additionner 11 ml à 50 ml,
ce qui donne 61 ml, mais je donnerais
seulement 60 ml, puisque le chien pèse 24 kg.

La dose à donner à un chien de 24 kg est donc 60 ml.

Adaptation et traduction de la question 6 figurant à la page 3 du Cahier de l'élève pour le test de mathématiques, 9e année, 2010 de l'OQRE, accessible à l'adresse suivante : http://www.eqao.com/pdf_e/08/9e_App_0608_Web.pdf

Actif : L'élève a réussi à créer un tableau pour comparer le poids du chien et la dose et a correctement indiqué trois ratios équivalents (lorsque le poids du chien a doublé, en passant de 10 kg à 20 kg, l'élève a doublé la dose, et pour un poids de 30 kg, l'élève a triplé la dose), ce qui indique que le raisonnement proportionnel (pensée multiplicative) a été utilisé.

L'élève a essayé d'établir un demi-ratio entre 20 et 30 afin de trouver la dose pour un chien de 25 kg en déterminant le point médian entre 50 ml et 75 ml.

L'élève a bien expliqué la stratégie utilisée pour déterminer le point médian, mais n'a pas indiqué clairement son essai afin de trouver la dose pour un chien de 25 kg.

Questionnement : Pour remplir le tableau, est-ce que l'élève a utilisé des additions en procédant à la verticale pour chacune des deux séries de nombres (10, 20, 30 … et 25, 50, 75 …) ou est-ce qu'elle ou il a tenu compte du lien entre les paires de nombres présentées horizontalement?

Comment l'élève a-t-elle ou a-t-il fait pour arriver à 22?

Si la différence appropriée, c'est-à-dire 25 (entre 50 et 75), avait été utilisée, qu'aurait fait l'élève étant donné qu'il s'agit d'un nombre impair?

Observation : Même si l'élève a mal calculé l'écart entre 50 et 75 en utilisant 22 au lieu de 25, elle ou il a bien appliqué la stratégie du point médian de 11 (la moitié de 22) afin de calculer la dose pour un chien de 25 kg. La stratégie révèle que l'élève comprend le raisonnement proportionnel et le processus multiplicatif qui entrent en jeu dans le calcul d'une moitié.

Difficulté : L'élève a recours au raisonnement additif afin de calculer la dose nécessaire pour un chien de 24 kg, en se disant qu'un chien pesant 1 kg de moins que 25 kg aurait besoin de 1 ml de moins de médicament. Cela peut laisser supposer que l'élève ne maîtrise pas parfaitement le raisonnement proportionnel dans les cas où les nombres sont plus difficiles à calculer et qu'il ne suffit pas de diviser par deux ou de multiplier par deux ou par trois.

Bibliographie

BRICKWEDDE, J. (2011). *Transitioning from Additive to Multiplicative Thinking: A Design and Teaching Experiment with Third through Fifth Graders*, mémoire de troisième cycle, University of Minnesota (MN).

Continuum & Connections: *Big Ideas and Questioning K–12: Proportional Reasoning*, accessible sur le site d'EduGAINS.ca au http://wwww.edugains.ca/Resources/LearningMaterials/ContinuumConnection/BigIdeasQuestioning_ProportionalReasoning.pdf

ERICKSON, S., B. CORDEL et R. MASON (2000). *Proportional Reasoning (Algebraic Thinking Series)*, Fresno (CA), Aims Education Foundation.

FOSNOT, C.T. et M. DOLK (2001). *Young Mathematicians at Work: Constructing Multiplication and Division*, Portsmouth (NH), Heinemann.

LAMON, S. (2005). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*, 2e éd., Mahwah (NJ), Erlbaum.

LAMON, S. (1996). « The Development of Unitizing: Its Role in Children's Partitioning Strategies », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 27, n° 2, p. 170–193.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Dans J. KILPATRICK, J. SWAFFORD et F. BRADFORD (Eds.), *Mathematics Learning Study*, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, Washington (DC), National Academy Press.

SMALL, M. (2008). *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8*, Toronto (Ontario), Nelson Education.

VAN DE WALLE, J. (2001). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, Fourth Edition*, New York (NY), Addison Wesley Longman.

VAN DE WALLE, J. et L.A. LOVIN (2008). L'enseignement des mathématiques: l'élève au centre de son apprentissage – de la sixième à la huitième année, Montréal (Québec), ERPI.

Pour obtenir des exemplaires supplémentaires,
communiquez avec ServiceOntario
au 416 326 5300 ou au 1 800 668 9938
ou rendez-vous au
http://www.publications.serviceontario.ca/ecom

Imprimé sur du papier recyclé

ISBN 978-1-4606-0213-3 Imprimé

ISBN 978-1-4606-0214-0 PDF