

Faire la différence... *De la recherche à la pratique*

Une série de monographies sur la mise en pratique de la recherche produite en collaboration par le Secrétariat de la littératie et de la numératie et l'Ontario Association of Deans of Education.

Monographie n° 22

Question : Quels genres de problèmes de mathématiques permettent aux élèves d'acquérir des connaissances conceptuelles approfondies?

Selon la recherche

- De nombreux élèves ne possèdent pas une bonne compréhension des concepts mathématiques.
- Les titulaires de classe trouvent qu'il est difficile de développer des exemples de résolution de problèmes dans un contexte réel et de permettre aux élèves de les résoudre de manière autonome.
- L'apprentissage par la résolution de problèmes mathématiques est une approche prometteuse non seulement pour renforcer la compréhension mathématique mais aussi pour évaluer les connaissances conceptuelles des élèves.
- Pour permettre l'ARP, les enseignants doivent prodiguer un enseignement comportant de multiples facettes, présenter des contextes d'utilisation réels, et faciliter l'apprentissage des élèves en les aidant à organiser leur propre apprentissage.

SHERYL MACMATH est inscrite au programme de doctorat à l'Institut d'études pédagogiques de l'Ontario (IÉPO), de l'Université de Toronto et chargée de cours à temps partiel à l'Université de Victoria.

JOHN WALLACE est professeur à l'IÉPO de l'Université de Toronto.

XIAOHONG CHI est inscrite au programme de doctorat à l'IÉPO de l'Université de Toronto.

Veuillez adresser toute correspondance à :
Sheryl MacMath
smacmath@oise.utoronto.ca

L'apprentissage par la résolution de problèmes en mathématiques : un outil pour développer les connaissances conceptuelles des élèves.

Sheryl MacMath, John Wallace et Xiaohong Chi
Institut d'études pédagogiques de l'Ontario de l'Université de Toronto

Les enseignantes de mathématiques doivent non seulement apprendre aux élèves à résoudre des problèmes, mais aussi leur apprendre les mathématiques à travers la résolution de problèmes.¹ Même si « de nombreux élèves peuvent acquérir une certaine aisance avec les procédures... il leur manque souvent les connaissances conceptuelles nécessaires pour résoudre de nouveaux problèmes ou pour établir les relations entre les idées mathématiques ». ² C'est là un véritable défi pour le personnel enseignant. L'apprentissage par la résolution de problèmes (ARP) offre aux enseignants la possibilité de relever ce défi.

L'ARP est une méthode d'enseignement fondée sur les notions de constructivisme et d'apprentissage centré sur l'élève. Avec l'ARP, l'accent est mis sur la résolution de problèmes dans un contexte réel : pour trouver une solution, il faut tenir compte de la situation dans laquelle le problème s'inscrit.³ La plupart des recherches sur l'ARP se concentrent sur son utilisation dans les écoles de médecine, où ses caractéristiques principales sont les suivantes : (a) un travail de collaboration en petits groupes, (b) une approche centrée sur les étudiants, (c) l'enseignante ou l'enseignant joue un rôle de facilitateur, et (d) les problèmes réels sont au centre de cette approche.⁴

Dans le domaine médical, un ensemble de symptômes réalistes est transmis aux groupes d'étudiants qui doivent chercher les diagnostics possibles et leurs traitements. Les étudiants sont autonomes vis-à-vis de l'institutrice ou de l'instructeur : ils posent leurs propres questions et y répondent eux-mêmes. Si, au cours de la phase de diagnostic, un groupe ne parvient pas à résoudre certains problèmes clés, l'institutrice ou l'instructeur le note sur son évaluation, mais n'apporte pas la solution.⁴ En salle de classe, c'est cet aspect de l'ARP qui présente le plus grand défi au personnel enseignant, qui doit aider les élèves à organiser leur propre apprentissage.⁵

Le Secrétariat de la littératie et de la numératie a pour objectif de fournir, aux enseignantes et enseignants, les résultats de la recherche actuelle sur l'enseignement et l'apprentissage. Les opinions et les conclusions exprimées dans ces monographies sont, toutefois, celles des auteurs; elles ne reflètent pas nécessairement les politiques, les opinions et l'orientation du ministère de l'Éducation de l'Ontario ou celles du Secrétariat de la littératie et de la numératie.

Du modèle médical aux salles de classe

Des études démontrent qu'il est difficile, pour le personnel enseignant de ne *pas* guider les élèves, de ne *pas* apprécier les progrès des élèves et de ne *pas* corriger les erreurs.^{6,7} Pour que l'ARP porte ses fruits, les enseignants doivent cependant avoir un rôle de facilitateur en encourageant les élèves à décortiquer chaque problème. Ce rôle présente de multiples facettes et exige une certaine souplesse (p. 209)⁸.

Lors de l'adoption de l'ARP, les recherches montrent que les enseignants des écoles élémentaires éprouvent des difficultés à trouver une *accroche*⁸ adéquate, c'est-à-dire, un problème réel dont la solution n'est pas unique ou prédéterminée et qui permet donc aux élèves d'envisager différentes réponses. En ce sens, l'intérêt du problème réside dans le fait d'aider à la fois les élèves à comprendre le contenu et à savoir l'appliquer.⁹

Une étude de cas

Les défis inhérents à l'élaboration d'un problème aux aspects multiples et la nécessité de maintenir le rôle de facilitateur des enseignants sont illustrés dans une étude de cas que nous avons menée dans une classe de 6^e année en Ontario où l'enseignante s'est basée sur une situation réelle pour enseigner un module sur la multiplication et les pourcentages. Lorsque l'enseignante a demandé à ses élèves de jouer le rôle de gérants d'une nouvelle équipe canadienne de hockey, et de résoudre un nombre de problèmes présentant plusieurs aspects, elle a constaté que ses élèves n'avaient presque aucune notion des concepts de multiplication et de pourcentages en dehors du contexte traditionnel des modules de mathématiques.

Le problème

Mme Perry* a posé un problème aux multiples aspects axé sur la multiplication et les pourcentages. Par groupes de cinq, les élèves ont reçu les instructions suivantes : « Votre prochain travail consiste à élaborer un calendrier comptant 80 matchs. Sur ces 80 matchs, 30 % doivent se jouer dans la division d'origine de l'équipe, 15 % dans la division du nord-est, 15 % dans la division du sud-est et les 40 % restants dans l'association de l'ouest ». Les multiplications et les pourcentages ayant été couverts intégralement dans un module à peine deux semaines auparavant, l'enseignante s'attendait à ce que les élèves calculent rapidement le nombre de matchs à domicile et qu'ils passent aux distances de parcours. Au lieu de cela, tous les groupes ont eu de la difficulté.

Essayer de résoudre le problème

Les élèves ont essayé plusieurs procédures mathématiques pour trouver une réponse raisonnable. Ils ont essayé de diviser : 80 contenait deux fois 30 et il restait 20, mais 20 n'avait aucun sens. Ils ont essayé de calculer la décimale, mais $30/80 = 0,375$ et on ne peut pas jouer seulement une partie. Les élèves ont fait preuve d'imagination dans le choix des opérations et ont prouvé qu'ils comprenaient ce qui pouvait être considéré comme une réponse raisonnable : 30 %, c'est un peu plus que 25 %, et étant donné que 25 % c'est « comme » diviser par quatre, les élèves savaient qu'une réponse raisonnable devait être un peu supérieure à 20... mais dans quelle proportion? Quand ils trouvaient un chiffre, de nombreux élèves essayaient de vérifier si, en appliquant la même procédure aux autres pourcentages, ils trouvaient 80 matchs au total. Mais après plusieurs essais, ce n'était toujours pas le cas.

Alors qu'elle passait dans la classe, Mme Perry était stupéfaite. Elle était impressionnée par l'attachement des élèves à trouver une solution raisonnable, par leurs multiples vérifications de solutions possibles et par leur persévérance. Elle était cependant abasourdie par leur inaptitude à résoudre le problème. Elle ne cessait de répéter que les élèves avaient déjà été interrogés et qu'ils avaient obtenu de bons résultats : C+ voire plus. Les entretiens avec les élèves ont révélé l'origine du problème : l'importance du contexte.

L'importance de savoir « quand »

Le module achevé par les élèves avant ce problème illustre bien la plupart des modules de mathématiques. Les élèves ont travaillé à l'aide d'un manuel scolaire et de nombreuses feuilles d'exercices sur les pourcentages. Ils se sont entraînés à extraire des renseignements d'un problème écrit et à appliquer les procédures qu'ils avaient apprises pour trouver leurs réponses. C'est là l'origine du problème : tout ce qu'ils avaient fait en rapport avec les pourcentages entrainait dans le cadre du module sur les

* Tous les noms sont des pseudonymes.

Extrait de l'étude de cas des auteurs...

« Alors qu'elle passait dans la classe, Mme Perry était stupéfaite. Elle était impressionnée par l'attachement des élèves à trouver une solution raisonnable, par leurs multiples vérifications de solutions possibles et par leur persévérance. Elle était cependant abasourdie par leur inaptitude à résoudre le problème. »

« Si le personnel enseignant peut mettre en œuvre l'ARP au début d'un module, se servant ainsi d'un problème aux multiples aspects pour susciter l'envie d'acquérir de nouvelles connaissances et compétences, notre étude de la classe de Mme Perry démontre que l'ARP peut aussi être utilisé pour vérifier une éventuelle incompréhension des élèves après la réalisation d'un module d'enseignement. »



pourcentages, et il y avait des procédures spécifiques à suivre. Les élèves ne devaient pas décider quand utiliser une procédure donnée.

Lorsque Mme Perry a demandé à la classe « Qu'est-ce que signifie 30 % de 80 ? », quelques élèves ont répondu que « de » correspondait à une multiplication. Mais faire 30 fois 80 n'avait aucun sens. Un autre élève a proposé d'utiliser la décimale (0,3). La réponse ainsi obtenue était 24. C'était une réponse raisonnable. Quand les élèves ont calculé le reste des pourcentages à l'aide de la même procédure et trouvé un total de 80, ils étaient heureux d'avoir la bonne réponse et sont passés à la partie suivante de l'exercice. De courts entretiens avec les élèves ont cependant révélé la persistance d'idées fausses. Lorsqu'on leur demandait pourquoi ils n'avaient pas essayé de multiplier par la décimale plus tôt, la majorité des élèves répondait : « La multiplication donne toujours un nombre plus grand... Nous avons besoin d'un nombre plus petit que 80 ». Cette réponse prouve que, bien que les élèves aient peut-être compris que 30 % représentaient moins qu'un entier, ils n'avaient pas acquis une connaissance conceptuelle de la multiplication.

Conséquences sur l'enseignement en classe

Si le personnel enseignant peut mettre en œuvre l'ARP au début d'un module, se servant ainsi d'un problème aux multiples aspects pour susciter l'envie d'acquérir de nouvelles connaissances et compétences, notre étude de la classe de Mme Perry démontre que l'ARP peut aussi être utilisé pour vérifier une éventuelle incompréhension des élèves après la réalisation d'un module d'enseignement.

Exemples en classe

Pour créer votre propre problème aux multiples aspects, concentrez-vous sur les domaines dans lesquels des concepts mathématiques particuliers sont régulièrement utilisés par tout un chacun dans la société. Essayez de lier le problème avec plusieurs curriculums scolaires.

De la maternelle à la 1^{re} année

- Intégrez l'ARP de mathématiques avec les études sociales lorsque vous étudiez les familles.
- Utilisez cette activité pour voir si les élèves savent quand utiliser une addition ou une soustraction.
- Après avoir enseigné quelque chose concernant la famille, demandez aux élèves de dessiner tous les membres de leur famille.
- Après avoir inscrit les chiffres de 0 à 10 en bas du tableau, demandez aux élèves de venir accrocher le dessin de leur famille au-dessus du chiffre qui correspond au nombre de personnes que compte leur famille.
- Faites travailler les élèves deux par deux pour qu'ils comparent la taille de leurs familles. Au cours de l'activité, veillez à ne pas utiliser les termes « plus » ou « moins ». Voyez si les élèves savent quelle opération serait utile.
- Demandez aux élèves de changer de partenaire et de poser des questions concernant les familles (p. ex., « Combien y a-t-il de personnes supplémentaires dans la famille de Mike par rapport à celle de Jenna ? »). Les élèves peuvent partager leurs questions et solutions avec la classe.

En 2^e et 3^e années

- Savoir additionner, multiplier et faire une estimation est nécessaire chaque fois que nous faisons des courses à l'épicerie. Concevez un problème aux aspects multiples autour de cette situation.
- Distribuez des circulaires d'épicerie à chaque groupe.
- Demandez à chaque groupe de calculer la somme d'argent dont il aurait besoin pour acheter suffisamment d'aliments (vous pourriez établir un lien avec le Guide alimentaire canadien) pour nourrir le groupe pendant la journée.
- Les élèves doivent calculer la quantité d'aliments nécessaire, le coût, les taxes et le total final.
- Transformez cet exercice en concours : quel groupe peut respecter les besoins nutritionnels quotidiens du Guide alimentaire canadien avec le plus petit budget?

En 4^e et 5^e années

- Les élèves qui travaillent sur les mesures de tendance centrale (moyenne, mode et médiane) et les représentations visuelles de leurs données peuvent aller au-delà de l'analyse de résultats : demandez aux élèves de créer leurs propres sondages.

Utiliser l'ARP pour diagnostiquer les méprises des élèves

- Choisissez un contenu d'apprentissage du curriculum que vous avez déjà enseigné au cours de l'année.
- Imaginez des situations réelles dans lesquelles les élèves pourraient utiliser les connaissances et compétences associées à ces contenus d'apprentissage.
- Faites travailler les élèves en petits groupes de trois ou quatre.
- Assurez-vous que tous les membres du groupe contribuent de la même manière en assignant des rôles (p. ex., consigner le travail, gérer le matériel et surveiller la participation du groupe) et en établissant une rotation toutes les 30 à 60 minutes.
- Prévoyez plusieurs moments pendant lesquels tous les groupes se rassemblent, partagent les progrès réalisés et échangent leurs questions et problèmes. De cette façon, les camarades continuent à être des sources d'information et d'aide.

« La recherche souligne l'importance de l'apprentissage par la résolution de problèmes dans le développement de la réflexion et de la créativité des élèves. »

Pour en savoir davantage sur les ressources du SLN...

Consultez le site Développer des réseaux pour l'apprentissage

http://www.curriculum.org/LNS/networks/index_fr.shtml

Téléphone :
416 325-2929
1 800 387-5514

Courriel :
LNS@ontario.ca

- Établissez un lien entre votre cours de mathématiques et les études sociales. Sélectionnez une question concernant l'ensemble de l'école, de la municipalité ou de la province.
- Par groupes de 4 ou 5, les élèves créeront un sondage comprenant une échelle d'évaluation numérique pour les réponses.
- Demandez aux élèves de distribuer le sondage pendant les pauses-déjeuner et les récréations.
- Demandez aux élèves de calculer les mesures de tendance centrale à l'aide de différents graphiques représentant les réponses recueillies.
- Terminez en demandant aux élèves de partager leurs résultats avec le reste de l'école par l'intermédiaire du babillard électronique, en les présentant devant toute l'école ou dans un mini-rapport distribué à chaque classe.

En 6^e et 7^e années

- Demandez aux élèves d'utiliser leurs connaissances des proportions pour concevoir un modèle de patinoire, comme Mme Perry l'a fait avec sa classe.
- Confiez aux élèves, répartis par groupes de quatre ou cinq, la tâche de construire, à l'échelle, une patinoire de hockey. Les élèves peuvent aller sur internet pour chercher les dimensions réelles d'une patinoire.
- Fournissez du matériel tel que du polystyrène expansé (Styrofoam), de la peinture, des bâtonnets de Popsicle et de la colle. Surveillez les groupes pendant qu'ils construisent leur patinoire.
- Veillez à ce qu'ils ne commettent pas les erreurs classiques, comme ne mettre qu'une mesure à l'échelle ou confondre « mettre à l'échelle » et « changer l'unité de mesure » (p. ex., passer des mètres aux centimètres sans réaliser qu'il s'agit d'une division par 100).
- Intégrez cette activité aux sciences et laissez les élèves s'entraîner à concevoir des circuits électriques en ajoutant une lumière et une sonnerie qui fonctionnent.

En résumé

La recherche souligne l'importance de l'ARP dans le développement de la réflexion et de la créativité des élèves. Les problèmes aux aspects multiples (qui imitent les problèmes réels et permettent de chercher une solution de différentes manières) peuvent également être utilisés avec les élèves de la maternelle à la 12^e année afin de révéler les incompréhensions que les tests ne décèlent pas. Notre observation de la classe de Mme Perry révèle l'intérêt de laisser les élèves démontrer qu'ils savent quand utiliser certaines procédures en les faisant travailler *en dehors* des modules traditionnels.

Bibliographie

1. ONTARIO. Ministère de l'Éducation (2005). *Le curriculum de l'Ontario de la 1^{re} à la 8^e année, Mathématiques (version révisée)*, Toronto : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.
2. ONTARIO. Ministère de l'Éducation (2006). *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la table ronde des experts en mathématiques de la 4^e à la 6^e année*, Toronto : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.
3. NASIR, N.S., V. HAND et E.V. TAYLOR. (2008). *Culture and mathematics in school: Boundaries between "cultural" and "domain" knowledge in the mathematics classroom and beyond*, Review of Research in Education, vol. 32, p. 187-240.
4. BARROWS, H.S. (1996). *Problem-based learning in medicine and beyond: A brief overview*, New Directions for Teaching and Learning, vol. 68, p. 3-12.
5. GRINSVEN, L.V. et H. TILLEMA (2006). *Learning opportunities to support student self-regulation: Comparing different instructional formats*, Educational Research, vol. 48, p. 77-91.
6. GALLAGHER, S., B. T. SHER, W. J. STEPIEN et D. WORKMAN (1995). *Implementing problem-based learning in science classrooms*, School Science and Mathematics, vol. 95, p. 136-146.
7. HYUNJU, L. et B. SUNGAH (2008). *Issues in implementing a structured problem-based learning strategy in a volcano unit: A case study*, International Journal of Science and Mathematics Education, vol. 6, p. 655-676.
8. GOODNOUGH, K. et B. NOLAN (2008). *Engaging elementary teachers' pedagogical content knowledge: Adopting problem-based learning in the context of science teaching and learning*, Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, vol. 8, p. 197-216.
9. APPLEBEE, A.N., J. A. LANGER, M. NYSTRAND et A. GAMORAN (2003). *Discussion-based approaches to developing understanding: Classroom instruction and student performance in middle and high school English*, American Educational Research Journal, vol. 40, p. 685-730.



Faire la différence... De la recherche à la pratique est mise à jour tous les mois et publiée sur le site Web

www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/whatWorks.html

ISSN 1913-1097 Faire la différence... De la recherche à la pratique (imprimé)

ISSN 1913-1100 Faire la différence... De la recherche à la pratique (en ligne)