Ontario

Enseigner et apprendre les mathématiques

Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année

ISBN 0-7794-7427-9 (Print)
ISBN 0-7794-7428-7 (Internet)

2004

Éducation en Ontario L'excellence pour tous et toutes

La publication du rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année a été rendue possible grâce à l'aide financière du ministère de l'Éducation de l'Ontario. Ce rapport présente les conclusions des membres de la Table ronde, composée d'éducateurs et de chercheurs, et ne reflète pas nécessairement les politiques ni le mandat du ministère de l'Éducation.

Enseigner et apprendre les mathématiques

Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année

Décembre 2004

Table des matières

An equivalent publication is available in English under the title: *Teaching and Learning Mathematics: The Report of the Experts Panel on Mathematics in Grades 4 to 6 in Ontario*.

Cette publication est postée dans le site Web du ministère, à http://www.edu.gov.on.ca.

Avant-propos

La Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année a été formée par le ministère de l'Éducation afin d'examiner, de résumer et d'exposer les résultats des recherches actuelles applicables à l'enseignement des mathématiques aux élèves du cycle moyen (4e à la 6e année). La Table ronde regroupait des enseignantes et enseignants, des conseillères et conseillers pédagogiques, des directrices et directeurs d'écoles, des chercheuses et chercheurs et des professeures et professeurs.

Il existe présentement un corpus croissant de recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques au palier élémentaire, et ces recherches doivent être prises en compte pour guider nos pratiques pédagogiques en Ontario. Les experts de la table ronde ont fait des lectures poussées et ont discuté en détail des résultats des recherches, en retenant ce qu'ils ont considéré en être les idées essentielles. Ils sont ensuite revenus sur ces idées, à la lumière de leur savoir commun sur l'enseignement des mathématiques en Ontario. Le rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année passe en revue ces idées essentielles : il présente une vision équilibrée d'un enseignement efficace des mathématiques au cycle moyen et de l'appui qui doit être donné pour favoriser l'apprentissage des élèves. Ce rapport est publié dans l'intérêt de tous les enseignants, de tous les groupes d'intervenants et de tous les élèves de l'Ontario.

Contexte du rapport

Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année s'inscrit dans le prolongement d'un processus ambitieux de consultation et de perfectionnement professionnel pour l'enseignement des mathématiques, processus qui s'étend à l'ensemble de la province. Ce rapport s'appuie sur les fondements posés par d'autres tables rondes d'experts. La figure 1 présente, en contexte, cette série de rapports.

Figure 1 : Récents rapports de tables rondes d'experts en mathématiques dans les écoles de l'Ontario

Rapport	**Objectif**
Stratégie de mathématiques au primaire : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la maternelle à la 3e année *Early Math Strategy: The Report of the Expert Panel on Early Math in Ontario, K–3* (Février 2003)	Élaboré par une table ronde d'experts dans l'enseignement des mathématiques (en langue française et en langue anglaise) pour tirer des conclusions pratiques des recherches actuelles sur l'enseignement efficace des mathématiques au primaire, afin de guider uniformément les éducatrices et éducateurs quant aux stratégies à suivre, dans les écoles de langue anglaise et de langue française.
Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année *Teaching and Learning Mathematics: The Report of the Expert Panel on Mathematics in Grades 4 to 6 in Ontario.* (Décembre 2004)	Élaboré par une table ronde d'experts dans l'enseignement des mathématiques (francophones et anglophones) pour promouvoir la numératie chez les élèves de la 4e à la 6e année. Ce rapport s'appuie sur les fondements énoncés dans le rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la maternelle à la 3e année (2003) et complète le rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves en Ontario (2004).
La Numératie en tête de la 7e à la 12e année : Rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves (Juin 2004)	Élaboré par une table ronde d'experts francophones pour donner aux professionnels de l'éducation en français les outils nécessaires afin de répondre aux besoins de leurs élèves à risque, dans l'enseignement des mathématiques de la 7e à la 12e année.
Leading Math Success: Mathematical Literacy, Grades 7–12 – The Report of the Expert Panel on Student Success in Ontario (Mai 2004)	Élaboré par une table ronde d'experts anglophones pour guider les conseils scolaires de l'Ontario dans l'acquisition de la numératie chez les élèves à risque, de la 7e à la 12e année.

Les experts en mathématiques ayant participé à la table ronde

Richard Gauthier (coprésident)	Directeur (retraité), Direction des politiques et programmes de langue française, ministère de l'Éducation
Alex Lawson (coprésidente)	Professeure adjointe, Université Lakehead, Faculté d'éducation
Ralph Connelly	Professeur émérite, Université Brock, Faculté d'éducation
Ruth Dawson	Adjointe de direction, Services professionnels, Fédération des enseignantes et des enseignants de l'élémentaire de l'Ontario
Ed Enns	Conseiller pédagogique, Waterloo Region District School Board
Anik Gagnon	Directrice d'école, Conseil scolaire de district du Centre-Sud-Ouest
Diane Gervais	Directrice des services de programmation, Conseil scolaire du district du Grand Nord de l'Ontario
Nicole Gervais	Conseillère pédagogique, Conseil scolaire de district catholique du Centre-Est
Émilie Johnson	Animatrice-formatrice de mathématiques (retraitée), Conseil scolaire de district catholique Franco-Nord
Ian Labelle-Stackhouse	Enseignant au cycle moyen, Toronto District School Board
Molly Larin	Conseillère pédagogique, Toronto Catholic District School Board
Sue Punch	Conseillère pédagogique, Huron Superior Catholic District School Board
Luis Radford	Professeur titulaire, Université Laurentienne, Faculté d'éducation
Margaret Sinclair	Professeure adjointe, Université York, Faculté d'éducation
Lindy Smith	Enseignante au cycle moyen, Peel District School Board

La Table ronde des experts en mathématiques tient à exprimer sa gratitude aux chercheurs qui ont bien voulu contribuer à ses discussions.

Lorna Earl (Ph. D.) Professeure adjointe, Institut d'études pédagogiques de l'Ontario, Université de Toronto

Cathy Fosnot (Ph. D.) Directrice de la faculté des mathématiques, Professeure de pédagogie, City College of New York

George Gadanidis (Ph. D.) Professeur adjoint, Faculté d'éducation, University of Western Ontario

1 Introduction

« Les questions sont le moteur des mathématiques. Résoudre des problèmes et en formuler d'autres, voilà l'essence de l'esprit mathématique. »

(Hersh, 1997, p. 18, traduction libre)

Les mathématiques constituent une activité humaine fondamentale – un moyen de donner un sens au monde. Les enfants possèdent une curiosité innée et un intérêt naturel envers les mathématiques. Ils amorcent leur scolarité équipés d'une certaine compréhension des concepts mathématiques et des stratégies de résolution de problèmes, qu'ils ont développée lors de leur exploration du monde qui les entoure (Ginsburg, 2002). Et pourtant, pour de nombreux adultes, l'aspect de découverte du sens des mathématiques est perdu. À titre d'éducatrices et d'éducateurs, nous devons fournir aux élèves des expériences d'apprentissage qui encourageront de manière continue leur compréhension et leur appréciation des mathématiques. En élaborant des programmes mathématiques au sein desquels les élèves explorent et intègrent les mathématiques, nous pouvons aider les élèves à acquérir des connaissances qui leur permettent de réfléchir sur leur monde, de résoudre des problèmes ainsi que d'explorer de nouvelles idées, que ce soit en classe ou dans leur quotidien.

Les mathématiques au cycle moyen

Les années du cycle moyen sont importantes, puisqu'il s'agit là d'une période de transition et de croissance pour la pensée mathématique des élèves. De la 4^{e} à la 6^{e} année, le curriculum de mathématiques change sur le plan de la complexité et de l'abstraction du contenu. Il change aussi sur le plan des attentes concernant la compétence des élèves en mathématiques. Parlant de contenu, c'est au cycle moyen, par exemple, qu'on commence à passer de l'arithmétique à l'algèbre et que le traitement des données fait une place plus large à la probabilité.

Outre ce changement dans l'importance relative des domaines d'étude au cycle moyen, il y a aussi une évolution vers un raisonnement plus abstrait. À ce stade, les élèves explorent des idées de plus en plus complexes et exercent leur capacité d'aborder des concepts plus formels. Par exemple, ils apprennent à généraliser les régularités, sans noter chacun des éléments.

Au cycle moyen, les élèves approfondissent leur compréhension en établissant des liens entre différents concepts mathématiques. Ils apprennent, par la même occasion, à se donner des méthodes applicables à des situations nouvelles. Ils commencent à résoudre des problèmes de plus d'une façon. À ce stade, ils accroissent leurs compétences à communiquer leur raisonnement, par la parole et par l'écrit. Enfin, ils font preuve de plus d'exactitude dans leur travail, tant à la lecture des problèmes qu'à la transcription des solutions.

En devenant de plus en plus familiers avec de nouveaux concepts et de nouvelles idées, les élèves ont besoin de programmes et d'approches pédagogiques qui leur permettront de progresser dans leur capacité d'utiliser les mathématiques pour comprendre leur monde – qui leur permettront d'atteindre un niveau de « numératie » plus élevé, c'est-à-dire devenir plus compétents en mathématiques.

Caractéristiques des élèves compétents en mathématiques

Les élèves compétents en mathématiques peuvent être caractérisés par les traits suivants. Ils :

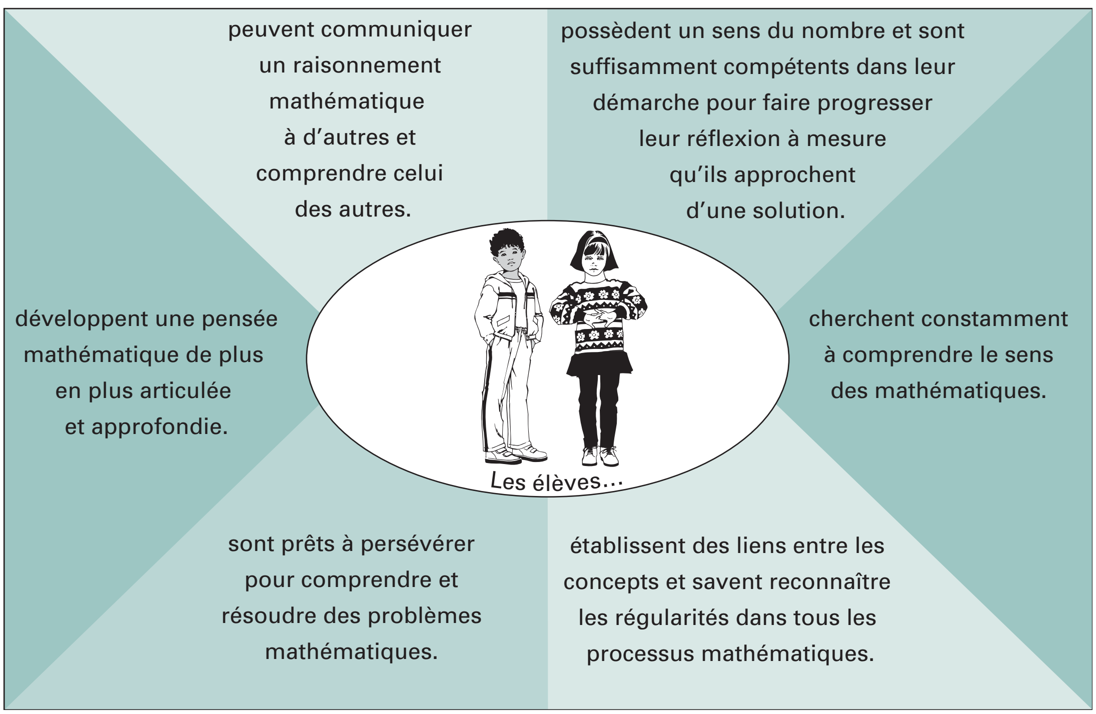
- ***cherchent constamment à comprendre le sens des mathématiques*** – car comprendre le sens est au cœur de la numératie. Les élèves compétents en mathématiques comprennent ce qu'ils font et pourquoi ils le font. Ils savent que les mathématiques les aideront à résoudre les problèmes de la vie quotidienne.
- ***développent une pensée mathématique de plus en plus articulée et appronfondie.*** En prenant connaissance des nombres dans un problème, les élèves compétents en mathématiques apprennent à réfléchir avec une certaine souplesse sur ce qui pourrait être la meilleure solution. Par exemple, pour résoudre un problème tel que 1 002 – 998 = ?, les élèves pourraient ajouter 2 à 998 pour arriver à 1 000, et ajouter 2 de plus pour atteindre 1 002. *Ils établissent des relations entre les nombres en utilisant la compensation* afin de trouver la meilleure façon de procéder plutôt que de recourir à l'algorithme traditionnel de la soustraction avec « emprunt ».
- ***établissent des liens entre les concepts et savent reconnaître les régularités dans tous les processus mathématiques.*** Une fois un concept acquis dans un domaine, ils peuvent l'utiliser dans des domaines connexes (Hiebert et coll., 1997).
- ***possèdent un sens du nombre et sont suffisamment efficaces dans leur démarche pour faire progresser leur réflexion à mesure qu'ils approchent d'une solution.*** Pendant la résolution d'un problème, les étapes intermédiaires fournissent aux élèves compétents en mathématiques de l'information qui peut contribuer à la solution finale du problème donné (Russell, 2000). Prenons par exemple le problème suivant : « Quelles sont toutes les dimensions possibles d'un plancher rectangulaire qui comprend 48 carreaux? » Ces élèves commenceront par deux nombres inférieurs à 48, et après plusieurs essais avec différentes paires de nombres remarqueront que, au fur et à mesure que la largeur augmente, la longueur diminue. Ils procéderont probablement de façon plus organisée qu'aléatoire, en débutant peut-être par 1 x 48, 2 x 24, et ainsi

de suite. Leur exploration mathématique ne se fait pas au hasard – elle est réfléchie, progressive et donc plus efficace.

- ***sont prêts à persévérer pour comprendre et résoudre des problèmes mathématiques.*** Ces élèves aiment les mathématiques et tirent une certaine satisfaction de leur compréhension une fois le problème résolu (Gadanidis, 2004). L'effort que leur demande la résolution de problèmes leur paraît motivant et intéressant.
- ***peuvent communiquer un raisonnement mathématique à d'autres ainsi que comprendre celui des autres.*** « Au cœur des mathématiques, il y a un processus qui consiste à distinguer des relations et à essayer d'établir des liens de façon mathématique, afin d'en faire part aux autres. » (Fosnot et Dolk, 2001a., p. 8, *traduction libre*)

Ces caractéristiques sont résumées dans la figure ci-dessous.

Caractéristiques des élèves compétents en mathématiques



Pour les élèves compétents en mathématiques, le cycle moyen est une période où s'accroît leur confiance, tout comme la complexité de la matière et leur intérêt pour celle-ci. Pour les autres élèves, toutefois, cette période peut mener à une plus grande confusion, qui les voit négliger leur habileté naturelle à réfléchir mathématiquement et à découvrir le sens dans les situations mathématiques (Ginsburg, 2002). À leurs yeux, les mathématiques ne sont ni raisonnables ni créatives, mais plutôt un ensemble de règles à suivre (Hiebert, 1999).

On sait que la plupart des enfants qui arrivent à l'école sont curieux, enthousiastes, compétents et capables de raisonner mathématiquement; pour eux, il est naturel d'essayer de découvrir un sens mathématique dans le monde qui les entoure. Cette curiosité naturelle ne peut que bénéficier d'une approche axée sur la résolution de problèmes, qui non seulement prend en compte mais favorise les idées et les méthodes des élèves. À titre d'exemple, Carpenter, Ansell, Franke, Fennema et Weisbeck (1993) constatent que les deux tiers des élèves qui suivent des programmes de mathématiques axés sur la résolution de problèmes au jardin d'enfants et en 1re année sont capables de résoudre le problème suivant : *Si une classe de 19 enfants se rend au zoo et que chaque voiture peut transporter cinq enfants, combien de voitures faudra-t-il?* Si on leur demande si toutes les voitures seront pleines, ils répondent : « Non, il restera une place dans une des voitures. » ou « Oui, parce que j'irai, moi aussi! » Ils comprennent le sens de la question. Ces résultats diffèrent de ceux obtenus par des élèves de 8e année, qui n'ont pas suivi de programmes axés sur la résolution de problèmes[1], et qui ont répondu au même type de question, mais comportant des nombres plus élevés : *Les autobus militaires peuvent transporter 36 soldats. Si 1 128 soldats se rendent à leur centre de formation par autobus, combien de véhicules faudra-t-il?* Les deux tiers des 45 000 élèves ont correctement effectué la division au long. Mais beaucoup ont conclu qu'il fallait « 31, reste 12 » autobus ou simplement 31 autobus – en retranchant le reste. Le quart des élèves ont réussi à donner la réponse correcte, soit 32 autobus (O'Brien, 1999). Pour ces élèves, apprendre les « mathématiques de l'école » (Fosnot et Dolk, 2001b) correspond à l'application des procédures sans raisonner ou trouver un sens à ce qu'ils faisaient. En Ontario, y a-t-il lieu de croire que les élèves cessent de trouver du sens aux mathématiques au fur et à mesure qu'ils avancent dans leurs études?

Les mathématiques en Ontario

Notre examen des résultats de tests administrés à grande échelle et notre connaissance de la discipline nous portent à conclure que la province a fait des progrès dans l'enseignement des mathématiques en insistant davantage sur la résolution de problèmes et que les élèves comprennent mieux et obtiennent de meilleurs résultats. Prenons, par exemple, les résultats de la Troisième enquête internationale sur les mathématiques et les sciences – Reprise (TEIMS–R) de 1999. Cette étude, à laquelle avaient participé environ 4 000 élèves ontariens de 8e année, est maintenant publiée (Office de la qualité et de la responsabilité en éducation [OQRE], 2000). Le test de 1999, qui comprenait principalement des questions à choix multiples, une part de questions à réponse courte et quelques questions à développement, visait tous les domaines d'étude des mathématiques. Les résultats se sont révélés aussi bons chez les filles que chez les garçons. En comparaison avec ceux de 38 autres pays, les élèves ontariens (de langue tant française qu'anglaise) ont obtenu des résultats considérablement meilleurs que la moyenne internationale. Du point de vue statistique, il y avait là une amélioration considérable en regard des résultats de l'étude

1. Résultats du National Assessment of Education Progress (NAEP), test approfondi des connaissances d'élèves américains, effectué à des intervalles réguliers pendant leurs années d'études. Il semble y avoir un consensus général sur le fait que l'enseignement des mathématiques dans ces années (les années 1980) était fait selon une approche traditionnelle, à savoir l'application de règles et de principes, plutôt que selon une approche axée sur la résolution de problèmes (Battista, 1999).

de 1995, où les résultats des élèves ontariens coïncidaient avec la moyenne internationale ou y étaient inférieurs, selon le domaine visé (International Study Center, 1995).

Par ailleurs, les résultats de l'évaluation provinciale pour certains élèves de 6e année ne sont pas aussi encourageants. En 2003 dans les écoles de langue française, 26 % des élèves de 6e année se situaient à un niveau de rendement 1 ou 2 à l'évaluation provinciale. On doit également constater que la popularité des mathématiques auprès des élèves diminue au cours des années d'études. En 3e année, 74 % des garçons et 64 % des filles disaient aimer les mathématiques. Toujours en 2003, 61 % des garçons et 49 % des filles de 6e année disaient aimer les mathématiques (OQRE, 2003).

Les tests, qu'ils soient internationaux ou provinciaux, ne peuvent nous donner qu'un aperçu très sommaire du niveau de numératie des élèves. Ces indications doivent être étoffées par les données obtenues en classe. Fait qui n'a rien d'étonnant, le corps enseignant retrouve tout un éventail de compétences en mathématiques chez nos élèves. Certains ont une compréhension restreinte de la matière, d'autres peuvent effectuer les opérations de base mais en suivant la procédure, alors que d'autres encore font preuve d'un excellent niveau de compétence. Même si l'on constate en Ontario une amélioration de la compréhension en mathématiques chez beaucoup d'élèves, tous n'ont pas encore progressé. Pour certains, les mathématiques sont une matière qu'ils apprennent à craindre et à détester de plus en plus, d'une année à l'autre. Il y a des élèves qui, plutôt que d'acquérir des connaissances et une certaine confiance dans leur capacité à faire des mathématiques, deviennent moins sûrs d'eux-mêmes, cessent de raisonner et s'en remettent à la mémorisation des procédures pour obtenir les réponses correctes. Des changements positifs ont eu lieu, mais beaucoup reste à faire.

Comment les enseignants peuvent-ils continuer à renforcer les compétences des élèves? Que peuvent apprendre les enseignants des résultats de recherche? Et comment les intervenants peuvent-ils réagir à l'échelle du système (personnel enseignant, direction d'écoles, parents, conseils et ministère) pour être sûrs de continuer à répondre aux besoins en mathématiques des élèves ontariens au 21e siècle?

Une plus grande sensibilisation et une évolution vers un enseignement axé sur la résolution de problèmes ont déjà lieu dans de nombreuses classes de l'Ontario. À la source de ces progrès se trouve un facteur : la possibilité d'un perfectionnement professionnel de qualité que le ministère de l'Éducation a offert aux enseignantes et enseignants leaders en mathématiques du cycle primaire. On ne cesse d'anticiper la mise en place d'un perfectionnement professionnel du même calibre pour les enseignantes et enseignants du cycle moyen. Ce rapport devrait établir les lignes directrices du contenu de ce perfectionnement professionnel.

Dans les chapitres qui suivent, nous présentons nos conclusions sur les méthodes et stratégies pédagogiques efficaces qui permettent aux élèves du cycle moyen d'acquérir un niveau élevé de compétence en mathématiques. Nous considérons une variété de ressources qui peuvent faire partie d'un programme de mathématiques au cycle moyen, et nous examinons différents facteurs ayant une incidence considérable sur le degré de compétence en mathématiques obtenu par l'élève au cycle moyen, notamment les attitudes et les antécédents. Nous étudions comment le processus d'évaluation peut contribuer à une meilleure compréhension des mathématiques par les élèves. Enfin, nous nous penchons sur le rôle fondamental que jouent les différents corps professionnels et autres organisations en Ontario dans le soutien et le développement continu des compétences de nos élèves en mathématiques.

Nous commençons en examinant les stratégies efficaces de l'enseignement des mathématiques.

2 L'enseignement efficace des mathématiques

« Il est clair que, au 21^{e} siècle, il nous faut donner plus d'importance à une gamme plus large de situations de résolution de problèmes et réduire le rôle de la répétition et de la mémorisation dans l'apprentissage… Cette décision exige en partie un jugement de valeur quant aux besoins à privilégier. Mais les recherches récentes peuvent aussi éclairer nos choix. »

(Fuson, 2003, p. 301, traduction libre)

Un programme équilibré

Pour être efficace, un programme de mathématiques devrait inclure une variété d'exemples de résolution de problèmes et une gamme équilibrée de méthodes pédagogiques. L'équilibre est l'un des aspects essentiels d'un enseignement efficace des mathématiques (Kilpatrick, Swafford et Findell, 2001). Les élèves du cycle moyen doivent bénéficier de démarches diversifiées qui s'appuient sur leurs expériences au primaire et qui permettent d'équilibrer les éléments suivants.

- ***Compréhension des concepts et procédures.*** Les élèves du cycle moyen ont besoin d'un enseignement qui les aide à développer leur compréhension des concepts, tout en leur donnant des occasions de mettre en pratique et de consolider les procédures qui sont significatives et efficaces pour eux.
- ***Développement des habiletés et résolution de problèmes.*** Un programme équilibré offre des contextes stimulants de résolution de problèmes qui permettent aux élèves d'avoir un meilleur sens des mathématiques, tout en leur donnant des occasions de mettre en pratique et de consolider leurs habiletés.
- ***Types de leçons.*** L'ensemble du programme devrait être équilibré et comprendre divers types de leçons comme la leçon fondée sur un problème, qui est décrite ci-après dans ce chapitre, de même que des mini-leçons, des jeux et du calcul mental.
- ***Approches pédagogiques.*** L'apprentissage guidé, l'apprentissage partagé et l'apprentissage autonome se marient tout au long d'un enseignement équilibré en mathématiques. On trouvera une discussion détaillée de ces approches dans le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 3^{e} année (2004)*. Chacun de ces apprentissages est présent dans l'exemple de leçon en classe qui suit, à partir de la page 11.

- ***Regroupements.*** Un programme efficace de mathématiques doit prévoir et intégrer divers regroupements d'élèves, pour donner aux élèves le temps de partager leurs idées avec leurs camarades et de travailler indépendamment.
- ***Stratégies d'évaluation.*** Diverses stratégies d'évaluation devraient être employées pour que tous les élèves aient l'occasion de montrer ce qu'ils ont compris et ce qu'ils peuvent faire, de la manière qui leur convient le mieux.

Enseignement efficace : Exemple d'une leçon en classe

On dispose aujourd'hui d'un solide corpus de recherches, qui permet de conclure qu'un enseignement efficace, du type qui mènera à un niveau de numératie plus élevé, présente aussi les caractéristiques énumérées ci-dessous.

Caractéristiques d'un enseignement efficace en mathématiques

Un enseignement efficace en mathématiques :

- vise à faire comprendre le sens des mathématiques;
- se fonde sur la résolution de problèmes et l'exploration d'importants concepts mathématiques;
- commence par ce que l'élève sait et comprend du sujet;
- considère les élèves comme des participants actifs à leur apprentissage;
- amène les élèves à communiquer et à explorer leur raisonnement par des échanges soutenus;
- fait participer tous les élèves, que ce soit à l'égard du choix du problème ou de la communication d'idées mathématiques;
- comprend un accompagnement continu de la compréhension des élèves de manière à adapter l'enseignement des leçons ultérieures.

(D'après *Hiebert et coll., 1997*)

Un enseignement efficace en mathématiques doit inclure une variété d'approches pédagogiques, et ce de façon équilibrée. Les caractéristiques énoncées dans la liste précédente ne font pas partie de l'approche traditionnelle en mathématiques, où l'enseignante ou l'enseignant formule un problème, expose comment le résoudre par une série de petites étapes séquentielles et demande aux élèves de s'y exercer par la répétition. Cet enseignement s'est révélé inapte à favoriser une bonne compréhension des mathématiques chez tous les élèves (Battista, 1999). Une foule d'élèves peuvent acquérir une connaissance courante des procédures, sans toutefois développer la compréhension nécessaire des concepts qui leur permet de résoudre des problèmes nouveaux ou de faire le lien entre diverses idées mathématiques.

Les élèves ne peuvent tout simplement pas recevoir de l'enseignante ou l'enseignant une idée ou un concept et espérer le comprendre comme l'entend celle-ci ou celui-ci.

Lambdin fait la remarque suivante :

> « Le but de l'enseignante ou de l'enseignant est d'aider les élèves à comprendre les mathématiques; pourtant, comprendre est quelque chose qui ne peut pas s'enseigner directement. Peu importe la patience, la gentillesse, la clarté des explications ou la répétition qu'y mettent les enseignantes et enseignants, ils ne peuvent forcer la compréhension des élèves. »
>
> *(Lambdin, 2003, p. 11, traduction libre)*

Les élèves doivent, au contraire, reconstruire ou « réinventer » les concepts mathématiques afin de les comprendre. Selon Vygotsky (1986), les concepts ne peuvent être assimilés tels quels par l'enfant, ils doivent suivre un certain développement. Certains enseignantes et enseignants ont perçu dans la conclusion de Vygotsky une exhortation à « ne pas dire » aux élèves le comment des mathématiques, pour les laisser plutôt le « découvrir » (Chazan et Ball, 1999). Or, l'enseignement par la « découverte » s'est généralement révélé moins efficace pour un grand nombre d'enfants (Askew, 1999). Même dans le cadre d'un apprentissage stimulant, les enfants ne « découvriront » pas nécessairement par eux-mêmes les principaux concepts mathématiques.

De plus, si les enseignants ne guident pas du tout l'apprentissage, les élèves pourraient avoir d'importantes lacunes en mathématiques. En conséquence, nous recommandons un enseignement qui comprendra certaines caractéristiques de ces deux démarches pédagogiques – acquisition des procédures et « découverte » – mais qui sera, dans son ensemble, fondamentalement différent de ces approches tout en offrant bien plus que chacune d'elles.

Nous préconisons de suivre un enseignement faisant appel à une variété de méthodes pédagogiques qui, dans leur ensemble, ont fait leur preuve pour améliorer la compréhension des élèves et leur attitude à l'égard des mathématiques[2]. Nous expliquerons ces méthodes en prenant pour exemple, dans la section qui suit, une leçon faite à toute la classe et, par la suite, en donnant des suggestions supplémentaires sur la manière de présenter la leçon. Lors de nos explications, nous décrirons les recherches et le raisonnement qui nous ont permis de conclure que l'enseignement axé sur la résolution de problèmes ou l'exploration est la clé de la réussite en numératie pour les élèves de l'Ontario.

Caractéristiques de la leçon

La figure 2 à la page suivante expose les caractéristiques concrètes d'un enseignement efficace en mathématiques lors d'une leçon à toute la classe.

2. Nous prévoyons que ces méthodes pédagogiques seront expliquées en détail lors de la publication du document intitulé *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*.

Figure 2 : Caractéristiques d'un enseignement efficace lors d'une leçon à toute la classe

Mise en train	• L'enseignante ou l'enseignant choisit un problème ouvert qui permet différents points d'entrée pour les élèves de divers niveaux. • L'enseignante ou l'enseignant pose le problème ou la question sans donner les étapes menant à la solution.
Exploration	• Les élèves travaillent par deux ou en petits groupes pour résoudre le problème. • Les élèves travaillent à comprendre le problème à leur façon. Ils cherchent des régularités et des liens avec d'autres problèmes. • L'enseignante ou l'enseignant pose des questions de façon à encourager les élèves à pousser leur raisonnement et à clarifier leur pensée. • Les élèves discutent de leur raisonnement mathématique entre eux, partagent leurs idées, écoutent leurs camarades faire de même, échangent avec l'enseignante ou l'enseignant. • Les élèves apprennent à persévérer. • L'enseignante ou l'enseignant prend le temps nécessaire pour approfondir les idées clés plutôt que d'exposer un grand nombre de concepts. Il faudrait consacrer au moins une heure par jour à l'enseignement des mathématiques au cycle moyen. • Les élèves et l'enseignante ou l'enseignant examinent les erreurs ensemble et les utilisent comme outil d'apprentissage.
Objectivation	• Les élèves partagent, présentent et examinent tout un éventail de solutions avec toute la classe, puis discutent des éléments communs, à la recherche des régularités et du sens. • L'enseignante ou l'enseignant facilite le développement d'une communauté d'apprentissage, où les idées sont partagées et explorées. • L'enseignante ou l'enseignant oriente la discussion en ayant recours à des stratégies qu'ont utilisées des élèves, pour amorcer la compréhension de concepts mathématiques précis et pour diriger la progression des élèves vers des méthodes efficaces.

Nous poursuivons avec une explication plus détaillée de chacune de ces caractéristiques.

Mise en train

- ***L'enseignante ou l'enseignant choisit un problème ouvert qui permet différents points d'entrée pour les élèves de divers niveaux.*** Chaque classe compte des élèves présentant divers degrés de compréhension et de connaissances antérieures. Les élèves qui font face à des problèmes trop faciles ou trop difficiles n'ont pas la chance de mettre à l'épreuve leur apprentissage. Pour éviter cette situation, l'enseignante ou l'enseignant doit sélectionner des problèmes qui sont à la portée des élèves et peuvent être solutionnés d'une façon ou d'une autre par chacun et chacune.

Pour illustrer dans ce rapport ce que nous voulons dire par « enseignement axé sur la résolution de problèmes », nous utiliserons l'exemple d'une leçon se déroulant dans une classe de l'Ontario[3]. Nous avons choisi une leçon sur la division pour démontrer les points de la discussion, mais il est important de noter que les méthodes commentées visent **tous les domaines des mathématiques**, et pas seulement le domaine portant sur le sens du nombre.

La leçon est donnée dans une classe de 5^{e} année, en fin d'année scolaire. M^{me} H. a une classe où se retrouve une grande diversité d'habiletés, tant en mathématiques qu'en français. Dans un premier temps, M^{me} H. pose le problème de départ d'une unité sur la division : « Voici mon problème. J'ai un bocal qui peut contenir 317 billes quand il est plein. Comme vous le voyez, il est vide maintenant et je veux le remplir de nouveau. Chez mon dépanneur, je peux acheter des billes par petits sacs de 23 chacun. » Elle soulève le bocal et le petit sac de billes pour les montrer. « Je m'en vais au magasin et je voudrais acheter un nombre suffisant de sacs, mais pas trop. Combien de sacs devrais-je acheter? »

Ce problème peut être résolu par diverses méthodes, et à divers degrés de raffinement mathématique. Ainsi, on pourrait compter des objets concrets de façon à additionner des groupes de 23 jusqu'à ce qu'on atteigne 317. On pourrait aussi le résoudre d'une manière plus exigeante, soit par la division, sans représentation concrète ni d'autres moyens intermédiaires.

Certains élèves peuvent aborder le problème de la manière la plus simple, en comptant les billes une à une. À mesure qu'ils comptent, qu'ils communiquent leurs idées avec d'autres élèves et qu'ils participent à la séance de mise en commun au cours de la leçon, ils commencent à réaliser qu'il pourrait y avoir un moyen plus efficace d'entamer le problème. D'autres élèves, qui possèdent peut-être une meilleure notion du concept, peuvent débuter de manière plus efficace la résolution du problème en cherchant des régularités ou d'autres méthodes plus stratégiques. Pour que l'enseignante ou l'enseignant

3. Cette leçon est tirée de l'enregistrement sur vidéo d'une classe ontarienne. Les noms ont été changés et la leçon modifiée afin de créer un exemple type d'un excellent contexte d'apprentissage. Le problème tel qu'il était posé à l'origine se retrouve dans Wickett et Burns, 2003, p. 151-168.

puisse choisir un problème qui présente différents points d'entrée, il faut qu'il ou elle anticipe les divers niveaux de connaissances des élèves et les relie aux objectifs d'apprentissage. Les questions ouvertes, offrant des pistes multiples de solution, fournissent le meilleur cadre de travail afin que tous les élèves puissent participer au problème.

- ***L'enseignante ou l'enseignant pose le problème ou la question sans donner les étapes menant à la solution.*** Au cours des deux dernières décennies, les enseignantes et enseignants ont relevé progressivement le défi que représente l'incorporation de la résolution de problèmes à la plupart des volets de leur enseignement. Ils ont modifié leur pratique de façon à y intégrer des problèmes qui sont plus que de simples exercices à la fin d'une leçon ou d'une unité d'apprentissage. Ils ont aussi aidé les élèves à acquérir des stratégies propres à résoudre différents types de problèmes. La résolution de problèmes en tant que véhicule pédagogique comprend toutes ces approches et même davantage : elle peut également constituer la façon de *présenter des concepts* plutôt que de simplement demander aux élèves d'appliquer ou d'exécuter des procédures mathématiques ou encore de suivre les étapes apprises au début d'une leçon. « Les problèmes à résoudre peuvent efficacement servir de contexte aux élèves pour l'apprentissage de nouveaux concepts et habiletés, et non simplement l'application d'habiletés déjà acquises » (Kilpatrick, 2003, p. 17, *traduction libre*). Les élèves apprennent de manière plus approfondie les concepts et habiletés à l'aide d'une approche de résolution de problèmes, lorsque les étapes habituelles pour résoudre le problème ne sont pas enseignées au début de la leçon.

Exploration

- ***Les élèves travaillent par deux ou en petits groupes pour résoudre le problème.*** Le travail à deux ou en petits groupes permet aux élèves d'approfondir leur propre raisonnement sans être influencés par le reste de la classe. Il leur donne le temps d'explorer leurs idées avec un ou deux autres élèves. Ce temps de réflexion et de communication est nécessaire aux élèves pour qu'ils puissent clarifier leurs idées et vérifier leur raisonnement. En outre, ce travail à deux ou en petits groupes leur donne la chance de découvrir un autre point de vue lorsqu'ils rencontrent inévitablement des difficultés.

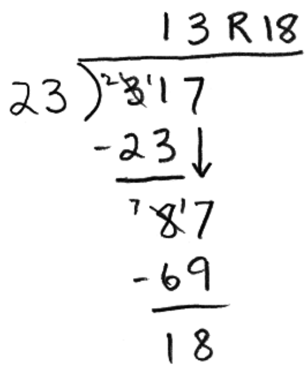
> Mme H. n'a pas encore enseigné l'algorithme usuel de la division, mais quelques élèves l'ont vu à la maison. Plutôt que de passer en revue les étapes de la division, ils discutent du problème en regardant le bocal et le petit sac de billes. Puis, ils retournent à leurs places pour travailler deux à deux. Chaque équipe dispose d'un bocal et d'un petit sac de 23 billes.

- ***Les élèves travaillent à comprendre le problème à leur façon. Ils cherchent des régularités et des liens avec d'autres problèmes.*** Il pourrait sembler plus efficace d'enseigner aux élèves un ensemble standard de procédures (dans le cas présent, l'algorithme usuel de la division) avant de leur demander de résoudre le problème. Pourtant, pour de nombreux élèves, ce type d'enseignement aboutit à une connaissance superficielle plutôt qu'à une connaissance approfondie des raisons pour lesquelles les règles fonctionnent et de la manière de s'en servir. Bien souvent, en mathématiques, nos règles efficaces – que ce soit les étapes de la division, ou celles pour trouver le volume d'un objet ou même les principes à la base d'outils mathématiques tels que le mètre – sont, au départ, trop abstraites pour que la plupart des élèves les apprennent par transmission directe.

Dans le cas des algorithmes, le niveau d'abstraction présente des défis pour les élèves. Traditionnellement, les algorithmes (étapes de calcul standardisées) ont été conçus à une époque où une élite de « calculateurs humains » ne disposait pas de calculatrices (Ma, 2004). Les algorithmes n'étaient pas conçus pour favoriser le niveau de compréhension que nous attendons aujourd'hui des élèves. Par exemple, pour appliquer l'algorithme usuel de la division tel qu'utilisé en Amérique du Nord, les élèves doivent traiter chaque chiffre séparément. Pour résoudre le problème suivant : « 317 ÷ 23 = ? », ils devraient normalement se demander « Combien de fois 23 est contenu dans 3? » (plutôt que dans 300), puis « Combien de fois 23 est contenu dans 31? » (plutôt que 310) (Voir la figure 3).

L'algorithme usuel est certes efficient, mais lorsqu'on l'enseigne avant que les élèves n'aient bien compris le concept de division et celui de valeur de position, les élèves sont forcés à renoncer à comprendre la question et leurs réponses peuvent être dénuées de sens, comme on l'a vu auparavant lors de l'exposé du problème des autobus militaires. Cependant, lorsque l'enseignante ou l'enseignant commence par ce que les élèves savent déjà et se sert de leurs idées et leurs méthodes avant de présenter des règles formelles, les élèves comprennent le concept plus en profondeur. En outre, la plupart des élèves qui apprennent de cette manière font moins d'erreurs, et celles-ci sont plus « intelligentes » et plus faciles à corriger que s'ils essaient de suivre des procédures mémorisées (Carpenter, Fennema, Franke, Levi et Empson, 1997). Ceux et celles qui enseignent des algorithmes à plusieurs chiffres connaissent le type de réponses « saugrenues » que donnent les élèves quand ils ne comprennent pas ce qu'ils font. C'est ainsi qu'une élève frustrée a déclaré au chercheur qui l'interrogeait au sujet de sa réponse, tout à fait absurde : « C'est comme ça qu'il *faut* faire. C'est comme ça que je l'ai appris à l'école, alors il *faut* que ce soit comme ça » (Baroody et Ginsburg, 1990, p. 63, *traduction libre*). Amorcer l'enseignement en suivant les procédés qu'utilisent les élèves et en se servant de leurs propres idées pour les amener à

Figure 3 : Algorithme usuel de la division



adopter des méthodes plus efficaces les aide à continuer à *réfléchir* au problème, à essayer de comprendre ce qu'ils font et, éventuellement, à approfondir leur compréhension. L'enseignement des mathématiques ne se limite pas aux méthodes proposées par les élèves, mais il devrait s'en servir comme point de départ.

> En s'attaquant au problème, les élèves ont généralement commencé par essayer d'en comprendre les différentes composantes – soit comment utiliser les renseignements (un sac de 23 billes et le nombre total de billes dans le bocal plein) pour trouver leur réponse. Les élèves se mettent au travail deux à deux; certains travaillent seuls pendant un certain temps, puis commencent à discuter de leur raisonnement avec leur partenaire. Dans d'autres équipes, les partenaires commencent à dialoguer dès le départ. La classe est bruyante et on y gesticule beaucoup en direction des bocaux et des billes placés sur les tables; on verse et reverse les billes dans les bocaux; on griffonne des calculs et des diagrammes dans les cahiers de mathématiques. La nature du dialogue entre les deux partenaires est variable. Certains présentent leurs idées et convainquent leur partenaire de se rallier à leur façon de faire. Dans d'autres équipes, les partenaires exposent leurs idées et se posent des questions, mais travaillent individuellement tout en se consultant périodiquement.

• ***L'enseignante ou l'enseignant pose des questions de façon à encourager les élèves à pousser leur raisonnement et à clarifier leur pensée.*** Cette étape ne consiste pas à obtenir systématiquement des réponses qui sont déjà connues (Chapin, O'Connor et Anderson, 2003). Il s'agit plutôt pour l'enseignante ou l'enseignant de découvrir ce que les élèves pensent et comment ils arrivent à ce raisonnement. Dans ce cas, le questionnement est le véhicule utilisé pour alimenter le raisonnement des élèves. D'autre part, les réponses des élèves sont utiles car elles révèlent les informations qui permettront à l'enseignante ou l'enseignant de personnaliser son enseignement pour un groupe d'élèves en particulier ou pour toute la classe.

> Mme H. circule parmi les élèves, en leur demandant des explications ou en explorant leur cheminement par une série de questions du type : « Pourquoi penses-tu que…? »; « Comment le sais-tu? »; « Que signifie ce nombre? »; « Peux-tu expliquer le raisonnement de ta partenaire? »; « Es-tu d'accord ou non avec son raisonnement et pourquoi? »; « Pourquoi est-ce que cette solution n'est pas correcte? »; « Pourrais-tu résoudre le problème autrement? »

• ***Les élèves discutent de leur raisonnement mathématique entre eux, partagent leurs idées, écoutent leurs camarades faire de même, échangent avec l'enseignante ou l'enseignant.*** La communication des idées joue un rôle essentiel dans le développement chez les élèves d'une bonne compréhension des mathématiques. Traditionnellement, la communication en mathématiques prenait la forme suivante : l'enseignante ou l'enseignant posait une question et un élève répondait; l'enseignante ou l'enseignant posait une autre question et un autre élève répondait, et ainsi de suite (Forman, 2003). Les réponses des élèves pouvaient ou non comprendre une explication. Aujourd'hui, les recherches démontrent que si les élèves participent à un échange où ils doivent expliquer clairement leurs idées et suivre le raisonnement d'autres élèves (plutôt que de recevoir des directives de l'enseignante ou de l'enseignant), ils sont beaucoup plus susceptibles d'acquérir une connaissance approfondie des concepts mathématiques. Ainsi, lors d'une étude longitudinale menée dans plusieurs écoles de l'Ontario, Radford (2000) a constaté que dans les milieux où se déroulent des échanges de ce type, les élèves sont libres de formuler des idées mathématiques sous-jacentes importantes. Ce type de communication d'idées est au cœur de la réussite d'une classe de mathématiques[4].

Dans la classe de Mme H., les élèves continuent à travailler. Beaucoup font des erreurs et trouvent, en fin de compte, que le problème est un réel défi. Certains élèves font quelques faux départs. À l'occasion, Mme H. demande l'attention des élèves pour discuter d'un point donné ou peut-être pour leur dire qu'elle sait qu'ils travaillent fort et que certains seraient probablement confus ou déroutés, mais que cela fait partie du processus. La plus grande partie de l'échange en mathématiques se passe toutefois entre les deux partenaires et parfois au sein de groupes, en vue de résoudre le problème.

• ***Les élèves apprennent à persévérer.*** Le véritable travail mathématique, où les élèves s'engagent à fond dans des situations de résolution de problèmes, peut présenter un défi. La résolution d'un problème peut demander plus qu'une leçon; les élèves peuvent alors éprouver des moments de frustration. Par habitude, les enseignants essayent de faciliter la tâche aux élèves en indiquant la voie à suivre par petites étapes progressives. Cependant, les élèves apprennent souvent mieux lorsqu'ils sont confrontés à des périodes de réflexion approfondie et lorsqu'ils éprouvent, par la suite, la grande satisfaction d'avoir trouvé la solution au problème. De plus, connaître des impasses et apprendre à persévérer – et à changer de tactique si cela s'avère nécessaire – constituent un aspect fondamental de l'apprentissage des mathématiques. Même chez les mathématiciens chevronnés, les situations d'impasse sont très courantes. Leone Burton signale que, sur les 70 mathématiciens en exercice qu'elle a interviewés, 55 déclarent que l'effort acharné est une constante de leur métier. Pour citer l'un d'eux : « La norme, en recherche [mathématique], c'est de se trouver dans une impasse, la plupart du temps et dans la plupart des projets entrepris » (Burton, 2004, p. 59, *traduction libre*).

4. Stigler (2000), par exemple, dans son examen de l'enseignement tel qu'il se pratique dans les classes japonaises, y a constaté la présence d'explications de démarches, tant de la part de l'enseignante ou de l'enseignant que des élèves, beaucoup plus nombreuses et plus complexes que dans les classes américaines ou allemandes. Il avançait que c'était là une des clés du succès des enseignantes et des enseignants japonais à inculquer à leurs élèves une connaissance approfondie des mathématiques.

- ***L'enseignante ou l'enseignant prend le temps nécessaire pour approfondir les idées clés plutôt que d'exposer un grand nombre de concepts.*** Travailler sur des problèmes qui présentent des défis demande du temps. Si les élèves doivent travailler d'une façon qui mènera à une compréhension approfondie des concepts, ils devront investir les efforts nécessaires pour saisir réellement les données du problème. L'allocation d'une période de temps suffisante est une composante fondamentale des programmes propices à l'acquisition de la numératie. **Au cours des années du cycle moyen, il faudrait allouer au moins une heure par jour au programme de mathématiques.**

- ***Les élèves et l'enseignante ou l'enseignant examinent les erreurs ensemble et les utilisent comme outil d'apprentissage.*** Dans le cadre d'un enseignement efficace, les erreurs sont traitées différemment de ce qu'on voit habituellement – c'est-à-dire, plutôt que d'être considérées comme des fautes appelant une rectification immédiate, les erreurs sont prises comme points de départ de discussions et présentent des occasions d'apprendre. L'enseignante ou l'enseignant demande aux élèves de comprendre pourquoi certaines méthodes ne fonctionnent pas.

En plus d'être autorisés à faire des erreurs et à en discuter, les élèves ont aussi besoin d'apprendre comment vérifier les réponses par eux-mêmes plutôt que de se fier uniquement à l'enseignante ou l'enseignant comme arbitre. Ils ont besoin d'apprendre à décider si leurs réponses ont du sens et si elles sont vraisemblables (Flores, 2002).

> Comme l'éventail des habiletés est vaste dans la classe de M^{me} H., les élèves vont éventuellement résoudre le problème à l'aide de toutes sortes de méthodes et avec divers degrés de raffinement mathématique. Certaines des premières tentatives pour résoudre le problème pourront être erronées ou inefficientes. Cependant, au fur et à mesure qu'ils avanceront dans la leçon (et dans d'autres leçons s'y rapportant), ils examineront leurs erreurs, en discuteront et amélioreront notablement l'efficience de leurs méthodes.

Objectivation

- ***Les élèves partagent, présentent et examinent tout un éventail de solutions avec toute la classe, puis discutent des éléments communs, à la recherche des régularités et du sens.*** Une approche réfléchie des points communs des diverses solutions et des différences entre elles permet aux élèves de dégager les structures mathématiques. Cette discussion les aide à organiser leur pensée, à la clarifier à l'intention des autres et à la modifier si nécessaire. Elle leur permet également de voir comment leurs camarades ont abordé le même problème et comment les différentes méthodes sont mathématiquement reliées, ce qui élargit et approfondit leur compréhension.

Les élèves doivent apprendre à expliquer leurs idées, non seulement verbalement mais aussi par écrit. Ils apprennent à mettre leurs idées sur papier de manière structurée, pour que l'enseignante ou l'enseignant et les autres élèves puissent comprendre leur raisonnement. Ils apprennent à utiliser tout un répertoire de formes pour expliquer leur raisonnement, et à convaincre les autres de la validité de leur démarche. Ils apprennent à se servir de la terminologie et du symbolisme mathématiques, afin de communiquer efficacement avec le reste de la classe et, par la même occasion, d'améliorer leur propre compréhension. Ils apprennent à faire tout cela afin de mieux communiquer leurs idées à leurs camarades et à l'enseignante ou à l'enseignant.

Les élèves abordent la troisième et dernière partie de la leçon, en inscrivant leurs solutions sur du papier grand format ou au tableau. En classe, les élèves discutent des diverses solutions. Mme H. a déjà pris connaissance des solutions et a choisi celles qu'elle veut voir partagées, en fonction de la discussion qu'elles entraîneront. Les élèves partagent leurs réponses et s'interrogent les uns les autres à propos des diverses méthodes de résolution. Il est visible que les présentations ne sont pas motivées simplement par la présence de l'enseignante ou de l'enseignant; les élèves se posent mutuellement des questions et se demandent des clarifications. Cet échange d'idées entre élèves se fait le plus souvent sans l'intervention de Mme H. Elle interrompt toutefois la discussion de temps à autre pour dégager des concepts mathématiques importants, et aussi pour aider les élèves à étoffer ou à préciser leurs questions, leurs explications et leurs pensées.

- ***L'enseignante ou l'enseignant facilite le développement d'une communauté d'apprentissage, où les idées sont partagées et explorées.*** La création d'une telle communauté est un élément fondamental d'un enseignement efficace en mathématiques. Au sein d'une communauté d'apprentissage, les élèves se sentent à l'aise de discuter de leurs erreurs, essaient de comprendre d'autres approches et collaborent pour mieux comprendre les concepts. Cette communauté doit leur fournir un milieu favorisant la prise de risques – c'est-à-dire un milieu dans lequel les élèves se sentent suffisamment libres pour risquer des propositions, et pour partager leur idées, solutions ou pensées. Une enseignante ou un enseignant développe un sens de communauté et de respect pour les autres, et construit un milieu favorisant la prise de risques en adoptant des attitudes positives à l'égard des mathématiques, en utilisant les « erreurs » comme outils d'apprentissage, en favorisant une pensée critique constructive, en mettant visuellement en valeur le travail réalisé par les élèves, et en reconnaissant le cheminement de la pensée particulier à chaque élève de manière à expliquer son raisonnement.

Le développement d'une communauté d'apprentissage, spécialement dans une classe de mathématiques, contribue à un travail de collaboration entre les enseignantes et enseignants et les élèves et, en conséquence, facilite la compréhension. Dans une telle communauté, l'enseignante ou l'enseignant ne représente plus l'unique source d'expertise. L'établissement d'un tel type de communauté permet aux élèves de se lancer davantage dans une exploration et une discussion constructive en mathématiques.

La communication utilisée au sein d'une communauté d'apprentissage est une habileté que les élèves doivent acquérir. Les enseignantes et enseignants devront prendre le temps de réfléchir avec les élèves sur les bonnes façons de communiquer : à savoir, ce qu'on fait (p. ex., « les partenaires se regardent l'un l'autre quand ils parlent ») et ce qu'on dit (p. ex., « je ne suis pas certain de comprendre ce que tu veux dire », « peux-tu me l'expliquer de nouveau? »). Certains enseignantes et enseignants demandent aux élèves de participer à un jeu de rôle pour démontrer ce qu'est une bonne discussion en mathématiques – à propos notamment de ce qu'on fait et de ce qu'on dit lors d'un désaccord majeur – afin de renforcer la capacité des élèves de travailler efficacement dans une communauté d'apprentissage en mathématiques.

- ***L'enseignante ou l'enseignant oriente la discussion en ayant recours à des stratégies qu'ont utilisées des élèves, pour amorcer la compréhension de concepts mathématiques précis et pour diriger la progression des élèves vers des méthodes efficaces.*** À la fin de la leçon, période au cours de laquelle les conclusions sont partagées, les élèves décrivent et échangent leurs raisonnements et stratégies. Certaines idées mathématiques s'avéreront suffisamment novatrices pour que l'enseignante ou l'enseignant décide de les approfondir. Bien que ces découvertes soient enrichissantes, l'enseignante ou l'enseignant espère pouvoir tirer des discussions l'élément essentiel de la leçon retenue, soit le concept mathématique sous-jacent.

Quelques groupes de deux élèves essaient de déterminer le nombre de sacs en mesurant la hauteur d'un sac de billes dans le bocal et, au moyen de la multiplication ou de la division, en calculant le nombre de sacs requis pour aller de bas en haut du bocal. Cette méthode novatrice semble piquer la curiosité des élèves, et M^{me} H. décide de poursuivre cette idée. Bien que les formules mathématiques utilisées par ces groupes d'élèves soient justes, leur réponse finale n'est pas aussi exacte que la réponse proposée par les élèves qui ont amorcé leur démarche avec le nombre total de billes que peut contenir le bocal. La classe discute ensuite de l'avantage des méthodes utilisant au départ le nombre total de billes par rapport à cette méthode faisant appel à des mesures physiques.

Alors que les élèves continuent à échanger leurs idées, M^{me} H. anime la discussion de manière à faire ressortir une des *grandes idées* relatives à la multiplication et à la division – à savoir que l'une est l'opération inverse de l'autre et que, par conséquent, on peut soit multiplier (ou additionner), soit, solution plus élégante, diviser (ou soustraire à répétition) pour arriver à la réponse. Dans le cas présent, les équipes ayant affiché leur travail au tableau, M^{me} H. s'arrête sur deux des solutions (voir les exemples ci-après) pour amorcer cette discussion, en posant la question suivante : « Comment expliquer que Michel et Paul ont multiplié (exemple B), que Samir et Robert ont divisé (exemple C), et que les deux équipes ont quand même obtenu la même réponse? »

Quelques solutions au problème des billes

A : Stratégie du doublement

Je dois trouver combien de sacs de billes avec 23 billes dans chaque sac rempliront un bocal qui peut contenir 317 billes en tout.

23
23) 46
23) 92
23) 46
) 184
23
23) 46
) 92
23
23) 46
) 276) 299) 322
23 23
23
23) 46
) 92) 92
23
23) 46

Le nombre de sacs qu'il faudra acheter est 14. Il faudra ensuite utiliser 317 des 322 billes et il restera 5 billes.

B : Stratégie de la multiplication

Je dois trouver combien de sacs de billes sont dans le bocal. Je sais que chaque sac contient 23 billes et que le bocal peut contenir un maximu de 317 billes

23×10 = 230
+
2× 23 = 46
276
+
1×23 = 23
299 pas assez pour remplir le bocal

317
−299
18 billes

Tu auras besoin de 14 sacs pour remplir le bocal.

C : Algorithme continental de la division

Je dois trouver combien de sacs de billes peuvent être placés dans le bocal.

Je sais que le bocal peut contenir 317 billes et que chaque sac contient 23 billes.

```
23)  3 1 7 | 10
   - 2 3 0 |
     -----
       8 7 | 2
     - 4 6 |
       4 1 | 1
     - 2 3 |
       ---
       1 8 |
```

Si tu as seulement 13 sacs (299 billes) ce n'est pas assez pour remplir le bocal.
Donc tu as besoin d'un autre sac pour remplir le bocal.
Mais tu as 5 de trop.

J'ai vérifié mes calculs.

Planification et connaissance

La description figurant aux pages précédentes a permis de détailler certains points d'un enseignement à toute la classe ayant recours à la résolution de problèmes ou à l'exploration. Il est clair que ce type d'enseignement ne « s'invente » pas mais est le fruit d'une planification et d'une solide connaissance des mathématiques et des méthodes pédagogiques de la part de l'enseignante ou l'enseignant. La partie suivante résume certains aspects de la planification et des connaissances requises pour entreprendre ce type d'enseignement (voir la figure 4).

• ***L'enseignante ou l'enseignant choisit les leçons en fonction de grandes idées permettant d'établir des liens entre des concepts.*** De nombreux enseignants et enseignantes se demandent avec raison si les leçons de mathématiques qu'ils choisissent renferment bien les concepts importants dont les élèves auront besoin pour réussir plus tard en mathématiques. Il semblerait normal que la matière des diverses leçons, dans les manuels ou autres, se fonde sur les concepts indispensables à l'acquisition de la numératie, mais cela n'est malheureusement pas toujours le cas. L'analyse des vidéos de la TEIMS des leçons observées aux États-Unis, en Allemagne et au Japon a relevé un large écart au plan de la qualité du contenu mathématique. Plus de la moitié des leçons

Figure 4 : Certains aspects de la planification et des connaissances requises pour l'enseignement

Planification	• L'enseignante ou l'enseignant choisit les leçons en fonction des grandes idées permettant d'établir des liens entre des concepts. • L'enseignante ou l'enseignant connaît les diverses stratégies que les élèves peuvent utiliser pour résoudre le problème, et les grandes idées fondamentales sur lesquelles reposent ces stratégies. • L'enseignante ou l'enseignant choisit la leçon de façon à exploiter ce que les élèves savent déjà et à faire progresser leurs connaissances par l'établissement de liens. • L'enseignante ou l'enseignant anticipe les idées fausses que les élèves pourraient avoir des mathématiques présentées dans la leçon et se prépare à les traiter.

observées au Japon affichaient une qualité considérée comme élevée; dans presque la moitié des leçons observées aux États-Unis, le contenu a été estimé de faible qualité (Stigler et Hiebert, 1999). Le jugement de qualité était fonction de l'utilisation ou pas de concepts mathématiques importants au cours de la leçon. Lorsque les enseignantes et enseignants disposent d'un programme-cadre structuré, axé sur les concepts essentiels en mathématiques et, en outre, fondé sur les grandes idées, ils peuvent déterminer la composition de leçons susceptibles de favoriser l'apprentissage de ces concepts mathématiques importants. Par exemple, les notions de la multiplication et de la division reposent sur un certain nombre de grandes idées[5]. Lorsque les enfants formulent une grande idée, celle-ci est « grande » parce qu'elle leur permet d'établir des liens qui les mènent à utiliser les mathématiques de façon plus efficace et avec plus de succès (Fosnot et Dolk, 2001b). Les grandes idées servent aussi de tremplins critiques pour les enfants dans l'acquisition des concepts et habiletés en mathématiques.

Dans l'exemple de la classe de M^{me} H., lorsque les élèves arrivent à comprendre que :

le nombre total de billes ÷ 23 billes (1 sac) = le nombre de sacs nécessaires

est l'opération inverse de

un sac de 23 billes x le nombre de sacs nécessaires = le nombre total de billes

– ils ont réussi à formuler une grande idée, soit que la multiplication et la division sont des opérations inverses l'une de l'autre. Ils pourront se servir de cette connaissance pour

5. L'expression *grandes idées* a été utilisée pour la première fois par Schifter et Fosnot au cours de leur travail de perfectionnement professionnel auprès d'enseignantes et d'enseignants désireux d'approfondir leurs connaissances en mathématiques. Schifter et Fosnot ont formulé la définition suivante : « Ce sont les idées centrales qui structurent les mathématiques – les principes qui définissent l'ordre mathématique… [les grandes idées] font partie intégrante des structures mathématiques » (1993, p. 35).

résoudre avec souplesse toute une gamme de problèmes et pour aborder le concept d'égalité en algèbre. Les élèves qui arrivent à cette interprétation du rapport inverse savent que $23 \times ? = 317$ peut être résolu par $317 \div 23 = ?$ Plus tard, en algèbre, ils comprendront pourquoi si $23x = 317$, alors $x = \frac{317}{23}$. Lorsque les élèves font ce genre d'hypothèses et établissent de tels liens , ils travaillent sur les nombres de façon souple et créative, ce qui définit l'activité fondamentale des mathématiciens.

En plus de tenir compte de cette idée, Mme H. veut aussi examiner certaines des stratégies utilisées par les élèves, afin d'aider ces derniers à renoncer à des procédés tout à fait inefficients (p. ex., l'addition par doublement de 23 à concurrence du total de 317 pour découvrir le nombre de sacs nécessaires [exemple A], et à adopter les méthodes plus efficientes de la multiplication [exemple B] et, encore mieux, de la division par le biais de la soustraction de groupes de 10 [exemple C]).

• ***L'enseignante ou l'enseignant connaît les diverses stratégies que les élèves peuvent utiliser pour résoudre le problème, et les grandes idées fondamentales sur lesquelles reposent ces stratégies.*** Les enseignantes et enseignants qui amorcent leurs leçons au moyen du raisonnement des élèves doivent connaître la progression des stratégies employées par ces derniers face à un concept donné (Baek, 1998). L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques est de doter les élèves d'une certaine facilité et souplesse pour le calcul et l'application des règles mathématiques parallèlement à la compréhension de ce qu'ils font. Pour aider les élèves à adopter des procédés mathématiques plus efficients en connaissance de cause, les enseignantes et enseignants doivent être au courant de la progression des stratégies que les élèves pourraient employer dans le cadre d'un sujet donné. Ils doivent aussi connaître les principales idées fausses que les élèves ont généralement.

La progression des stratégies que les élèves utilisent est assez floue. Ils passent de stratégies initiales pour résoudre, par exemple, des problèmes de division en modélisant la situation à l'aide de matériel concret, à l'utilisation souple et efficiente d'un certain type d'algorithme de division. La progression n'est pas linéaire mais varie d'un élève à l'autre, certains « sautant » des étapes typiques et d'autres empruntant des détours pour explorer des idées apparentées. Elle *dépend aussi étroitement des méthodes d'enseignement utilisées*. Cette progression des stratégies n'est pas susceptible d'apparaître dans des classes où l'enseignement ne prend pas les idées des élèves comme point de départ (en dépit du fait que les élèves se servent souvent de ces notions dans le monde extérieur).

• ***L'enseignante ou l'enseignant anticipe les idées fausses que les élèves pourraient avoir des mathématiques présentées dans la leçon et se prépare à les traiter.*** À mesure que les enseignantes et les enseignants se familiarisent avec les diverses méthodes qu'utilisent leurs élèves pour résoudre des problèmes, ils en viennent aussi à connaître les idées fausses les plus répandues, ce qui leur permet de mieux planifier leur intervention.

M^me H. pose le problème du « reste » en faisant remarquer: « Marie et Sonia sont d'avis qu'il faudra 13 sacs et 18 billes pour remplir le bocal (exemple A), mais Samir et Robert (exemple C) ont décidé qu'il faudrait 14 sacs et qu'il resterait quelques billes. Est-ce que cela revient au même? » Les élèves débattent vigoureusement la réponse « mathématique » 13R18 et le contexte réel dans lequel se trouve le problème – le fait que, dans la réalité, aucun magasin n'ouvrira 1 sac pour remettre 18 billes à un client. Ils se mettent finalement d'accord sur 14 sacs. Ils ne voudraient pas conclure qu'il faut acheter 13R18 sacs, parce qu'ils sont absorbés par le problème et qu'ils essaient de le comprendre. Ils ont fini par régler ce problème précis de « reste », mais la même question reviendra dans de nombreux contextes différents – comme le sait M^me H., les enfants ont du mal à préciser le sens du « reste ». M^me H. profitera de l'occasion pour amener les élèves à interpréter le reste sous forme de décimaux.

- ***L'enseignante ou l'enseignant choisit la leçon de façon à exploiter ce que les élèves savent déjà et à faire progresser leurs connaissances par l'établissement de liens.***

Dans une leçon subséquente, M^me H. présentera la structure d'un algorithme possible (l'algorithme continental – voir l'exemple C à la page 20) à l'aide de renseignements sur les méthodes utilisées par les élèves. Une équipe de deux élèves avait déjà utilisé cette méthode, à la suite de leur échange avec l'enseignante ou l'enseignant. (Ils avaient déjà commencé à travailler avec une forme non structurée de cette méthode, mais avaient besoin d'aide pour le mettre par écrit de façon structurée.) M^me H. prendra l'exemple C, commentera l'utilisation de l'algorithme continental par l'équipe de deux élèves, et expliquera comment d'autres élèves (qui se trouvent à cette étape de développement mathématique) peuvent l'utiliser pour bâtir leur raisonnement de manière pratique et efficiente.

Les enseignantes et enseignants qui lisent et étudient cet exemple d'une leçon sur la division en 5^e année peuvent se poser la question : « est-ce une "histoire intéressante" que les élèves arriveraient à raconter à d'autres à l'extérieur de la classe? » (Gadanidis et Hoogland, 2003). Cet exemple est-il intéressant pour les élèves? Cet exemple permet-il aux élèves de pousser leur raisonnement mathématique?

Enseignement efficace : Autres types de leçons

Un programme de mathématiques efficace incorpore diverses composantes ou approches pédagogiques selon une démarche équilibrée dans le cadre d'un apprentissage varié. La leçon précédente comprend deux des trois approches pédagogiques en mathématiques – à savoir l'apprentissage partagé, l'apprentissage guidé et l'apprentissage autonome. Dans les autres types d'apprentissage que les élèves devraient être appelés à suivre lors d'une leçon de mathématiques, l'une ou l'autre de ces approches prédomine. Par exemple, pour une mini-leçon (comme celle qui est décrite à la page suivante), l'apprentissage guidé est l'approche retenue. Autre exemple, pour les leçons au cours desquelles les élèves travaillent ensemble pour résoudre des casse-tête ou autres jeux mathématiques, c'est l'apprentissage partagé qui est retenu. Certaines leçons exigent en grande partie un travail autonome de la part de l'élève, et d'autres leçons donnent la possibilité aux élèves d'appliquer leurs connaissances de concepts mathématiques préalablement acquises. Ce qui suit est une revue de quelques-uns de ces autres types d'apprentissage ou types de leçons, en commençant par les occasions d'apprendre dans le cadre de contextes stimulants.

Contextes d'apprentissage stimulants

Les élèves ont besoin d'occasions de s'exercer ou d'« intégrer » leur apprentissage des mathématiques dans des contextes stimulants. Si les élèves se servent de leurs propres procédés pour résoudre des problèmes et que les enseignantes et enseignants prennent ces procédés comme point de départ pour le passage à des méthodes plus efficientes mais accessibles, les élèves sont plus susceptibles de comprendre ce qu'ils font. La plupart des adultes ont appris les règles et les procédures en les mémorisant d'abord, et en les comprenant peut-être plus tard. Dans ce rapport, l'approche retenue veut que l'enseignement efficace prenne pour point de départ les idées des élèves, soutienne l'évolution de la compréhension et du développement des élèves pour mener à l'acquisition de méthodes efficaces ou des règles, puis, par la suite, offre de nombreuses occasions d'intégrer les procédures et l'apprentissage. Ces occasions devraient représenter un moyen tant de s'exercer aux mathématiques que de continuer à les explorer. Si les exercices se font au détriment du temps requis pour l'exploration continue des mathématiques, alors les élèves ne peuvent bénéficier d'un enseignement efficace. Nous sommes d'accord avec Fuson qui souligne le point suivant : « s'exercer pendant de longues périodes à résoudre des problèmes comportant des nombres élevés semble un objectif plus approprié au 20^{e} qu'au 21^{e} siècle » (Fuson, 2003, p. 302, *traduction libre*).

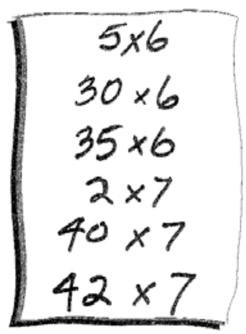
Calcul mental

Les habiletés de calcul mental peuvent être développées et pratiquées lors de mini-leçons guidées. Le calcul mental consiste à effectuer des calculs sans l'aide ou presque d'un crayon et d'un papier, ou d'une calculatrice. Il représente une composante essentielle d'un enseignement efficace au cycle moyen. Ces mini-leçons guidées présentent aux élèves des occasions de travailler mentalement sur divers calculs ou problèmes. Les élèves peuvent noter par écrit certains chiffres comme aide-mémoire, mais l'objectif est de les faire travailler de façon souple, en effectuant surtout des calculs mathématiques avec leur tête. Au fur et à mesure que les élèves développent leur capacité de calcul mental, ils se servent souvent des grandes idées mathématiques. Par exemple, dans le cas de la multiplication de nombres à plus d'un chiffre, les élèves pourraient utiliser la décomposition et la distributivité ainsi : $12 \times 13 = (6+6) \times 13 = (6 \times 13) + (6 \times 13) = 78 + 78 = 156$. Ils savent que dans la mesure où les 12 groupes de 13 sont présents, la somme des produits des parties sera la même. Les enseignantes et enseignants peuvent soutenir la capacité des élèves de jongler avec les structures de base des mathématiques de cette façon, en travaillant sur des séries d'opérations apparentées lors des mini-leçons. Pour clarifier ce point, voyons l'exemple d'une autre leçon en classe (Fosnot et Dolk, 2001b, p. 106-107).

Grady veut renforcer le concept de distributivité chez ses élèves et leur donner la chance de s'exercer à son utilisation. Il met par écrit la série d'opérations semblables qu'on retrouve ci-dessous. La plupart des élèves connaissent de mémoire la réponse à la première. Certains l'ont mémorisée; d'autres prennent 10 x 6, puis divisent 60 par la moitié pour obtenir la réponse. Ils savent aussi que 30 x 6 ressemble à 3 x 6 = 18, mais que c'est 10 fois plus gros. Mais la multiplication 35 x 6 leur donne du mal. La plupart des élèves multiplient 35 par deux pour obtenir 70, puis additionnent ce chiffre trois fois (35 x 6 est identique à 70 x 3). Il y en a un qui prend toutefois un raccourci : cet élève additionne simplement les résultats des deux premiers produits, soit 30 plus 180. Les élèves examinent cette stratégie et s'exercent en l'appliquant à la série suivante, pour voir si elle fonctionne. Il ne s'agit pas ici d'une leçon en bonne et due forme, mais d'une mini-leçon qui a des points communs avec une mini-leçon d'écriture sur un sujet donné. C'est une occasion de se concentrer sur une idée précise et de s'y exercer au moyen d'une série d'exemples. Ce type de leçon dure souvent 15 minutes seulement.

Calcul mental sur la distributivité

Les séries d'opérations apparentées de Grady



Les élèves se servent aussi parfois du calcul mental pour communiquer leur raisonnement ou pour expliquer la manière dont ils ont résolu un problème. Par exemple, certains des élèves de la classe de Mme H. ont expliqué au reste de la classe qu'ils ont fait l'estimation du nombre de sacs de billes nécessaires pour remplir le bocal en doublant mentalement : « J'ai doublé 23 pour avoir 46, et 46 pour avoir 92, puis 92 pour avoir 184, et alors je savais que le suivant serait trop gros, parce que 184 est proche de 200. » Les élèves recourent au calcul mental tant pour faire une estimation que pour vérifier si leurs réponses ont du sens.

Jeux et casse-tête mathématiques

Les jeux et casse-tête mathématiques présentent un contexte stimulant pour s'exercer aux concepts mathématiques. Les jeux mathématiques bien conçus sont un autre moyen à la disposition du personnel enseignant pour améliorer la compétence des élèves à travailler avec les nombres (Kamii, 1994). Ainsi que le formulent Wickett et Burns au sujet de l'utilité des jeux pour le développement des concepts de la division : « Notre objectif est de mettre au point d'autres façons d'offrir aux élèves toute la pratique dont ils ont besoin pour la division, tout en continuant à les aider à raisonner et à affiner leur pensée » (Wickett et

Burns, 2003, p. xvii, *traduction libre)*. On notera que les jeux dont il est question ici sont conçus pour accompagner le développement de concepts mathématiques particuliers.

Même si les jeux et casse-tête peuvent constituer une aide efficace pour l'acquisition de la numératie dans le domaine d'étude Numération et sens du nombre, ils s'avèrent également un outil utile dans d'autres domaines d'études tels que Géométrie et sens de l'espace ou Traitement des données et probabilité. L'exemple suivant démontre comment un casse-tête collectif peut être utilisé en classe pour permettre aux élèves de s'exercer à l'emploi de termes de mesure et de géométrie.

Mme S. vise à faire comprendre aux élèves la définition de divers termes de mesure et de géométrie en contexte, en se servant des casse-tête collectifs tirés de l'ouvrage *Get it Together* (Erickson, 1989, p. 50) (voir la figure ci-dessous). Les élèves sont assis en groupes de quatre, chacun détenant un indice de la figure que le groupe doit construire. (Les deux derniers indices demeurent

Casse-tête collectif en géométrie

1

Il y a 12 bâtonnets dans la figure. Les bâtonnets sont continus et ne se chevauchent pas.

Tracez la figure!

2

Le périmètre d'un des triangles est formé de 7 bâtonnets.

Tracez la figure!

3

Les deux triangles ont un côté en commun.

Tracez la figure!

4

La figure se compose de deux triangles qui ne sont pas congruents.

Tracez la figure!

5

Aucun côté de la figure n'est plus court que deux bâtonnets.

Tracez la figure!

6

La figure renferme un quadrilatère qui a un périmètre de 9.

Tracez la figure!

Traduction et adaptation de : GET IT TOGETHER (ISBN # 0-912511-53-2), publié par EQUALS, Lawrence Hall of Science, Berkeley, CA 94720. © 1989 Regents, University of California à Berkeley.

sur la table, face cachée, et sont à la disposition des élèves, au besoin, à titre d'indices supplémentaires.) M^{me} S. sait que, pour résoudre le problème, les élèves devront comprendre les termes employés pour trouver la réponse. Ainsi, en résolvant une série de casse-tête collectifs, les élèves clarifient le sens de la terminologie mathématique et s'exercent à utiliser les termes dans le cadre d'un problème.

Travail autonome

Les élèves devraient aussi disposer de temps pour l'apprentissage autonome. Ils peuvent alors travailler à :

- rédiger leurs propres problèmes, qu'ils peuvent partager plus tard avec un partenaire, puis avec toute la classe (voir Silverman, Winograd et Strohaurer, 1992, pour une description de l'organisation d'une classe en vue de la formulation de problèmes par les élèves);
- entreprendre un projet de mathématiques plus poussé, comme celui-ci : « Note le temps que tu consacres pendant la semaine à diverses activités telles que repas, sommeil, émissions de télévision, présence à l'école, etc. En moyenne, quel est le pourcentage de ton temps consacré chaque jour à chacune des activités? Trace un diagramme circulaire pour représenter la façon dont tu passes généralement ta journée. Comment cette utilisation de ton temps se compare-t-elle à celle d'un autre membre de ta famille? »;
- de « petits problèmes écrits », visant à renforcer l'utilisation de concepts déjà explorés dans des leçons plus générales (p. ex., Seymour, TOPS Problem-Solving Word Decks A, B, C et D [Dale Seymour Publications, 1980]).

Nous avons passé en revue jusqu'à présent dans ce rapport différents types de leçons et approches pédagogiques caractéristiques d'un enseignement efficace. Mentionnons maintenant des ressources à utiliser tout au long du programme de mathématiques au cycle moyen : matériel de manipulation, littérature pour enfants, manuels, documents d'appui à l'intention du personnel enseignant et outils technologiques.

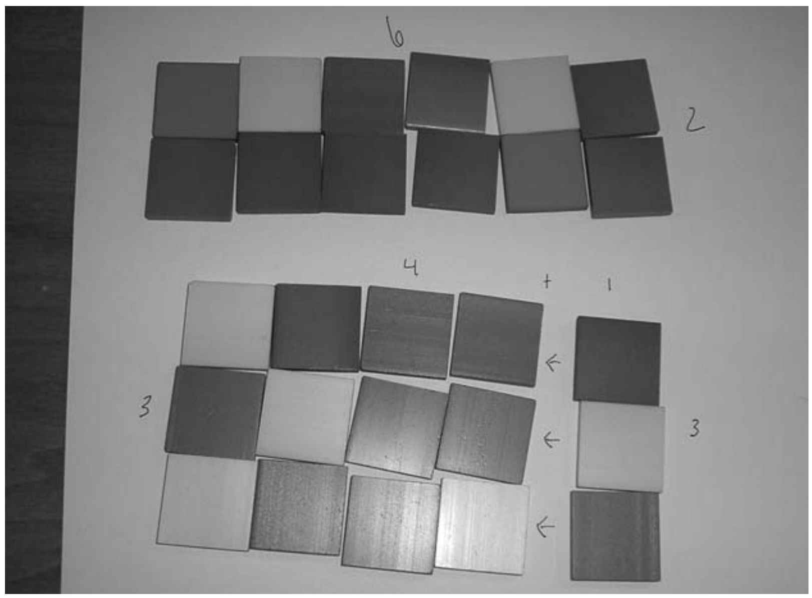
Utilisation efficace des ressources en classe

Les enseignantes et enseignants feront usage de diverses ressources sur une base quotidienne lors de l'enseignement des mathématiques. Pour chacune des ressources examinées dans cette section, la conclusion suivante fait consensus : l'efficacité de l'enseignement dépend tant de la qualité de la ressource que de l'habileté de l'enseignante ou de l'enseignant à l'employer.

Matériel de manipulation

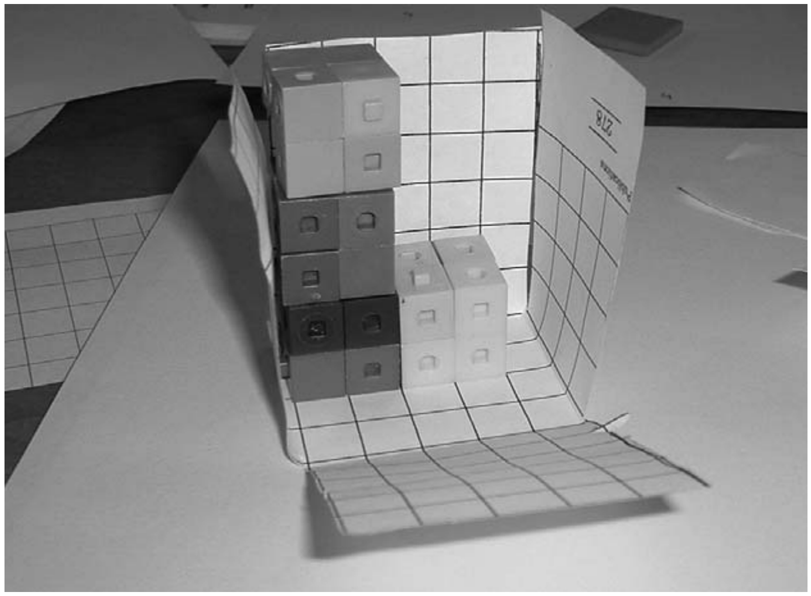
Le matériel de manipulation bien utilisé fait partie intégrante d'un enseignement efficace et peut contribuer fortement à améliorer et à approfondir la compréhension des élèves. Le matériel de manipulation offre aux élèves et à l'enseignante ou l'enseignant un sujet concret de discussion; le matériel donne également aux élèves un moyen d'appliquer leurs connaissances en manipulant des objets (Thompson, 2002). Par exemple, les élèves ont souvent du mal à comprendre le rapport qu'il y a entre l'aire et le périmètre, et certains croient que si l'aire d'une surface augmente, son périmètre augmente nécessairement aussi. Les mosaïques carrées offrent un moyen concret et efficace pour explorer cette idée. L'enseignante ou l'enseignant peut poser le problème suivant : « Mon jardin mesure 6 mètres de long sur 2 mètres de large. Je voudrais agrandir l'aire de mon jardin sans avoir besoin d'allonger la clôture. Est-ce possible? » Les élèves peuvent utiliser 12 mosaïques carrées pour représenter le jardin, puis expérimenter diverses configurations avec des dalles supplémentaires pour répondre à la question. (Voir la figure 5.)

Figure 5 : Utilisation de matériel de manipulation pour faciliter la compréhension d'un concept difficile



En plus de fournir un moyen d'expérimentation et de discussion, le matériel de manipulation peut servir à modéliser ou à illustrer des concepts complexes. Prenons, par exemple, l'idée que se font beaucoup d'adultes d'une notion de 6^{e} année, à savoir le volume d'un prisme à base rectangulaire. Pour répondre à la question « Combien de cubes de 2 cm x 2 cm x 2 cm pourraient entrer dans une boîte mesurant 5 cm x 6 cm x 4 cm? », nombre d'adultes reprennent la formule du volume, soit 6 x 4 x 5 = 120 cm^3, puis divisent le produit par 8 cm^3 pour obtenir la réponse de 15 cubes. Ces mêmes adultes ont souvent de la difficulté à illustrer le problème à l'aide d'un dessin. Ce n'est que lorsqu'ils construisent la boîte, rassemblent les cubes de 2 cm x 2 cm x 2 cm et placent ces cubes dans la boîte qu'ils rectifient leur réponse : « Ah, je *comprends* maintenant! » (Voir la figure 6.) L'expérience concrète permise par le matériel de manipulation les aide à visualiser la solution. Le matériel a donc joué un rôle nécessaire pour faciliter la compréhension, ce que n'avait pas fait le calcul papier-crayon. On note que les résultats sont analogues chez les élèves des cycles moyen et intermédiaire (Battista, 2003).

Figure 6 : Utilisation de matériel de manipulation pour visualiser un problème



Les élèves des classes où l'on utilise du matériel de manipulation ont souvent un rendement supérieur à ceux des autres classes (Clements et McMillen, 2002). Mais cela n'est pas toujours le cas. À lui seul, le matériel de manipulation n'aide pas forcément à comprendre. Pour que le matériel de manipulation soit efficace, l'enseignante ou l'enseignant doit le choisir avec soin, en se posant la question : « En principe, qu'est-ce que je veux que mes élèves *comprennent*? » [plutôt que] « Qu'est-ce que j'apprendrai à mes élèves à *faire*? » (Thompson, 2002, p. 246, *traduction libre*). Le matériel choisi doit permettre aux élèves de recourir à leurs propres façons de résoudre un problème. Différents élèves peuvent choisir différents matériels de manipulation, selon leur façon d'aborder le problème, et ils doivent pouvoir les utiliser pour résoudre le problème et exposer leur démarche. Le matériel de manipulation devrait être utilisé par les élèves pour étayer leur raisonnement plutôt que par l'enseignante ou l'enseignant pour démontrer des procédures.

Fait intéressant, certains matériels de manipulation et outils mathématiques sont plus utiles lorsqu'ils sont réalisés par les élèves. En effet, c'est le processus de construction qui aide ces derniers à se forger une bonne compréhension du concept. C'est ce qu'affirme Marilyn Burns, par exemple, au sujet de l'enseignement des fractions (Burns, 2001). De toutes les leçons qu'elle a conçues, c'est la construction de la trousse des fractions qui s'est révélée la plus efficace (l'enseignante ou l'enseignant pose la question : « Comment créer un tout composé de deux parties égales? De trois parties égales? » et ainsi de suite). D'autres chercheurs partagent cet avis et proposent des leçons au cours desquelles les élèves doivent réinventer des outils tels que des dispositifs de chronométrage pour comprendre la mesure du temps (Kamii et Long, 2003) ou des règles pour saisir la notion de mesure linéaire standard (Young et O'Leary, 2002).

Le matériel de manipulation peut être construit de toutes pièces par les élèves, être formé d'objets « trouvés » (p. ex., boîtes, sacs de papier, bâtonnets de bois, boutons) ou consister en des objets manufacturés (p. ex., mosaïques géométriques, centicubes, solides géométriques). L'annexe A donne une liste détaillée du matériel de manipulation recommandé. **Toutes les classes du cycle moyen devraient disposer de trousses de matériel de manipulation en nombre suffisant pour appuyer l'enseignement et l'apprentissage**.

Littérature pour enfants

Les bons problèmes mathématiques proviennent d'une variété de contextes : contextes mathématiques, contextes physiques, contextes réels (de la vie de tous les jours) et contextes imaginaires. Les bons problèmes mathématiques piquent la curiosité mathématique des élèves et leur donnent la possibilité de prendre plaisir à découvrir les mathématiques (Gadanidis, 2004). Les ouvrages littéraires peuvent servir de fantastiques contextes pour les problèmes. Ils peuvent capturer l'imagination des élèves – par exemple, *Jupiter en hélicoptère* (Éditions HRW, 1997) peut susciter l'intérêt des élèves en comparant les similitudes et les différences entre les extraterrestres et les Terriens à l'aide d'un diagramme à bandes doubles. Ils peuvent aussi amuser les élèves – par exemple, la lecture du livre *Le tour du monde en 80 jours* (Graficor, 1996) peut inciter les élèves à se poser des questions, dont : « Quelle distance a parcouru le train s'il s'est déplacé d'Ottawa à Calgary pour ensuite se diriger vers les Cordillères de l'ouest et s'arrêter à Vancouver? À quelle vitesse devait rouler le train pour parcourir cette distance, si le voyage a pris 75 heures? » Certains enseignants et enseignantes exploitent des devinettes d'antan pour piquer l'intérêt et développer la pensée et la discussion mathématiques, par exemple : « Un conteur et un sage mathématicien traversent un désert à dos d'un même chameau, lorsqu'ils rencontrent trois frères qui sont en chicane. Les frères se chamaillent parce que leur père leur a laissé en héritage 35 chameaux, qu'ils doivent se partager; l'aîné doit recevoir la moitié ($^1/_2$) du tout, le deuxième le tiers ($^1/_3$), et le plus jeune le neuvième ($^1/_9$). De quelle façon le mathématicien pourrait-il résoudre le problème? » (Bresser, 1995, *traduction libre*). La littérature est un excellent moyen d'animer la discussion et de lui fournir un contexte – c'est une façon de faire découvrir que les mathématiques sont présentes partout.

Manuels, guides et autres documents d'appui destinés au personnel enseignant

Le manuel n'est qu'une ressource parmi d'autres, mais il peut jouer un rôle important dans une classe dynamique. On favorise davantage un apprentissage en profondeur lorsque les manuels reflètent bien la teneur du programme-cadre et ciblent quelques sujets, ainsi que les grandes idées ou notions mathématiques importantes à la base de ces sujets. Les bons manuels sont ceux qui soutiennent un enseignement efficace, et ils ont un certain nombre de caractéristiques en commun. Ils traitent de sujets relativement peu nombreux, mais en les approfondissant (Ma, 1999). Dans les bons manuels, les leçons reposent sur une gradation du développement mathématique. Ils proposent des tâches qui incitent les élèves à réfléchir davantage sur un sujet donné, à établir des liens entre les sujets et à arriver à des compétences et à un niveau d'abstraction toujours plus poussés. De plus, tout comme un enseignement efficace, les bons manuels permettent aux élèves de découvrir à leur façon le sens des mathématiques aussi bien que d'utiliser leurs propres procédés de notation des solutions. En dernier lieu, les bons manuels présentent aux élèves des contextes stimulants qui provoquent leur réflexion.

Les bons manuels sont accompagnés de guides qui appuient les connaissances qu'ont les enseignantes et enseignants du contenu mathématique et des méthodes pédagogiques (Ball et Cohen, 1996). Cet élément est crucial, car, selon ce qu'ils comprennent du but de la leçon, les enseignantes et enseignants peuvent exploiter la leçon de plusieurs façons très différentes. Ces guides leur offrent aussi une documentation de base sur les diverses stratégies qu'emploient les élèves et sur la façon de les insérer dans le continuum global du développement des connaissances mathématiques. Enfin, les guides et manuels proposent toute une variété de méthodes d'évaluation, en privilégiant l'observation, l'entrevue et la conférence avec l'élève.

Il existe d'autres ouvrages utiles pour le personnel enseignant qui répondent à nombre de critères des bons manuels, sans toutefois être accompagnés d'un manuel destiné à l'élève. Ces documents d'appui traitent souvent en détail du développement d'un concept, ce qui déborde le cadre d'un ouvrage général portant sur tous les domaines. Le personnel enseignant devrait avoir accès à ces ouvrages, puisqu'un seul manuel ne suffit pas à bien couvrir tous les aspects de la mise en œuvre d'un programme de mathématiques efficace. On trouvera à l'Annexe B une liste des ressources professionnelles à l'intention du personnel enseignant.

Outils technologiques

Des outils technologiques utilisés efficacement peuvent jouer un rôle important dans les classes du cycle moyen. L'exploration des mathématiques à l'aide d'outils technologiques devrait faire partie intégrante du programme de mathématiques de la 4^{e} à la 6^{e} année. Une foule d'élèves du cycle moyen utilisent quotidiennement des applications technologiques pour explorer et communiquer des idées. Les technologies de l'information sont désormais indissociables du monde des élèves et de leur avenir (diSessa, 2000). La technologie ne remplace pas la pensée mathématique mais permet plutôt de l'approfondir. N'oublions pas que les mathématiciens les utilisent assidûment. Dans le cadre d'activités mathématiques, les outils technologiques font bien davantage que d'amplifier les capacités cognitives, ils les transforment (Wertsch, 1985). Les outils technologiques sont devenus indispensables au travail des mathématiciens et des scientifiques, au même titre que le rapporteur d'angles pour les géomètres de l'Antiquité.

Pendant le cycle moyen, les outils technologiques peuvent être incorporés à titre d'outil de soutien au développement de la compréhension chez l'élève. Ils peuvent :

- Appuyer l'effort de compréhension des élèves en offrant un milieu propice à l'exploration. Par exemple :
  - Les calculatrices peuvent servir à explorer les régularités des nombres et à acquérir le sens du nombre.
  - Les tableurs électroniques peuvent servir à organiser les données et à les afficher, de même qu'à explorer les régularités et les suites.
  - Les « applets » peuvent être utilisés à la maison ou en classe. Ces mini-applications en ligne permettent aux élèves d'effectuer des expériences à répétition et d'explorer visuellement les relations mathématiques.
- Les outils permettent aux élèves de développer des habiletés de pensée critique par l'analyse et la comparaison d'un grand nombre d'exemples.
- Les outils servent à étayer le développement du raisonnement schématique en fournissant des représentations visuelles.

Les outils technologiques viennent transformer les mathématiques enseignées de nos jours et la façon dont les élèves les pratiquent. Ils modifient en outre les priorités des enseignantes et enseignants quant à la matière à enseigner. Par exemple, au 21^{e} siècle, s'il n'est pas nécessaire d'imposer aux élèves de faire à la main des calculs poussés, il demeure nécessaire qu'ils acquièrent un excellent sens du nombre (Reys et Arbaugh, 2001). Par ailleurs, les outils technologiques permettent aux élèves de « jongler » avec les idées – tant numériques que géométriques – et de formuler des questions et des hypothèses sur leur univers d'une manière encore récemment impossible. Grâce à la recherche autonome, les élèves accèdent à des paliers nouveaux en mathématiques (Sinclair, 2004); ils manifestent de la curiosité et sont disposés à examiner toutes sortes de possibilités. Tout cela suggère que, pendant les années du cycle moyen, l'expérimentation technologique devrait comprendre des occasions d'exploration libre.

Parallèlement, l'utilisation réussie d'un outil technologique dans une situation ne garantit pas nécessairement le transfert de la connaissance acquise dans une autre situation; à titre d'exemple, les élèves capables de créer des diagrammes à l'ordinateur ne seront pas obligatoirement capables d'utiliser ces mêmes diagrammes dans d'autres contextes. Les enseignantes et enseignants doivent fournir des occasions aux élèves de faire le lien entre les opérations effectuées dans un contexte et celles qui le sont dans un autre. En fait, « les recherches montrent que les tâches informatiques donnent de meilleurs résultats quand elles sont associées à des activités complémentaires, effectuées sans l'aide de l'ordinateur » (Clements et Sarama, 2002, p. 342, *traduction libre*).

La calculatrice appelle d'autres remarques. Les résultats de recherche à ce jour indiquent que l'accès sans restriction à la calculatrice ne se fait pas au détriment du rendement des élèves (Ruthven, 1999). Les enseignantes et enseignants peuvent aider les élèves à utiliser de façon appropriée cet outil technologique, des manières suivantes :

- En proposant des questions, des activités ou des explorations qui font appel à la calculatrice comme outil de soutien pour résoudre des problèmes concrets. Par exemple, la calculatrice « peut aider les élèves à s'attaquer à un problème par des stratégies directes, exigeant des calculs dépassant leurs capacités actuelles; et elle peut aussi appuyer des stratégies indirectes, à base d'essais ou menant à une solution par étapes » (Ruthven, 1999, p. 203-204, *traduction libre*).
- En mettant l'outil technologique à la disposition des élèves, qui en viennent à l'utiliser de façon naturelle (p. ex., recours au besoin à la calculatrice pour les calculs complexes).
- En utilisant la calculatrice et d'autres applications technologiques pour des travaux à deux, afin d'encourager la communication et le développement du raisonnement mathématique.
- En ne restreignant l'accès à la calculatrice que dans des circonstances particulières, par exemple quand le but premier est d'aider les élèves à affiner leur capacité de calcul, mental et écrit.

Nous recommandons en particulier l'utilisation de calculatrices à écran d'affichage de deux lignes, avec rappel des entrées antérieures.

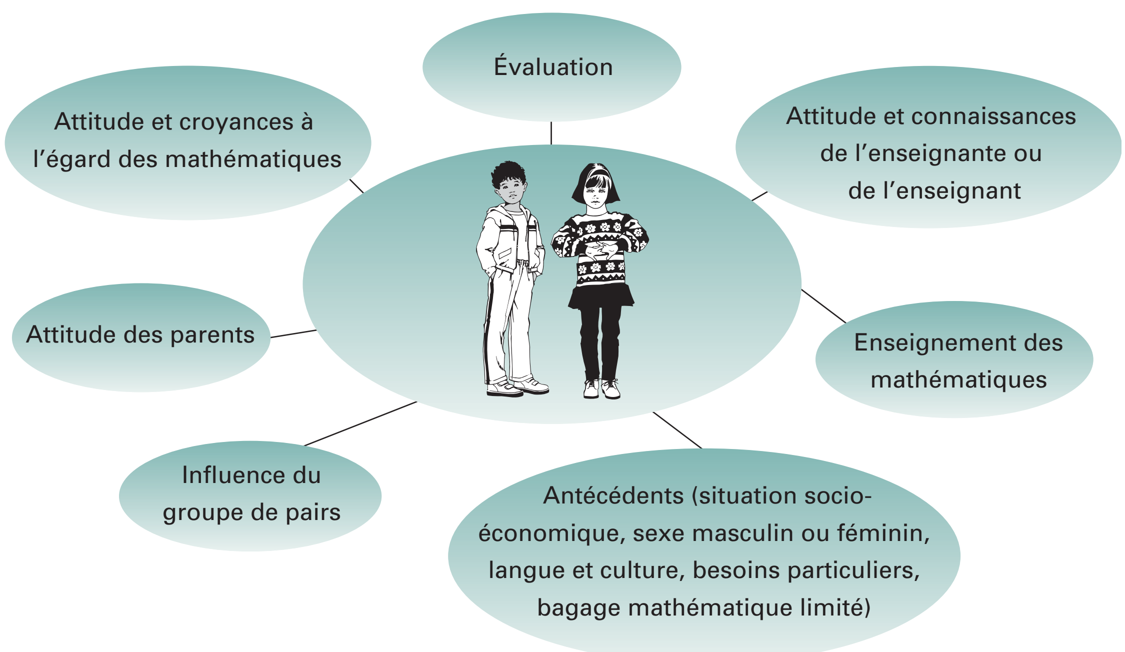
Ressources dans les écoles de langue française de l'Ontario

Notons que, en mathématiques au cycle moyen, le nombre limité de manuels, et de ressources et didacticiels en français représente un problème particulier pour le système scolaire de langue française. Les enseignantes et enseignants de ce système doivent miser davantage sur leur connaissance de la matière et de la pédagogie pour répondre aux besoins de leurs élèves et pour être relativement aussi efficaces en classe. Il ne serait pas réaliste de s'attendre que le marché, tel que les maisons d'éditions, offre en français toutes et chacune des ressources qui existent en anglais. Le ministère devrait cependant s'efforcer de fournir un soutien financier suffisant, outre celui qui est traditionnellement dispensé aux écoles de langue française, en vue de l'élaboration d'un certain nombre de ressources de qualité pour l'apprentissage des mathématiques au cycle moyen, de même que de l'établissement de programmes complémentaires de perfectionnement professionnel à long terme pour le personnel enseignant.

3 Autres facteurs ayant une incidence pour l'apprenante ou l'apprenant en mathématiques au cycle moyen

L'enseignement joue un rôle central dans l'apprentissage et la compréhension des mathématiques chez les élèves du cycle moyen. Ce n'est toutefois pas le seul facteur qui ait une incidence sur les progrès des élèves en numératie. À ce stade, l'élève qui arrive en classe n'est pas dépourvu de connaissances. Il ou elle possède une certaine maturité et a acquis une expérience des mathématiques, en classe et à l'extérieur. Les élèves ont sur l'école et les mathématiques des points de vue personnels, qui leur viennent en partie de leur identité et de leur appartenance à un groupe d'amis ou d'élèves, ainsi qu'à une famille et à une communauté. Le bagage que l'élève apporte en classe – son sexe et ses antécédents culturels et familiaux – influe sur son vécu et son apprentissage scolaire de façon générale, et en mathématiques plus particulièrement. La figure ci-dessous illustre certains des facteurs qui ont une incidence sur l'élève du cycle moyen. Dans ce chapitre, nous examinerons plusieurs facteurs ayant une incidence sur la numératie.

Facteurs ayant une incidence sur l'élève du cycle moyen



Attitude et croyances à l'égard des mathématiques

Le cycle moyen constitue une étape déterminante puisque c'est au cours de ces années que les élèves se font une opinion de leur potentiel de réussite en mathématiques et sur l'intérêt que présentent les mathématiques pour eux. L'attitude de l'élève à l'égard des mathématiques et sa capacité en la matière sont inextricablement liées; l'une affecte l'autre et vice versa. Dans leur examen de deux siècles d'écrits sur la motivation et la réussite en mathématiques, Middleton et Spanias concluent : « En ce qui touche les mathématiques, la motivation se développe tôt dans la vie, demeure stable dans le temps et est considérablement influencée par les attitudes et les comportements des enseignantes et enseignants » (Middleton et Spanias, 1999, p. 80, *traduction libre*). Pendant les années du cycle moyen, les élèves peuvent acquérir une vision étroite des mathématiques, soit comme un ensemble de procédures à apprendre et à mémoriser. Pour certains élèves, les classes de mathématiques sont « […] habituellement contraignantes. Il faut faire telle chose, de telle façon, parce que tout le monde a déjà trouvé la bonne méthode » (Gadanidis et Schindler, sous presse, *traduction libre*). Cependant, cette étroitesse d'esprit ne doit pas l'emporter.

Un enseignement efficace, axé sur la résolution de problèmes, ainsi qu'un choix de méthodes de travail et la communication d'idées par les élèves aboutissent souvent à une attitude plus positive à l'égard des mathématiques, à une vision moins étroite et à une meilleure compréhension de la matière que si l'enseignement est axé sur les règles et les procédures (Cobb et coll., 1991; Wood et Sellers, 1997). Quand les enseignantes et les enseignants arrivent à créer une communauté d'apprentissage au sein de laquelle les élèves sont à l'aise pour partager et discuter leurs idées sans crainte de faire des erreurs, les élèves considèrent alors les mathématiques comme une activité intéressante et enrichissante et leur conception de ce que sont les mathématiques et de ce que font les mathématiciens se transforme petit à petit.

Antécédents

Tous les élèves sans exception méritent d'accéder à un haut niveau de numératie, peu importe leur profil (sexe, langue, culture et situation socio-économique), leur capacité d'apprentissage et leur expérience antérieure des mathématiques. L'enseignement doit répondre aux besoins d'élèves provenant des milieux les plus divers. Ainsi que l'affirment Van de Walle et Folk : « On ne peut plus parler de *classe normale* et il est encore plus difficile de concevoir un *enfant moyen* » (Van de Walle et Folk, 2005, p. 458, *traduction libre*). Le type d'enseignement décrit dans ce rapport veut permettre au personnel enseignant de tenir compte de ces différences et d'apprécier à leur juste valeur l'identité de l'élève, ses antécédents et ses connaissances antérieures. Mais il faut reconnaître également que certaines situations exigent soit de modifier les méthodes exposées, soit de les élaborer plus amplement. On résume dans les pages suivantes chacune de ces situations.

Tous les élèves tirent profit de bonnes méthodes d'enseignement. Ces méthodes peuvent jouer un rôle fondamental pour les aider à surmonter un désavantage réel ou perçu découlant du fait que les élèves peuvent :

- vivre dans des milieux défavorisés;
- posséder des langues maternelles autres que le français ou provenir de cultures différentes;
- avoir des besoins particuliers.

Situation socio-économique

Les enseignantes et enseignants ont utilisé avec succès les méthodes axées sur la résolution de problèmes dans tous les types de quartiers, indépendamment des conditions socio-économiques existantes. Par exemple, dans son étude sur deux écoles de quartiers défavorisés, où elle compare l'enseignement « axé sur les problèmes » à un enseignement traditionnel « axé sur les procédures », Boaler (2002) concluait, au bout de trois ans, que les élèves de l'école axée sur les problèmes obtenaient un niveau de réussite beaucoup plus élevé lors des diverses évaluations, y compris l'examen national administré aux élèves vers l'âge de 13 ans. De plus, elle y a découvert un type de réussite plus équitable du point de vue des sexes. Dans l'école « axée sur les procédures », les notes des garçons étaient considérablement plus élevées que celles des filles, tandis que, dans l'école « axée sur les problèmes », les notes obtenues ne révélaient aucun écart entre les sexes – généralement, tous les élèves réussissaient mieux. Ce n'est pas que nous tentons d'atténuer le défi que ces méthodes pédagogiques axées sur la résolution de problèmes peuvent représenter dans certains types de classes ou avec certains types d'élèves; nous voulons simplement insister sur le fait que, malgré les obstacles, ces méthodes ont permis d'obtenir d'excellents résultats dans tous les types de classes et devraient être mises à la portée de tous les élèves.

Sexe masculin ou féminin

De multiples recherches ont été menées sur la différence en mathématiques entre les garçons et les filles. D'une part, Sanders et Peterson résument ainsi les résultats mathématiques relatifs aux filles : « Ce qui a déjà été un écart alarmant (dû au sexe) quant à la participation et à la réussite en mathématiques se réduit maintenant à quelques points de pourcentage… » (Sanders et Peterson, 1999, p. 47, *traduction libre*). Au palier élémentaire, on peut généralement dire que les filles réussissent maintenant aussi bien que les garçons en mathématiques, ce qui signifie une percée spectaculaire en regard du passé. Cependant, pour les élèves qui poursuivent à l'université, il reste en faveur des hommes un écart qui s'accroît à chaque étape (Burton, 2004). La question de savoir si cet écart est le fruit des années du cycle moyen est de l'ordre de la conjecture, mais ne peut être passée sous silence.

D’autre part, on s’inquiète de plus en plus du fait que les garçons ne réussissent pas aussi bien qu’ils le pourraient dans leurs études (Ravitch, 1998). À l’école, les garçons sont surreprésentés dans les classes d’enfants perturbés, d’enfants ayant des troubles d’apprentissage et d’enfants ayant des besoins particuliers en tous genres (Lajoie, 2003). Selon certains groupes, le comportement typique du garçon n’est pas nécessairement propice à un apprentissage traditionnel, où il faut, par exemple, rester assis en silence pendant de longues périodes. À notre avis, il est important d’être au minimum conscient qu’il existe des différences dans les façons dont les élèves raisonnent, comprennent et font des mathématiques. Les méthodes que nous avons suggérées prennent pour point de départ ce postulat, lequel – s’il ne constitue pas une panacée – reconnaît l’existence de différences inhérentes chez les élèves qui arrivent en classe. Il se peut, toutefois, que le personnel enseignant doive aller plus loin et être très attentif au contexte des problèmes : Ces contextes motivent-ils tous les élèves? Les mathématiques sont-elles considérées comme une activité positive et intéressante par les élèves des deux sexes?

Langue et culture

Les enseignantes et enseignants peuvent faire une utilisation efficace des méthodes axées sur les problèmes en y apportant les modifications appropriées, de façon à mieux répondre aux besoins des élèves de langues ou de cultures différentes. Un enseignement qui intègre la culture d’un élève de différentes façons est plus susceptible de le mobiliser. Un exemple décrit un enseignant qui prenait pour point de départ des mathématiques en classe le récit que les élèves faisaient de leurs expériences dans leur pays d’origine et à la maison (Lo Cicero, De La Cruz et Fuson, 1999). Les enseignantes et enseignants et les élèves se servaient ensuite d’histoires et d’images provenant du foyer pour formuler des problèmes de mathématiques en rapport avec la vie quotidienne des élèves, et indirectement pour faire progresser les connaissances de la matière des élèves.

Dans les écoles de langue française, les programmes d’appui *Actualisation linguistique en français et Perfectionnement du français* (MEO, 2002) jouent un rôle important, en aidant les élèves à acquérir le niveau de compétence en français nécessaire pour bien comprendre les concepts mathématiques, partager leurs idées et communiquer leur raisonnement. Les approches de l’enseignement et de l’apprentissage des mathématiques mises de l’avant dans le présent rapport insistent pour que la communication et le partage de la pensée mathématique s’effectuent dans un milieu sécurisant et respectueux. Nous pressons le ministère de l’Éducation d’élaborer des documents d’appui, ce qui faciliterait la mise en œuvre du programme-cadre ALF/PDF, en particulier touchant les mathématiques aux cycles primaire et moyen.

Besoins particuliers

Les élèves ayant des difficultés d'apprentissage tireront avantage des méthodes d'enseignement axées sur la résolution de problèmes. Les mathématiques enseignées aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage se réduisent souvent à de simples règles et procédures (Woodward et Montague, 2002). L'éducation pour l'enfance en difficulté donne généralement une grande place à la mémorisation et à la maîtrise des règles et algorithmes mathématiques pour les opérations de base, sans insister sur la résolution de problèmes.

La seule connaissance des procédures ne sera pas d'un grand secours pour les élèves ayant des besoins particuliers, ni dans la poursuite de leur scolarité ni dans le monde du travail. Une approche de résolution de problèmes axée sur la compréhension du sens des mathématiques serait à l'avantage des élèves ayant des difficultés d'apprentissage – comme à celui de tous les autres, d'ailleurs. En ce qui concerne les élèves ayant des troubles particuliers, ils pourront avoir besoin d'une aide supplémentaire adaptée. Sliva (2004) a identifié différents types de difficultés d'apprentissage qui peuvent entraver les progrès en mathématiques. Ses descriptions sont résumées à la figure 7.

Pour les élèves ayant des besoins particuliers, un soutien pédagogique supplémentaire est souvent nécessaire, et recommandé, pour certains concepts fondamentaux, de manière à préparer l'élève face à l'accroissement du degré de complexité des mathématiques au cours des années du cycle moyen. L'enseignement doit commencer avec les concepts compris par l'élève. Le personnel enseignant pourrait reprendre des activités portant sur les concepts mathématiques enseignés au cycle primaire, notamment comprendre la valeur de position, décomposer des nombres, s'exercer à dénombrer – ces notions sont expliquées dans la série de guides publiés par le ministère de l'Éducation sur l'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 3e année. Lorsque les enseignantes et enseignants sont capables de reconnaître et d'identifier les difficultés de compréhension des élèves, ils peuvent alors choisir les activités et problèmes adéquats pour surmonter ces difficultés.

Les élèves dont les besoins dépassent le cadre des ressources du programme régulier devraient avoir accès à des ressources d'appoint en mathématiques, y compris le soutien d'enseignantes ou enseignants formés non seulement en éducation spécialisée mais aussi en enseignement des mathématiques. La formation pédagogique que ces enseignantes et enseignants devraient obtenir en mathématiques devrait couvrir les notions de base de certaines des grandes idées de manière à ce que les élèves puissent s'appuyer sur ces notions pour progresser, par exemple la décomposition et le groupement des nombres.

Figure 7 : Types de difficultés d'apprentissage et leur impact potentiel sur l'acquisition des concepts mathématiques

Type de difficultés d'apprentissage	Compétences potentiellement touchées
Perception spatiale	– comprendre les aspects directionnels (p. ex., résoudre des problèmes d'addition de nombres à un chiffre [de haut en bas], regrouper [gauche-droite], aligner des nombres, utiliser la droite numérique) (Miller et Mercer, 1997). – comprendre et écrire les fractions, écrire un nombre décimal, percevoir les différences de forme et de taille.
Inversions	– regrouper et inverser des chiffres.
Perception contextuelle	– saisir le sens d'un problème de manière à ne pas mélanger les éléments de différents problèmes. – lire les affichages de la calculatrice. – lire des nombres à plusieurs chiffres. – reproduire correctement des symboles.
Perception visuelle	– identifier des symboles. – tirer de l'information d'images, de tableaux et de diagrammes. – utiliser de façon productive un matériel présenté visuellement. – faire la différence entre une pièce de 25 cents et une pièce de 5 cents, les chiffres 6 et 9 et les petite et grande aiguilles d'une horloge. – faire l'utilisation de plusieurs habiletés mathématiques (p. ex., en mesure, en estimation, en résolution de problèmes et en géométrie).
Perception auditive	– percevoir à l'écoute les régularités d'une suite. – distinguer entre des chiffres prononcés à haute voix (p. ex., entre 30 et 13). – faire des exercices à haute voix. – distinguer les nombres ordinaux.

Type de difficultés d’apprentissage	Compétences potentiellement touchées
Capacité motrice	– présenter les travaux de façon lisible (toutefois, l’enseignante ou l’enseignant ne doit pas conclure qu’un travail présenté de façon désordonnée ou peu soignée indique que l’élève ne comprend pas).
Capacité d’expression	– communiquer correctement des idées mathématiques, tant par écrit qu’oralement.
Capacité de compréhension	– faire le lien entre les mots de vocabulaire et la compréhension de concepts mathématiques (p. ex., *premier*, *plus grand que*). – comprendre des mots qui ont plusieurs sens (p. ex., *somme*, *fois*, *différence*). – suivre des directives et résoudre des problèmes écrits. – distinguer une information linguistique et numérique non pertinente dans les problèmes écrits.
Capacités cognitive et méta-cognitive	– choisir une stratégie appropriée. – connaître les habiletés, stratégies et ressources de base qui sont nécessaires pour effectuer certaines tâches mathématiques. – organiser l’information. – suivre les processus de résolution de problèmes. – évaluer les problèmes du point de vue de la vraisemblance. – généraliser des stratégies pour les appliquer à des situations nouvelles.
Attitude à l’égard des mathématiques	– croire qu’il ou elle réussira en mathématiques. – penser de façon autonome et prendre des risques. – croire qu’il ou elle pourra un jour apprendre les concepts mathématiques importants.

Formant un domaine relativement nouveau, des programmes spécifiquement conçus en fonction des difficultés d'apprentissage dans un cadre de résolution de problèmes sont élaborés et sont dignes d'exploration. Voir, par exemple, le programme *Mathematics Recovery* (Wright, Martland, Stafford et Stanger, 2002).

Des programmes spécifiques devraient être développés pour tous les élèves ayant des besoins particuliers, y compris les élèves doués. Ces élèves ont également besoin de programmes intéressants, enrichissants et stimulants. Selon la même démarche équilibrée, incorporant un apprentissage varié de concepts mathématiques axé sur la résolution de problèmes, le personnel enseignant peut fournir en classe des problèmes ouverts adaptés aux besoins de tous les élèves. Ces problèmes devraient être suffisamment riches pour répondre aux besoins des élèves doués. Toutefois, les élèves doués peuvent avoir recours à des exercices de renforcement ou d'enrichissement pour leur permettre de développer encore davantage leur compréhension des concepts mathématiques explorés en classe.

Bagage mathématique limité

Outre les élèves ayant des difficultés d'apprentissage précédemment identifiés, d'autres élèves, plus difficiles à identifier, peuvent éprouver des difficultés de façon non apparente car leur compréhension des concepts fondamentaux de mathématiques est insuffisante. Les enseignantes et enseignants qui favorisent la communication orale et l'explication des idées avec les élèves pourront profiter de ces échanges, de même que d'entrevues individuelles, pour identifier ces élèves en difficulté et répondre à leurs besoins. Un programme basé sur la résolution de problèmes favorisant l'utilisation de stratégies diverses devrait profiter à ces élèves. Lorsque le travail en classe se fera en équipes ou en groupe, les enseignantes et enseignants aimeraient peut-être placer ces élèves avec d'autres de niveau comparable sur le plan de la compréhension. Travaillant ainsi en équipe, ces élèves auront l'occasion de partager leurs idées, de les mettre à l'essai et de les développer, plutôt que de devoir écouter un élève plus avancé leur dire quoi faire et comment.

Influence du groupe de pairs

Le groupe de pairs joue un rôle de plus en plus important dans l'attitude des élèves à l'égard de l'école en général, et des mathématiques en particulier. À mesure que les élèves traversent la période intermédiaire de l'enfance et s'approchent de l'adolescence, les groupes de pairs se forment avec leurs normes et structures sociales bien distinctes. À cet âge-là, les élèves préfèrent souvent la compagnie de leurs pairs que celle des adultes. L'appartenance à un groupe de pairs nécessite une certaine acceptation sociale, et celle-ci dépend de la conformité aux normes du groupe en question. Selon le groupe, cette pression de conformité peut se traduire par un comportement positif ou négatif, à savoir une contribution au travail scolaire qui s'améliore ou un comportement social qui se dégrade, comme une mauvaise conduite en classe. Les élèves qui se voient socialement acceptés ont une meilleure estime d'eux-mêmes, et une estime de soi-même élevée est conjuguée à de meilleurs résultats scolaires

(Birch et Ladd, 1997). Créer une ambiance de la classe au sein de laquelle une influence positive du groupe de pairs est encouragée et attendue est un élément important pour l'apprentissage des élèves de ce groupe d'âge. C'est en respectant l'apport de tous les élèves et en encourageant les élèves à se respecter personnellement et mutuellement que les interactions entre pairs se développent de manière constructive et, par la suite, que l'influence du groupe de pairs devient positive.

Attitude des parents

Les parents devraient jouer un rôle actif dans l'enseignement des mathématiques à leur enfant. Merttens, dans son examen des résultats d'une recherche sur la participation parentale dans l'éducation des enfants en Grande-Bretagne, tire la conclusion suivante : « Peu importe ce que nous faisons à l'école, l'enseignement ne sera jamais optimal s'il ne tient pas compte de ce qui se passe à l'extérieur! » (Merttens, 1999, p. 79, *traduction libre*). En effet, nombre de chercheurs croient que les parents[6] sont les intervenants principaux quant à la réussite scolaire d'un enfant. Les parents favorisent une attitude positive à l'égard des mathématiques chez leurs enfants lorsqu'ils révèlent leur intérêt envers les mathématiques, démontrant persévérance lors de la résolution de problèmes et évoquant les mathématiques lors de situations au travail ou au foyer. Une attitude positive des parents à l'égard des mathématiques ne fait que renforcer le travail de l'enseignante ou l'enseignant effectué en classe.

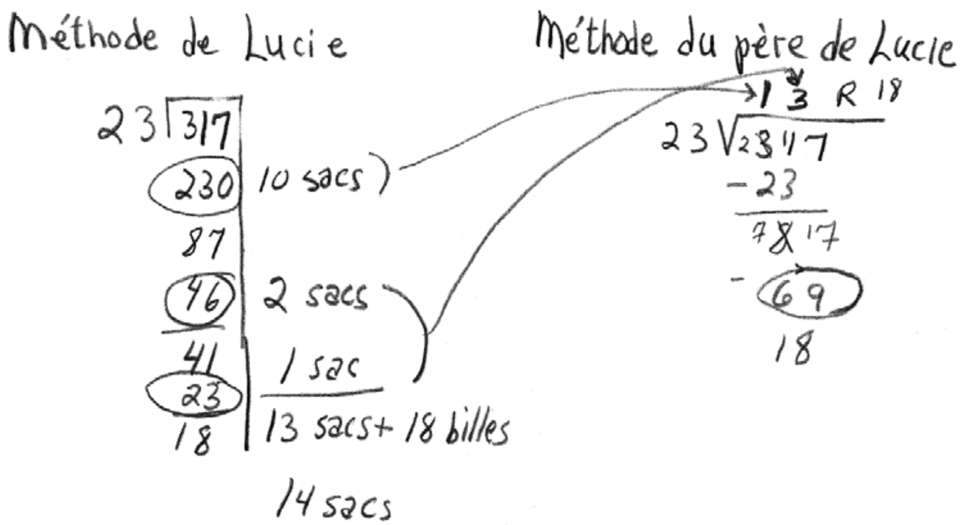
Pour reconnaître le rôle des parents, il faut faire en sorte qu'ils se sentent à l'aise et les bienvenus à l'école. Cela est particulièrement vrai dans le cas des mathématiques, étant donné qu'une foule de parents n'ont pas gardé un bon souvenir de leur propre apprentissage des mathématiques et qu'ils sont maintenant confrontés à de nouveaux contenus (p. ex., la probabilité), enseignés d'une manière qui leur est étrangère. Il y a de bons moyens que le personnel enseignant et les écoles peuvent prendre pour établir des liens solides avec les parents, à l'avantage de tous les intéressés. De nombreux enseignantes et enseignants se servent déjà de jeux et de problèmes intéressants pour les devoirs et les activités facultatives à la maison. De plus, comme les élèves partagent les problèmes sur lesquels ils travaillent à l'école avec leurs parents à la maison, ces derniers pourront proposer leurs propres solutions, lesquelles pourront ensuite figurer dans les discussions de classe. Par exemple, voyons comment Mme H. aborde cette question dans sa classe.

Après avoir travaillé à résoudre le problème des billes, Mme H. écoute trois de ses élèves lui raconter qu'ils ont appris une autre façon de résoudre le problème à la maison. L'une des élèves relate : « J'ai montré ma façon de faire à papa et il m'a montré la sienne. Je n'ai pas compris sa manière et il n'a pas compris la mienne! » Mme H. met à profit cette confidence en examinant les points communs des démarches de Lucie et de son père en division. Certains élèves ont été capables de découvrir les similitudes entre les deux procédés

6. Par « parents », on entend les tuteurs ou tutrices aussi bien que les pères et mères.

(comme on le voit ci-dessous). D'autres ne savaient pas trop. M^{me} H. continue son exercice de comparaison car elle voulait s'assurer de faire le lien entre ce qui se passe en classe et ce que les parents partagent à la maison. Elle ne voulait surtout pas que les calculs faits à l'école et ceux faits à la maison soient en conflit, mais plutôt que les uns renforcent la compréhension des autres.

Comparaison de l'algorithme de Lucie et de l'algorithme usuel de son père en division



Les devoirs à la maison doivent être l'occasion d'expériences significatives, tant pour les enfants que pour les parents. Ces activités devraient représenter des expériences mathématiques intéressantes, qui mettent en évidence l'action des mathématiques dans le milieu de vie des élèves. Qu'ils s'adonnent à un jeu exigeant de la stratégie avec des amis ou des membres de la famille ou qu'ils fassent simplement leurs devoirs, les mathématiques devraient avoir un sens, et être à la fois agréables et productives.

4 L'évaluation en mathématiques

ÉVALUATION ET APPRENTISSAGE

Des pratiques d'évaluation efficaces peuvent renforcer considérablement les progrès des élèves en numératie. On fait appel à l'évaluation pour toutes sortes de motifs, mais son objectif fondamental – qui devrait servir de balise à tous les autres – est d'appuyer l'apprentissage et la compréhension des mathématiques chez les élèves (Wilson et Kenney, 2003). Le National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) le confirme : « Afin de développer les compétences en mathématiques chez tous les élèves, l'évaluation doit appuyer l'apprentissage continu de chacun » (1996, p. I-11, *traduction libre*). Voilà un objectif réalisable.

Des outils d'évaluation bien conçus et mis en œuvre correctement jouent un rôle essentiel dans l'amélioration de l'apprentissage. Black et Wiliam (1998), dans leur survol d'études sur l'évaluation et le rendement, ont constaté que, dans les classes où se déroule une évaluation formative (comme partie intégrante de l'apprentissage), les élèves ont un meilleur rendement que dans les autres classes. Ces auteurs concluent que les gains de rendement ainsi réalisés étaient « plus importants que la plupart de ceux signalés en matière d'intervention pédagogique » (p. 141, *traduction libre*). Ces gains ont été constatés dans des classes où les pratiques d'évaluation étaient efficaces, sujet dont nous traiterons plus loin. De plus, Black et Wiliam font une distinction entre l'évaluation formative et l'interprétation des données d'évaluation, soit l'évaluation sommative. L'évaluation formative consiste à recueillir de façon continue des données sur ce que les élèves savent et peuvent faire, tandis que l'évaluation sommative donne lieu à l'attribution de notes. Black et Wiliam font remarquer qu'une évaluation bien faite entraîne une amélioration de l'apprentissage, mais que ce n'est pas le cas dans les classes où l'on insiste exagérément sur les notes. Dans ces dernières, les élèves se concentrent sur l'obtention de bonnes notes, souvent par des moyens superficiels, plutôt que sur un apprentissage réel.

Un enseignement efficace et une évaluation efficace ne sont pas nécessairement des activités distinctes; en fait, elles devraient être quasi indissociables (Stenmark et Bush, 2001). L'évaluation fait partie intégrante du processus d'enseignement et d'apprentissage et offre régulièrement aux élèves des possibilités de démontrer ce qu'ils ont appris (rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la maternelle à la 3e année, 2003).

Comme le suggèrent Fosnot et Dolk : « L'évaluation doit être dynamique, du fait qu'elle porte sur une *évolution* – le cheminement. Mais elle doit aussi être dynamique *de par un rapport direct avec l'enseignement et l'apprentissage* » (2001b, p. 129, *traduction libre*).

Objectifs de l'évaluation

Avant d'aborder le processus d'évaluation, l'enseignante ou l'enseignant doit d'abord en déterminer les objectifs, qui sont les suivants :

- déterminer les connaissances antérieures des élèves;
- préciser ce que les élèves ont appris sur un sujet donné;
- prendre des décisions sur le contenu des leçons à venir;
- repérer les difficultés individuelles;
- réunir les renseignements nécessaires aux discussions avec l'élève, ses parents et la direction.

Le personnel enseignant se sert de l'évaluation à des fins diagnostiques, pour déterminer ce que les élèves savent et, par conséquent, ce qu'ils ont besoin d'apprendre. Il se sert également de l'évaluation pour comprendre ce que les enfants ont appris, tant pour évaluer son enseignement que pour déterminer l'orientation des leçons suivantes et, ultérieurement, faire le point sur l'apprentissage. L'enseignante ou l'enseignant évalue encore l'apprentissage des élèves pour fournir de l'information à l'ensemble de la classe et à des élèves individuellement. Les données sur l'ensemble de la classe lui permettent de préciser ce que les élèves en général apprennent ou ont de la difficulté à apprendre, et elles guident donc l'orientation des leçons à venir. Il s'agit là d'une évaluation continue ou formative, qui se fait au fur et à mesure qu'on avance dans l'unité. L'enseignante ou l'enseignant examine également les évaluations individuelles, afin de déterminer ce que chaque élève sait et ce qu'il ou elle a besoin d'apprendre. Nous ne pensons pas qu'il soit utile, ni même possible, de concevoir un instrument (p. ex., un continuum de développement diagnostique ou un test) qui renseignerait le personnel enseignant sur le niveau exact d'apprentissage atteint par un élève, à partir d'un simple échantillon de son travail (Wilson et Kenney, 2003). Ce type de continuum est certes utile et constitue une clé pour un enseignement et une évaluation éclairés, mais n'est qu'un moyen parmi d'autres à la disposition du personnel enseignant. Le continuum ne peut identifier les besoins de l'élève; cette tâche revient à l'enseignante ou à l'enseignant. L'observation que peut faire une enseignante ou un enseignant d'un élève pendant une situation de résolution de problèmes révélera considérablement plus d'éléments sur sa compréhension des concepts mathématiques, sur sa capacité à donner du sens aux mathématiques, sur l'identification de ses points forts et des points à améliorer.

Collecte des données d'évaluation

En général, l'évaluation devrait être une expérience instructive et non perturbatrice, qui ne doit surtout pas mener les élèves à *se sous-estimer*. L'évaluation devrait encourager les élèves à montrer ce qu'ils savent et peuvent faire, et non miser sur ce qu'ils ne savent pas ou ne peuvent pas faire. Nous sommes d'accord avec ceux qui, depuis cinq décennies, réclament périodiquement l'utilisation accrue de méthodes d'évaluation plus informelles – l'observation (de travaux oraux et écrits) et la discussion (avec l'élève) – et l'administration moindre de tests papier-crayon formels (Lambdin, 1993). Au cours des échanges d'idées qui ont lieu entre les élèves et l'enseignante ou l'enseignant, le personnel enseignant peut obtenir des données pertinentes sur leur compréhension et leur raisonnement.

En plus des évaluations continues informelles, les enseignantes et enseignants peuvent tirer parti de divers éléments d'information – notamment des tâches mathématiques, un portfolio ou recueil de travaux, des projets et recherches en mathématiques, ou encore des courts tests – qui peuvent être accumulés sur une certaine période (pour obtenir un échantillon de ces éléments, voir Stenmark et Bush, 2001). Dans leurs conclusions de recherche, Wilson et Kenney résument les caractéristiques d'une tâche d'évaluation bien conçue : « La tâche doit présenter quelque chose de nouveau et piquer la curiosité, offrir des difficultés raisonnables, aider l'élève à se fixer des objectifs à court terme et à se concentrer sur les aspects importants, de même qu'à appuyer le développement et l'utilisation de stratégies d'apprentissage efficaces » (2003, p. 53, *traduction libre*). Enfin, les enseignantes et enseignants peuvent aussi recueillir des données d'évaluation lors de brèves entrevues et conférences sur le travail des élèves.

Utilisation des données d'évaluation

L'évaluation permet aux enseignantes et enseignants de recueillir des données à la fois sur l'ensemble de la classe et sur chacun des élèves. Ces données leur servent ensuite à éclairer leur pratique en classe et leur indiquent de quelle façon orienter les leçons à venir. Voilà un aspect important d'une évaluation efficace. Les enseignantes et enseignants devraient continuellement adapter leur programme en fonction des renseignements recueillis au moyen des évaluations. Si ces données n'ont pas d'incidence sur la démarche des enseignantes et enseignants, elles ne serviront aucunement à améliorer le rendement de l'élève (Black et Wiliam, 1998).

Les enseignantes et enseignants peuvent aussi utiliser les données d'évaluation lors d'entretiens individuels avec les élèves. Ceux-ci doivent participer au processus d'évaluation, de manière à connaître la rétroaction de leur enseignante ou enseignant et, en retour, à prendre part au choix de leurs propres objectifs (Stenmark, 1991). Faire participer les élèves à une évaluation formative les aide à se responsabiliser et favorise leur autonomie en tant qu'élèves.

Utilisation de la grille d'évaluation du rendement

La grille d'évaluation du rendement figurant à la page 9 du curriculum de l'Ontario en mathématiques, document publié en 1997, offre aux enseignantes et enseignants un moyen de planifier leur programme en fonction de quatre compétences : résolution de problèmes, acquisition de concepts, application des procédures et communication. Parfois, la compétence « application des procédures » est davantage prise en compte par rapport aux trois autres compétences lors de l'évaluation du travail d'un élève en mathématiques. Cependant, le travail de l'élève devrait être évalué équitablement selon les quatre compétences. Ces compétences sont interdépendantes. L'évaluation consignée au bulletin devrait donc refléter une considération globale des quatre compétences.

De quelle façon M^me^ H. procédera-t-elle pour évaluer la connaissance qu'ont ses élèves de la division et de la multiplication? Elle a été attentive à la façon dont ses élèves ont résolu le problème présenté, tant par leur travail écrit que par l'échange qui a suivi, au cours des deux jours de la leçon. Lors de leçons ultérieures, elle a observé les élèves entreprendre un certain nombre d'autres problèmes. Au fur et à mesure que les élèves avancent dans l'unité, M^me^ H. évalue leurs discussions et leur travail en se posant diverses questions. Comprennent-ils ce qu'est la division? (Quand y recourir? Que faire avec le reste?) Comment résolvent-ils les problèmes? (Par exemple, en sont-ils à l'un des premiers stades de la multiplication? À un stade ultérieur d'utilisation d'un algorithme efficient?) Résolvent-ils les problèmes avec exactitude? Si ce n'est pas le cas, quels types d'erreurs font-ils? Tout cela fournit à M^me^ H. matière à réflexion sur ce que les élèves comprennent et sur la façon de les orienter (lors des leçons à venir). À la suite d'autres travaux écrits et discussions, elle leur demandera d'effectuer une tâche par eux-mêmes : « Il s'agit de mettre par écrit trois problèmes de division. Commencez par un problème que vous jugez facile à résoudre. Puis, rédigez un problème que vous croyez de difficulté moyenne. Enfin, formulez un problème qui vous paraît difficile. Trouvez ensuite la solution des trois » (Wickett et Burns, 2003, p. 252, *traduction libre*). Elle réunira finalement toutes ces données pour évaluer leurs connaissances et rédiger un rapport.

5 Soutien de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques

Le soutien de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques est une responsabilité partagée, qui incombe à tous les membres de la communauté pédagogique, dont le ministère de l'Éducation, les conseils scolaires de district, les directrices et directeurs d'école, les enseignantes et enseignants leaders, le personnel enseignant, les facultés d'éducation et les parents. Tous les partenaires ont un rôle vital à jouer en vue d'assurer la présence, à tous les niveaux, de conditions d'apprentissage optimales, de ressources appropriées et d'un programme de perfectionnement professionnel soutenu.

Perfectionnement professionnel en pédagogie des mathématiques

Devenir une enseignante ou un enseignant efficace en mathématiques peut exiger une démarche complexe et valorisante, mais qui reste pourtant un défi, particulièrement dans le cas du type d'enseignement décrit dans le présent rapport. L'impact de cette nouvelle situation peut être résumé ainsi :

- Les enseignantes et enseignants doivent adopter des méthodes dont eux-mêmes n'ont pas fait l'expérience et qu'ils n'ont probablement jamais vues à l'œuvre dans des situations de classe.
- Les enseignantes et enseignants ont besoin de connaissances en mathématiques plus poussées, dont jusqu'ici ils n'avaient pas eux-mêmes eu besoin en tant qu'élèves et qu'enseignants.
- Les enseignantes et enseignants doivent acquérir des connaissances pédagogiques approfondies et adaptables, afin d'agir efficacement aux niveaux de la démarche des élèves et des stratégies de rechange.
- Les enseignantes et enseignants pourront trouver difficile de réserver à cette fin la période préconisée d'une heure par jour, étant donné le nombre d'attentes du curriculum (à savoir les compétences et habiletés que les élèves doivent acquérir et assimiler pendant l'année dans toutes les matières), et ils auront besoin de soutien pour incorporer les grandes idées à leurs processus de planification et de présentation de rapports.

- Certains parents, directrices et directeurs d'école et élèves pourront défendre un point de vue plus « traditionnel » sur ce qu'est un bon enseignement et pourront avoir besoin d'information sur le pourquoi et le comment du changement dans l'enseignement des mathématiques.

Un perfectionnement professionnel efficace, significatif et pertinent doit aider les enseignantes et enseignants à répondre à chacun de ces besoins.

Caractéristiques d'un programme de perfectionnement professionnel efficace

1. Un perfectionnement professionnel efficace est axé sur des objectifs spécifiques, clairement reliés aux mathématiques et à l'enseignement des mathématiques. Le perfectionnement professionnel doit se faire à long terme, en conservant à l'esprit plusieurs objectifs à court terme, réalistes et réalisables. En mathématiques, le personnel enseignant a besoin d'occasions nombreuses et poussées de travailler selon les nouvelles méthodes et de s'y exercer. Un perfectionnement professionnel axé sur l'apprentissage et l'enseignement d'un contenu mathématique spécifique est plus efficace qu'un programme d'ordre général. Dans leur étude comparative des recherches sur le sujet, tant Kennedy (1998) que Cohen et Hill (2001) ont pu constater que les enseignantes et enseignants qui suivaient sur une longue période des ateliers axés sur l'observation du travail des élèves en mathématiques déclaraient par la suite une amélioration de leur pratique en classe. Par contraste, les enseignantes et enseignants qui avaient suivi des ateliers centrés sur des activités concrètes mais sans objectif précis, l'égalité des sexes, l'apprentissage coopératif et d'autres sujets d'ordre général étaient moins susceptibles de faire ce genre de déclaration.

2. Un perfectionnement professionnel efficace appuie le développement des connaissances en mathématiques chez le personnel enseignant. Des enseignantes ou enseignants qui ont approfondi leurs connaissances en mathématiques sont beaucoup plus susceptibles d'aider les élèves à établir des liens importants, d'enseigner les grandes idées du domaine et de discerner la valeur mathématique de problèmes donnés. Les enseignantes et enseignants doivent posséder à fond leur matière pour bien l'enseigner. Le perfectionnement professionnel doit susciter des expériences mathématiques qui les poussent à réfléchir sur leur savoir et leurs croyances, et à poser un œil neuf sur les mathématiques et leur enseignement (Gadanidis, Hoogland et Hill, 2002). Lorsque surviennent des moments d'illumination ou de révélation, l'image de l'enseignement des mathématiques – telle que reflétée par les documents sur le curriculum, les expériences en classe, les idées acquises lors d'ateliers de perfectionnement professionnel et les articles de revues spécialisées, notamment – se transforme et devient tout autre : on voit très clairement ce qui n'était pas perceptible auparavant. Selon le commentaire d'une enseignante : « C'est comme si [cette expérience] avait nettoyé mes lunettes : je peux maintenant lire le document [sur le curriculum] d'un œil nouveau » (p. 1612, *traduction libre*).

3. Un perfectionnement professionnel efficace favorise l'acquisition d'une plus grande connaissance de la façon dont les enfants apprennent en mathématiques (Garet, Porter, Desimone, Birman et Yoon, 2001). Un défi de taille est lancé aux enseignantes et enseignants, qui doivent mettre en œuvre certaines recommandations visant un enseignement efficace alors qu'ils disposent d'une formation sommaire et de données restreintes sur la façon dont les enfants apprennent le mieux en mathématiques, la façon dont ils peuvent résoudre les problèmes, la façon dont ils choisissent typiquement des stratégies et la façon dont ils réfléchissent. Lorsque les enseignantes et enseignants auront l'occasion d'en apprendre davantage sur l'acquisition des mathématiques chez les enfants, ils seront en mesure de répondre plus efficacement aux besoins de leurs élèves et ils sauront comment intégrer leurs idées et exploiter au maximum les occasions propices. Ce type de perfectionnement professionnel devrait comprendre des situations de classe réelles ou des enregistrements vidéo, permettant aux enseignantes et enseignants de voir comment les élèves apprennent dans des classes où l'enseignement est axé sur la résolution de problèmes ou de voir ce que la recherche dit à ce sujet.

4. Un perfectionnement professionnel efficace est un apprentissage actif – il donne aux enseignantes et enseignants l'occasion de discuter d'idées nouvelles et de les mettre à l'essai. Un perfectionnement professionnel efficace leur offre en continu des occasions d'expérimenter des idées nouvelles en classe, de partager et de discuter de leur enseignement avec des collègues et d'y réfléchir dans un milieu d'entraide. Le perfectionnement professionnel a pour but ultime d'améliorer l'apprentissage et la connaissance des mathématiques chez les élèves, ce qui veut dire pour le personnel enseignant l'essai de stratégies nouvelles en classe. Pour arriver à un changement notable dans leurs croyances et pratiques, les enseignantes et enseignants ont besoin d'expériences pratiques, où s'exercer à l'exploration et à la réflexion sur les mathématiques et sur leur enseignement (McGowen et Davis, 2001; Stipek, Givvin, Salmon et McGyvers, 2001). Les échanges entre enseignantes et enseignants d'une même année, qui ont en commun de multiples problèmes et expériences, peuvent les aider à en saisir le sens et à se sentir moins isolés. Cette analyse et cette réflexion sur leur pratique peuvent prendre la forme de discussions avec des collègues, de la tenue d'un journal ou encore de la participation à une recherche-action (Darling-Hammond et Ball, 2000) ou à une recherche collective (Bednarz, 2000).

5. Un perfectionnement professionnel efficace demande un appui spécialisé.
Les enseignantes et enseignants peuvent tirer avantage de séances de perfectionnement professionnel dispensées à l'école, mais cette formule est souvent plus efficace lorsqu'on peut compter sur l'apport d'une personne-ressource, d'une conseillère ou d'un conseiller pédagogique, d'une coordonnatrice ou d'un coordonnateur. Cette personne devrait posséder des connaissances spécialisées en enseignement et en apprentissage des mathématiques et posséder une expérience appropriée du palier élémentaire. Le leadership et les compétences d'une personne-ressource, d'une conseillère ou d'un conseiller, d'une coordonnatrice ou d'un coordonnateur sont particulièrement importants en mathématiques, domaine où beaucoup d'enseignantes et d'enseignants et de cadres administratifs sont

mal à l'aise et manquent de connaissances approfondies, sur le plan à la fois du contenu et des méthodes.

6. Un perfectionnement professionnel efficace valorise les enseignantes et enseignants à titre de professionnels. Les enseignantes et enseignants sont des professionnels, dont le rendement est optimal lorsqu'ils sont considérés comme tels. Un perfectionnement professionnel efficace doit présenter toute une gamme de points d'entrée pour les enseignantes et enseignants, dont les besoins sont très divers. Les modèles de perfectionnement professionnel devraient renforcer les connaissances préacquises des enseignantes et enseignants. Ces derniers devraient pouvoir choisir le type de perfectionnement professionnel le plus approprié à leur situation et à leur type de classe. Nous devons faire confiance aux enseignantes et aux enseignants, tout comme nous faisons confiance aux autres professionnels que sont les avocats, médecins et architectes (Fullan et Connelly, 1987).

La liste suivante résume les caractéristiques d'un perfectionnement professionnel efficace.

Caractéristiques d'un perfectionnement professionnel efficace

Un perfectionnement professionnel efficace :

- est axé sur des objectifs spécifiques, clairement reliés aux mathématiques et à l'enseignement des mathématiques;
- appuie le développement des connaissances en mathématiques chez le personnel enseignant;
- favorise l'acquisition d'une plus grande connaissance de la façon dont les enfants apprennent en mathématiques;
- est un apprentissage actif – il donne aux enseignantes et enseignants l'occasion de discuter d'idées nouvelles et de les mettre à l'essai;
- demande un appui spécialisé;
- valorise les enseignantes et enseignants à titre de professionnels.

Initiatives de perfectionnement professionnel pour le personnel enseignant de l'Ontario

Il existe diverses formules que les enseignantes et enseignants peuvent emprunter pour renforcer leur capacité pédagogique en mathématiques. On retrouve ces initiatives aux paliers de l'école, du district, de l'université et de la profession. Les meilleures formules de perfectionnement professionnel sont celles qui présentent les caractéristiques énumérées ci-dessus.

Initiatives à l'échelon du conseil et du ministère

Les enseignantes et enseignants peuvent bénéficier d'une large gamme d'activités de perfectionnement professionnel offertes par le ministère et par leur conseil. Au cours de l'année scolaire 2003-2004, le ministère a organisé un programme intensif de perfectionnement professionnel, de haute qualité, destiné aux enseignantes et enseignants leaders en mathématiques de la maternelle à la 3e année. Certains conseils ont mis ce même programme à la disposition de leurs enseignantes et enseignants de la maternelle à la 3e année. Une version de cette formation a également été offerte gratuitement à tout le personnel enseignant du palier élémentaire, de la maternelle à la 3e année, dans le cadre du programme d'été 2004 mis sur pied par le ministère.

Un programme intensif similaire de perfectionnement professionnel, destiné aux enseignantes et enseignants leaders en mathématiques au cycle moyen, est prévu pour l'année scolaire 2004-2005. Les conseils devraient considérer offrir cette formation au plus grand nombre possible d'enseignantes et d'enseignants du cycle moyen, et le personnel enseignant devrait profiter de toute possibilité de perfectionnement professionnel au cours des programmes d'été à venir.

Initiatives offertes dans les écoles

Les écoles offrent à leur personnel enseignant divers projets de formation continue en milieu de travail, en particulier par la formation d'équipes d'apprentissage professionnelles, qui travaillent seules ou avec l'aide d'une ou d'un spécialiste de l'extérieur.

Initiatives des fédérations et associations professionnelles

Certaines associations professionnelles – notamment l'Associastion française pour l'enseignement des mathématiques en Ontario (AFEMO) et le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) – et les fédérations des enseignantes et des enseignants offrent une gamme d'ateliers, de cours, et de ressources en mathématiques au palier élémentaire. Certaines fédérations fournissent une aide matérielle supplémentaire aux enseignantes et enseignants, ce qui leur permet de participer à des cours offerts à travers tout l'Ontario et dans d'autres territoires de compétence. L'AFEMO organise également des conférences à l'échelle régionale et provinciale et d'autres activités de perfectionnement professionnel.

Cours universitaires

Au palier universitaire, les enseignantes et enseignants peuvent s'inscrire à :

- Des cours de qualification additionnelle en mathématiques des cycles primaire/moyen. Parce que ces cours exigent un investissement important de temps et d'argent, certains conseils offrent une aide financière aux enseignantes et aux enseignants qui s'y inscrivent. De plus, certains conseils œuvrent en collaboration avec les universités qui offrent ces cours, afin qu'ils correspondent le mieux possible aux besoins de leurs enseignants. L'inexistence de ce genre de cours en français est un sujet de vive préoccupation pour la communauté francophone – aucun cours de qualification additionnelle en mathématiques n'est disponible en français.
- Une maîtrise en éducation avec une spécialisation en enseignement des mathématiques. Une participation à ces cours permet aux enseignantes et enseignants d'effectuer des recherches et de se bâtir un riche portefeuille de ressources en mathématiques.

Initiatives conjointes conseils-universités

Les enseignantes et enseignants peuvent prendre part à des projets de recherche en perfectionnement professionnel mis sur pied grâce à des accords conclus entre des universités ou des chercheurs de la région et certaines écoles ou conseils scolaires. Ces projets font généralement partie d'initiatives de recherche continue, conçues par les universités. Les projets comprennent des activités de recherche et des séances de formation en cours d'emploi sur l'enseignement et l'apprentissage dans leurs classes. Ces projets pourraient être élargis et en outre considérés comme une nouvelle formule d'éducation permanente et d'obtention de l'attestation des compétences.

Mise en place des composantes favorisant l'amélioration de l'enseignement des mathématiques en Ontario : Responsabilités

Le perfectionnement professionnel est la clé de l'excellence en enseignement des mathématiques. Les pratiques pédagogiques exposées dans le présent document seront impossibles à instaurer sans un appui suffisant à un perfectionnement professionnel efficace du personnel enseignant. Ce type de perfectionnement peut être plus exigeant en mathématiques que dans d'autres matières, vu la nécessité d'acquérir une connaissance approfondie à la fois du contenu mathématique et des nouvelles méthodes pédagogiques.

Un perfectionnement professionnel efficace requiert l'engagement soutenu de tous les partenaires du système. Pour que le perfectionnement professionnel appuie efficacement le personnel enseignant, il doit nécessairement être maintenu à long terme. Un recyclage à court terme ne suffit pas aux enseignantes et enseignants qui entreprennent le type de réorientation pédagogique préconisé. Les activités de perfectionnement doivent être régulières et s'étaler sur de longues périodes de temps (Glickman, 2002). Au cours de l'expérimentation d'idées et de stratégies nouvelles, les enseignantes et enseignants peuvent connaître des moments de réussite, mais aussi de frustration. Par conséquent, ils doivent pouvoir compter sur un soutien continu, qui leur offre une tribune aux fins de l'analyse, de la discussion et de la réflexion sur les façons dont les idées et stratégies nouvelles fonctionnent en classe. Une amélioration réelle de l'enseignement des mathématiques demande du temps et diverses formes de soutien.

Un perfectionnement professionnel efficace est apprécié et soutenu par l'école et par la direction du conseil scolaire. Les directrices et directeurs d'école et les cadres supérieurs ont un rôle essentiel à jouer dans l'établissement des conditions nécessaires au perfectionnement professionnel continu du personnel enseignant, et, ainsi, à l'amélioration de l'enseignement et des écoles (Fullan, 2001, p. 137-150). Les directrices et directeurs d'école et les autres membres de la direction doivent participer activement au processus de perfectionnement professionnel et devraient prendre des décisions éclairées à ce sujet aux paliers du conseil et de l'établissement (Burch et Spillane, 2001; Payne et Wolfson, 2000).

Les directrices et directeurs d'école et les cadres supérieurs ont également besoin d'une formation professionnelle sur la nature d'expériences fructueuses en mathématiques à l'élémentaire; cette formation devrait être conçue spécifiquement selon leurs besoins. Un programme efficace de perfectionnement professionnel conçu pour faire connaître et appuyer les initiatives en mathématiques doit aussi prévoir un volet pour les directrices et directeurs d'école et les cadres supérieurs.

La section suivante expose le rôle des divers partenaires du système d'éducation et en présente un nouveau, celui de facilitatrice ou facilitateur en mathématiques, dont notre comité préconise l'instauration.

Leaders des conseils scolaires en Ontario

La réussite en mathématiques doit être un objectif explicite pour tous les conseils scolaires de l'Ontario. Les leaders des conseils jouent un rôle important à cet égard, par l'articulation d'une vision et de priorités nettes concernant l'enseignement des mathématiques à l'échelle des districts scolaires. Les leaders des conseils assurent le leadership des façons suivantes :

– susciter une vision des mathématiques et une attention particulière à la matière;

– favoriser le leadership à l'interne;

– affecter des ressources adéquates.

Élaborer une vision et un point de mire pour les mathématiques

Un des rôles clés des leaders du système est d'établir et de promouvoir un sens partagé de la vision et de l'objectif visé au sein des districts scolaires. À ce titre, les leaders des conseils :

- favorisent, à l'échelon de leur conseil, un engagement à l'égard de l'enseignement des mathématiques et le rendent prioritaire;
- diffusent une vision partagée de l'enseignement des mathématiques à l'échelon de leur conseil et aident les directions d'école à mettre au point cette vision partagée dans chaque établissement;
- travaillent à minimiser les priorités concurrentes pour cibler les mathématiques;
- assurent l'harmonisation des objectifs de leur conseil à l'échelle des classes, des écoles et de la province.

Favoriser le leadership à l'interne

Pour que l'innovation réussisse, il faut renforcer la capacité en leadership. Il est essentiel de susciter et de former des leaders en enseignement des mathématiques pour mettre en œuvre et soutenir des formules de perfectionnement professionnel et pour accroître tant la capacité du personnel enseignant que le rendement des élèves en mathématiques.

Les leaders des conseils :

- établissent au niveau de leur conseil un programme de soutien en mathématiques, avec l'aide d'un personnel possédant des connaissances et une expérience poussée des mathématiques à l'élémentaire;
- définissent le rôle de la facilitatrice ou du facilitateur en mathématiques (décrit plus loin) au sein des familles d'écoles, comme appui à la direction et aux enseignantes et enseignants leaders en mathématiques;
- travaillent avec les directrices et directeurs d'école à clarifier, à l'échelle de leur conseil, la vision d'un enseignement des mathématiques efficace;
- insistent sur les liens à établir entre les stratégies pédagogiques et méthodes d'apprentissage récemment publiées dans les rapports des tables rondes d'experts et les ressources du domaine des mathématiques aux cycles primaire et intermédiaire, pour faire ressortir la cohérence des stratégies pédagogiques et méthodes d'apprentissage en mathématiques appliquées au cycle moyen;
- assurent l'accès à un perfectionnement professionnel sur mesure aux directrices et directeurs d'école, pour les aider à se familiariser avec les éléments de l'enseignement des mathématiques et à être en mesure d'en faciliter l'apprentissage dans leurs écoles.

Allouer des ressources adéquates

L'allocation de ressources adéquates donne aux cadres administratifs et au personnel enseignant l'accès aux outils dont ils ont besoin pour améliorer l'enseignement et le rendement des élèves.

Les leaders des conseils :

- supervisent l'acquisition des ressources et leur exploitation, afin d'assurer le soutien nécessaire à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques;
- veillent à intégrer à leur conseil une certaine souplesse, afin de pouvoir répondre aux besoins des diverses écoles;
- allouent les ressources financières en fonction des priorités relevées;
- assurent le soutien du personnel enseignant en mathématiques à l'échelle de leur conseil et de la famille d'écoles, pour faciliter la mise en œuvre des initiatives en mathématiques.

Direction d'école

Une directrice ou un directeur d'école bien informé est la clé de l'instauration, dans une école, de conditions propices à l'apprentissage et à l'excellence du rendement en mathématiques. Les directrices et directeurs d'école contribuent à édifier, dans leur école, une communauté d'apprentissage professionnelle et veillent à ce que les enseignants disposent du soutien voulu pour la mise en œuvre de leur programme de mathématiques. Pour assurer le leadership, les directrices et directeurs d'école :

– appuient l'enseignement en classe;
– bâtissent une équipe d'apprentissage professionnelle;
– fournissent le soutien et les ressources nécessaires;
– favorisent des partenariats entre l'école et le foyer.

Appuyer l'enseignement en classe

Les enseignantes et enseignants ont besoin de soutien pour amorcer la mise en œuvre d'idées nouvelles et apprendre comment les concepts mathématiques se développent au cours des années du cycle moyen. Dans un effort pour soutenir l'enseignement des mathématiques, les directrices et directeurs d'école devraient :

- saisir les occasions possibles d'accroître leur connaissance des méthodes pédagogiques, afin d'appuyer le personnel dans son cheminement;
- agir en qualité de leaders pédagogiques dans l'école et donner l'exemple des caractéristiques des leaders et des apprenants en mathématiques;
- veiller à ce que les horaires prévoient des périodes quotidiennes d'une heure pour l'enseignement des mathématiques;
- demeurer au courant des stratégies nouvelles et se renseigner sur les grandes idées mathématiques développées au cours des années du cycle moyen;
- susciter à l'intention du personnel des occasions d'échanger sur les mathématiques pendant la journée (p. ex., horaires créatifs, périodes de temps réservées à la planification);
- superviser les programmes de mathématiques des enseignantes et enseignants, pour veiller à ce que les diverses composantes soient effectivement mises en œuvre et observées dans les classes (p. ex., enseignement par la résolution de problèmes, l'intégration de la communication, l'utilisation de stratégies variées);
- encourager et appuyer la participation à des stages de perfectionnement professionnel à l'extérieur de l'école;
- veiller à ce que le perfectionnement professionnel dispensé à l'école reste axé sur l'approfondissement des contenus mathématiques et pédagogiques;
- offrir une orientation et des commentaires significatifs sur l'enseignement des mathématiques.

Bâtir une équipe d'apprentissage professionnelle

Les directrices et directeurs d'école ont un rôle important à jouer dans l'établissement d'une culture de partage et d'entraide au sein de leur école. Les mathématiques sont une matière qui provoque de l'appréhension chez de nombreux enseignants; il est donc essentiel que les directrices et directeurs d'école inculquent un esprit de solidarité et de respect mutuel aux membres du personnel. Pour former une équipe d'apprentissage professionnelle, les directrices et directeurs d'école :

- sont au courant des préoccupations liées à l'appréhension en mathématiques et intègrent des stratégies propres à encourager les enseignantes et enseignants à partager leurs idées dans un milieu sécurisant;
- établissent un climat de confiance;
- font la promotion du partage des pratiques exemplaires au sein du personnel;
- favorisent les initiatives d'apprentissage (p. ex., cercles de lecture, groupes d'étude);
- célèbrent la réussite des personnes et des équipes.

Fournir le soutien et les ressources nécessaires

Pour que les enseignantes et enseignants puissent mettre en œuvre les idées nouvelles dans leurs programmes de mathématiques, ils auront besoin d'une multitude de ressources. Le changement que représente le passage de l'enseignement traditionnel à un programme davantage axé sur les problèmes devrait être appuyé par la disponibilité de ressources professionnelles, de matériel de manipulation, de calculatrices et de logiciels appropriés. Pour aider le personnel enseignant à mettre en œuvre les stratégies nouvelles, les directrices et directeurs d'école :

- veillent à financer les ressources professionnelles porteuses des idées et des connaissances de base à intégrer à leurs classes;
- fournissent un financement supplémentaire, pour que tous les enseignantes et enseignants aient accès à un matériel de manipulation sur une base quotidienne;
- partagent de l'information avec leur personnel au sujet des possibilités de perfectionnement professionnel à l'échelon du conseil et à l'extérieur;
- appuient le perfectionnement professionnel par l'allocation de fonds au personnel en vue de la participation à des activités d'apprentissage à l'extérieur de l'école (p. ex., activités de l'AFEMO).

Favoriser des partenariats entre l'école et le foyer

La communication avec les parents au sujet de l'enseignement des mathématiques est primordiale. Comme une foule de parents ont reçu un enseignement tout à fait différent de celui dont traite le présent rapport, les directions d'école jouent un rôle clé. Dans ce but, les directrices et directeurs d'école :

- partagent de l'information sur la mise en valeur des mathématiques à l'école avec les parents et la collectivité;

- incluent des passages sur les mathématiques dans le bulletin de l'école, afin de diffuser des idées que les parents pourraient utiliser pour aider leur enfant à faire ses devoirs de mathématiques à la maison;
- fournissent une information générale aux parents sur la raison d'être du changement dans l'enseignement des mathématiques;
- organisent des soirées et autres séances d'information sur les mathématiques à l'intention des familles, de façon à mieux sensibiliser les parents.

Personnel d'appui en mathématiques à l'élémentaire

La réalisation du changement dans l'enseignement des mathématiques au cycle moyen exigera des ressources en personnel dans les conseils scolaires pour superviser l'orientation des mathématiques à l'échelle de leur conseil. Nous recommandons que les conseils scolaires maintiennent ou établissent le poste de conseillère ou conseiller/ coordonnatrice ou coordonnateur en mathématiques au palier élémentaire et qu'ils envisagent la création d'une nouvelle fonction, celle de facilitatrice ou facilitateur en mathématiques; cette dernière personne travaillera auprès d'une famille d'écoles, sous la direction d'une conseillère ou d'un conseiller/d'une coordonnatrice ou d'un coordonnateur.

Conseillères et conseillers/coordonnatrices et coordonnateurs

Le rôle de la conseillère ou du conseiller/de la coordonnatrice ou du coordonnateur est essentiel à la réussite de ce projet. En raison des problèmes découlant du manque général de connaissance des contenus mathématique et pédagogique chez de nombreux cadres administratifs et des enseignantes et enseignants leaders, il faut pouvoir compter sur un personnel d'appui (conseillère ou conseiller/coordonnatrice ou coordonnateur) qui a l'expérience de l'élémentaire ainsi qu'une connaissance poussée de l'enseignement des mathématiques. Le passage des ateliers du passé, axés sur les processus génériques (p. ex., tenir un journal de mathématiques), à une formation en milieu de travail, davantage axée sur le contenu, a abouti à des besoins accrus, raison d'être de ces rôles. Grâce au rapport de la Table ronde des experts en mathématiques au primaire (2003) et grâce à la formation complète dispensée, y compris son matériel pédagogique, on connaît mieux la nécessité d'avoir des leaders en mathématiques au palier élémentaire.

Étant donné la complexité croissante des concepts mathématiques au cycle moyen, le besoin se fait sentir de conseillères et conseillers/de coordonnatrices et coordonnateurs qui possèdent une bonne formation en mathématiques de l'élémentaire et qui se concentrent sur les mathématiques. Il est en effet difficile pour une conseillère ou un conseiller « généraliste » d'assurer une formation poussée sur l'enseignement du contenu mathématique. Les conseillères et conseillers/coordonnatrices et coordonnateurs doivent eux-mêmes se recycler constamment et se tenir au courant des dernières recherches et pratiques exemplaires dans le domaine. Ils auront avantage à participer aux activités ou stages de perfectionnement professionnel prévus à leur intention (p. ex., AFEMO, NCTM).

Les conseillères et conseillers/coordonnatrices et coordonnateurs jouent un rôle qui est vital, en collaborant avec les cadres supérieurs, les directrices et directeurs d'école et le personnel enseignant, pour faciliter l'apprentissage des mathématiques à l'échelle du conseil scolaire de district. Ils assurent aussi l'orientation et le soutien des « facilitatrices et facilitateurs en mathématiques », rôle dont nous préconisons l'instauration, et favorisent l'articulation des initiatives de mathématiques aux cycles primaire, moyen et intermédiaire.

Facilitatrices et facilitateurs en mathématiques

De nombreux enseignantes et enseignants leaders en mathématiques du primaire ont bénéficié d'un apprentissage et d'un perfectionnement intensifs, lors des six journées de formation offertes au cours de l'année scolaire 2003-2004. Nous souhaitons poursuivre les initiatives déjà en cours au cycle primaire et les étendre au cycle moyen. Comme nous l'avons déjà affirmé, un appui soutenu à l'amélioration est un élément essentiel du perfectionnement professionnel efficace. Par conséquent, nous recommandons qu'un soutien supplémentaire soit offert par des **facilitatrices et facilitateurs en mathématiques** au sein de chaque conseil, afin d'appuyer l'apprentissage continu des enseignantes et enseignants en mathématiques aux cycles tant primaire que moyen (voir la figure ci-contre). Ces facilitatrices et facilitateurs assureraient le soutien d'enseignantes et enseignants leaders en mathématiques au sein d'une famille d'écoles. Ces personnes devront avoir démontré leur expertise en enseignement des mathématiques, être disposées à suivre une formation supplémentaire pour approfondir leurs connaissances et être prêtes à collaborer avec leurs collègues pour améliorer les connaissances et habiletés d'enseignement en mathématiques de ces derniers.

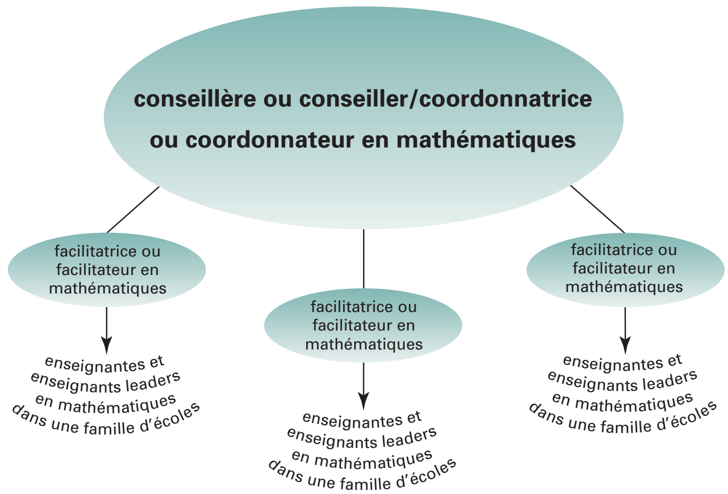
Au début de leur mandat, les facilitatrices et facilitateurs en mathématiques auront besoin d'un perfectionnement professionnel suffisant pour renforcer l'intégration à leur pratique de stratégies fondées sur la recherche. Ils auront aussi besoin d'explorer des stratégies propres à les aider à partager et à collaborer avec leurs collègues.

Dans la mesure du possible, celles et ceux qui jouent le rôle de facilitatrice ou facilitateur devraient continuer à enseigner dans leur propre classe de mathématiques. Certains conseils scolaires ont actuellement des facilitatrices et facilitateurs qui continuent à enseigner les mathématiques à temps partiel. Il est important de continuer à bâtir une masse critique d'expertise en mathématiques au cycle moyen en Ontario. Ce modèle, qui comprend un volet enseignement, permettrait le développement de cette masse critique.

Enseignantes et enseignants leaders en mathématiques

Le rôle d'enseignante ou enseignant leader en mathématiques a récemment été introduit en Ontario par le biais du document *Stratégie de mathématiques au primaire de la maternelle à la 3e année*. La première phase de formation des enseignantes et enseignants leaders en mathématiques du primaire prévoyait une concentration sur les grandes idées d'un premier domaine d'étude (Numération et sens du nombre pour les conseils de langue anglaise et Géométrie et sens de l'espace pour les conseils de langue française). Cette première phase

Modèle de perfectionnement professionnel viable en mathématiques



fournissait des connaissances sur le contenu mathématique ainsi que sur les approches pédagogiques que les enseignantes et les enseignants leaders pouvaient intégrer à leurs leçons. Après cette phase initiale, on n'avait pas demandé à ces personnes de partager formellement leur apprentissage avec d'autres enseignants de leur école, même si certains l'ont fait de façon informelle tout au long de l'année.

Nous prévoyons la formation des enseignantes et des enseignants leaders en mathématiques du cycle moyen au cours de la prochaine année scolaire. L'enseignante ou enseignant leader aidera à promouvoir le partage et l'apprentissage des mathématiques au cycle moyen dans toutes les écoles de l'Ontario. À l'instar des enseignantes et enseignants leaders en mathématiques du cycle primaire, celles et ceux du cycle moyen auront besoin d'une formation considérable, afin d'approfondir leur connaissance des grandes idées en mathématiques de la 4e à la 6e année et des modes d'apprentissage chez les élèves. Au départ, les enseignantes et enseignants leaders auront besoin de temps pour assimiler et mettre à l'essai certaines de leurs nouvelles connaissances. Il serait à la fois irréaliste et déraisonnable de s'attendre à ce qu'ils puissent partager immédiatement ces acquis récents avec d'autres membres du personnel sans les avoir d'abord intégrés à leur propre enseignement. Cela est particulièrement vrai en ce qui concerne les enseignantes et enseignants leaders en mathématiques, qui doivent maintenant compenser le manque de priorités systémiques ces dernières années en Ontario par une meilleure connaissance du contenu mathématique et pédagogique.

Les enseignantes et enseignants leaders en mathématiques auront aussi besoin de temps pour se doter des stratégies et des habiletés nécessaires pour travailler avec les autres membres du personnel. Comme de nombreux enseignants de l'élémentaire éprouvent un certain degré d'appréhension à l'égard des mathématiques, les enseignantes et enseignants leaders en mathématiques devront apprendre à instaurer des milieux d'apprentissage constructifs lorsqu'ils travailleront avec d'autres membres du personnel. Puisque les initiatives de numératie constituent une responsabilité partagée par l'ensemble de la communauté scolaire, les enseignantes et enseignants leaders ne devraient pas être considérés comme seuls responsables de l'apprentissage professionnel dans l'école.

Après une période de formation appropriée et un laps de temps suffisant, on pourra demander aux enseignantes et enseignants leaders en mathématiques d'effectuer les tâches suivantes :

- offrir de l'appui à l'équipe du cycle moyen de l'école;
- partager des idées et des ressources avec d'autres sur une base permanente;
- jouer le rôle de mentor aux moments appropriés;
- donner des leçons modèles à l'intention d'autres enseignants, aux moments appropriés;
- être une source de soutien pour les autres enseignants;
- jouer le rôle de chef d'équipe auprès des enseignantes et enseignants en mathématiques du cycle moyen de l'école;
- continuer de participer aux ateliers de perfectionnement professionnel;
- continuer à mettre en œuvre de nouvelles stratégies en mathématiques dans sa propre classe.

Nous reconnaissons que le rôle d'enseignante ou d'enseignant leader variera d'un conseil à l'autre, reflétant ainsi le contexte et la culture de chaque district scolaire. Les enseignantes et enseignants leaders devront pouvoir compter sur l'appui continu des directrices et directeurs d'école, des facilitatrices et facilitateurs en mathématiques, des conseillères et conseillers/coordonnatrices et coordonnateurs et des leaders du conseil. Tout au long de l'année, ils profiteront des occasions de réseautage et de partage avec d'autres enseignantes et enseignants leaders et des activités de perfectionnement professionnel continu sur les meilleures méthodes en pédagogie et en enseignement des mathématiques.

Le choix des enseignantes et enseignants leaders est crucial pour le succès de cette initiative. On ne demandera pas nécessairement à ces enseignantes et enseignants de posséder des bases dans le domaine, mais ils devront être désireux de se perfectionner en mathématiques. L'enseignante ou enseignant leader en mathématiques ne pourra pas assumer un rôle équivalent en littératie, car les exigences de cette responsabilité seraient excessives et atténueraient les possibilités de développement et de partage de leurs connaissances et compétences.

Rôle du ministère de l'Éducation

Le ministère de l'Éducation joue un rôle dans tous les volets de l'initiative de mathématiques au cycle moyen. Le ministère assume une fonction de direction dans l'élaboration d'un plan complet d'amélioration du rendement des élèves en mathématiques et dans l'offre au personnel enseignant de certains des appuis nécessaires à ses membres. L'articulation à l'échelle de la province d'une vision commune de l'enseignement des mathématiques sera bénéfique pour tous les partenaires de la communauté éducative et devrait promouvoir le partage, la collaboration et le réseautage au sein de chacun des conseils scolaires de district et entre eux. Parallèlement, nous demandons au ministère de faire preuve de souplesse et de permettre aux conseils de dresser des plans individualisés de mise en œuvre, afin de répondre aux besoins spécifiques et diversifiés de leurs enseignants et de leurs élèves.

Nous recommandons que le ministère continue d'appuyer l'enseignement des mathématiques en Ontario des façons suivantes :

- assurer l'harmonisation des projets et des ressources élaborés par différentes directions du ministère de l'Éducation, de façon à transmettre aux enseignantes et enseignants des messages cohérents (p. ex., concordance des « grandes idées » exposées dans le document prochainement publié *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année* et dans les versions ultérieures et mises à jour du curriculum de l'Ontario);
- continuer à élaborer des ressources pour appuyer les enseignantes et enseignants en mathématiques;
- achever la formulation de grandes idées dans tous les domaines d'étude du programme-cadre de mathématiques et des pratiques pédagogiques en rapport, afin d'en assurer l'uniformité dans toute la province;
- assurer une formation adéquate aux enseignantes et enseignants leaders, de façon à ce qu'ils et elles possèdent les connaissances et compétences nécessaires pour s'acquitter efficacement de leur rôle;
- continuer à fonder la formation et les ressources sur les recherches actuelles en matière d'apprentissage chez les enfants;
- faciliter l'accès à la formation pour tous les enseignantes et enseignants du cycle moyen;
- veiller à ce que tous les conseils scolaires s'engagent à faire des mathématiques une priorité du système;
- reconnaître que, pour réussir, la modification de l'enseignement des mathématiques demandera du temps, et que les stages de perfectionnement professionnel et les autres mesures d'appui devront être maintenus sur une longue durée.

Rôle des facultés d'éducation

Les facultés d'éducation fournissent la formation de base des enseignantes et enseignants en pédagogie des mathématiques. Si les changements préconisés entrent en vigueur, les futurs enseignants et enseignantes auront besoin d'un meilleur appui avant leur entrée dans la profession.

Les facultés devront consacrer un nombre d'heures suffisant (au minimum $^1/_2$ cours ou 36 heures) à l'enseignement des mathématiques dispensé aux futurs enseignants et enseignantes. Reconnaissant l'importance de leur rôle à cet égard, de nombreuses facultés ontariennes ont déjà alloué à l'enseignement des mathématiques un nombre d'heures de cours plus élevé que dans le passé et ont d'ailleurs commencé à offrir des cours d'appoint ou des séances de tutorat (ne donnant pas de crédit) pour aider à renforcer les connaissances en mathématiques des candidates et candidats.

6 Conclusion

Par l'étude des mathématiques, les élèves apprennent à quel point les mathématiques ont un sens et une importance dans la vie de tous les jours. Plus encore, ils apprennent à résoudre des problèmes avec compétence et productivité, ce qui les aide dans leur développement personnel et dans leur contribution positive à la société. La numératie est un élément clé pour l'avenir de chaque élève. En effet, bon nombre d'élèves font face à des possibilités de carrière limitées ou accentuées, selon leur niveau de numératie. Les recherches actuelles montrent qu'un haut niveau de numératie devrait pouvoir être atteint par plus d'élèves. Tous les élèves devraient pouvoir :

- comprendre les mathématiques, en saisir le sens, et les appliquer;
- faire des rapprochements entre les concepts et discerner des régularités dans l'ensemble des mathématiques;
- être capables de communiquer leurs raisonnements mathématiques, tout comme d'écouter ceux des autres;
- développer la capacité et la souplesse de pensée qui leur permettront d'aborder de nouveaux domaines et de résoudre de nouveaux problèmes en mathématiques;
- aimer les mathématiques et vouloir persévérer en mathématiques;
- se considérer capables de faire des mathématiques.

Nous avons discuté en détail les types de méthodes d'enseignement les plus aptes à poser les fondements d'une numératie forte. Les idées que nous avons proposées s'appuient sur les travaux en cours dans les écoles du cycle primaire et du cycle moyen en Ontario. Ce document a pour but de prolonger et d'approfondir ces travaux, en fournissant une vision concrète d'un enseignement efficace des mathématiques au cycle moyen. Cet enseignement :

- repose sur la résolution de problèmes et de questions;
- explore des activités mathématiques utiles et intéressantes;
- s'appuie au départ sur la pensée des élèves et la met à contribution;
- forme une vraie communauté autour des mathématiques, en classe;
- inclut des stratégies variées et pertinentes d'enseignement et d'évaluation;

- est assuré par un personnel enseignant qui a de solides connaissances du contenu et de la pédagogie, en mathématiques.

Pour continuer d'apporter ces changements, les éducatrices et éducateurs doivent bénéficier de possibilités durables et soutenues de perfectionnement professionnel de qualité, en mathématiques. En outre, ils doivent avoir suffisamment de soutien et de ressources pour leur travail en classe.

Nous sommes conscients qu'il faudra du temps et des efforts pour que les idées discutées dans ce document puissent porter fruits. Le projet est ambitieux. Nous croyons que l'expérience en vaut la peine. En fait, c'est d'elle que vont dépendre les capacités futures de nos élèves. Nous invitons tous les intervenants, dont les parents, le personnel enseignant (y compris les enseignantes et enseignants leaders en mathématiques), le personnel de direction des écoles et des conseils scolaires, les facilitatrices et facilitateurs en mathématiques, les leaders pédagogiques, les établissements d'enseignement supérieur, les mathématiciennes et mathématiciens et les organisations professionnelles à centrer leurs efforts sur cette vision, pour en faire une réalité.

Annexe A : Matériel de manipulation recommandé

Matériel de manipulation	Recommandé pour toutes les classes	Recommandé pour toutes les années d'études/tout le cycle
Abaques	X	
Balances et poids (une variété)	X	
Blocs logiques	X	
Calculatrices avec affichage à deux lignes	X	
Calculatrice pour rétroprojecteur	X	
Carreaux de couleur	X	X
Cartes à jouer	X	
Chronomètres		X
Centicubes	X	
Compas sécuritaires		X
Contenants gradués		X
Cuillères à mesurer		X
Dés/cubes numérotés	X	
Droites numériques	X	
Ensembles de fractions	X	
Formes en plastique à assembler, pour construire des formes en deux dimensions et des réseaux en trois dimensions		X
Géoplans transparents (5 x 5 et 11 x 11) et bandes élastiques	X	X

Matériel de manipulation	**Recommandé pour toutes les classes**	**Recommandé pour toutes les années d'études/tout le cycle**
Grilles de nombres	X	
Jetons (transparents et bicolores)	X	
Matériel de base 10	X	
Matériel de base 10 transparent pour rétroprojecteur	X	
Mètres (règles)	X	
Miroirs	X	
Mosaïques géométriques	X	
Mosaïques géométriques pour rétroprojecteur	X	
Outils en plastique transparent		X
Pentaminos		X
Pièces de monnaie	X	
Polygones en plastique (grande variété de formes géométriques, régulières et irrégulières)	X	
Rapporteurs (180^{o} et 360^{o})	X	
Réglettes de couleur	X	X
Rubans à mesurer		X
Roue à mesurer		X
Roulettes de nombres ou de couleurs	X	
Solides géométriques	X	

Matériel de manipulation	Recommandé pour toutes les classes	Recommandé pour toutes les années d'études/tout le cycle
Tampons de caoutchouc représentant du matériel concret (p. ex., mosaïques géométriques, tangrams, matériel de base 10)		X
Tangrams transparents pour rétroprojecteur		X
Tapis de nombres	X	
Tasses à mesurer		X
Thermomètres		X

Annexe B : Ressources professionnelles à l'intention du personnel enseignant

Nous donnons ci-après un choix de documents que le personnel enseignant pourrait consulter et mettre à profit dans le cadre de son enseignement. Nous encourageons les conseils et les écoles à consolider régulièrement leur collection de ressources et à la tenir à jour. Nous avons jugé bon d'ajouter des ressources en langue anglaise, à titre documentaire.

RESSOURCES DE LANGUE FRANÇAISE

Ressources professionnelles

Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques. 2001. « Géométrie et sens de l'espace, 4e, 5e et 6e année », *Les mathématiques… un peu, beaucoup, à la folie!*, Ottawa (Ontario), chez l'auteur.

Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques. 2002. « Modélisation et algèbre, 4e, 5e et 6e année », *Les mathématiques… un peu, beaucoup, à la folie!*, Ottawa (Ontario), chez l'auteur.

Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques. 2004. « Traitement des données et probabilité, 4e, 5e et 6e année », *Les mathématiques… un peu, beaucoup, à la folie!*, Ottawa (Ontario), chez l'auteur.

Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques. 2002. « Recueil de pratiques réussies en mathématiques de la 6e à la 9e année », *Pratiques réussies*, Ottawa (Ontario), chez l'auteur.

Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques. 2003. « Recueil de pratiques réussies en mathématiques de la 1re à la 5e année », *Pratiques réussies*, Ottawa (Ontario), chez l'auteur.

Lemoyne G. et F. Conne, dir. 1999. *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Montréal (Québec), Les Presses de l'Université de Montréal.

Radford, L. et S. Demers. 2004. Communication et apprentissage. Repères pratiques et conceptuels pour la salle de classe de mathématiques. Ottawa, Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques.

Cmathématique : www.cmathematique.com/cgi-bin/index.cgi. Ce site propose de grands dossiers sur l'utilité des mathématiques, ainsi que des chroniques, des capsules d'approfondissement et des liens avec d'autres sites et un coin culturel.

Littérature pour enfants

COMEAU, Yanik. *Jupiter en hélicoptère*, Laval, Éditions HRW, 1997.

DAY, Hélène. *Interactions 3 et 4. Les mathématiques et la littérature pour enfants*, Montréal, Les Éditions de la Chenelière, 1995.

DAY, Hélène. *Interactions 5 et 6. Les mathématiques et la littérature pour enfants*, Montréal, Les Éditions de la Chenelière, 1995.

DAHL, Roald. *Charlie et la chocolaterie,* Paris, Gallimard, 1987.

VERNE, Jules. *Le tour du monde en 80 jours*, texte condensé par Michèle Marineau, Montréal, Graphicor, 1996.

Ressources de langue anglaise

Guides pédagogiques généraux

Burns, M. 2000. *About teaching mathematics: A K-8 resource* (2e édition), Sausalito (CA), Math Solutions Publications.

Carpenter, T. P., M. Loef Franke et L. Levi. 2003. *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School*, Portsmouth (NH), Heinemann.

Chapin, S. et A. Johnson. 2000. *Math matters: Understanding the Math that you teach*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications.

Haylock, D. et D. McDougall. 1999. *Mathematics every Elementary Teacher Should Know*, Trifolium Books.

Lester, K. et R. I. Charles, dir. 2003. *Teaching Mathematics through Problem Solving: Prekindergarten–Grade 6*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics.

Sullivan, P. et P. Lilburn. 1997. *Good questions for math teaching: Why ask them and what to ask*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications.

Van de Walle, J. et S. Folk. 2005. *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (édition canadienne), New York (NY), Longman.

Ouvrages théoriques sur des sujets particuliers

Fosnot, C. T. et M. Dolk. 2001. *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*, Portsmouth (NH), Heinemann.

Fosnot, C. T. et M. Dolk. 2002. *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*, Portsmouth (NH), Heinemann.

Ma, L. 1999. *Knowing and teaching elementary mathematics*, Mahway (NJ), Erlbaum.

Schifter, D. 1996. *What's happening in math class?*, vol. 1, New York (NY), Teachers College Press.

Schifter, D., V. Bastable et S. J. Russell. 1999. *Developing mathematical ideas: Number and operations, part 1 – Building a system of tens*, Parsippany (NJ), Dale Seymour Publications.

Schifter, D., V. Bastable et S. J. Russell. 1999. *Developing mathematical ideas: Number and operations, part 2 – Making meaning for operations*, Parsippany (NJ), Dale Seymour Publications.

Références

Askew, M. 1999. « It ain't (just) what you do: effective teachers of numeracy », dans I. Thompson, dir., *Issues in teaching numeracy in primary schools*, Buckingham (R.-U.), Open University Press, p. 91–102.

Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire. 1995. *Troisième enquête internationale sur les mathématiques et les sciences*, Boston (MA), Boston College.

Baek, J. M. 1998. « Children's invented algorithms for multidigit multiplication problems », dans L. Morrow, dir., *Teaching and learning of algorithms in school mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 151–160.

Ball, D. et D. Cohen. 1996. « Reform by the book: What is – or might be – the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? », *Educational Researcher*, vol. 25, n° 9, p. 6–8.

Baroody, A. et H. Ginsburg. 2002. « Children's learning: A cognitive view », *Journal for Research in Mathematics*, Monographie n° 4.

Battista, M. 1999. « The mathematical miseducation of America's youth », *Phi Delta Kappan*, vol. 80, n° 6, p. 425–433.

Battista, M. 2003. « Understanding students' thinking about area and volume measurement », dans D. H. Clements et G. W. Bright, dir., *Learning and teaching measurement*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 122–142.

Bednarz, N. 2000. « Formation continue des enseignants en mathématiques : Une nécessaire prise en compte du contexte », dans P. Blouin et L. Gattuso, dir., *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*, Mont-Royal (Québec), Modulo Éditeur, p. 61–78.

Birch, S. H. et Ladd, G. W. 1997. « The teacher-child relationship and children's early school adjustment », *Journal of School Psychology*, vol. 35, p. 61–79.

Black, P. et D. Wiliam. Octobre 1998. « Inside the Black Box », *Phi Delta Kappan*, vol. 80, n° 2, p. 139–148.

Boaler, J. 2002. « Learning from teaching: Exploring the relationship between "reform" curriculum and equity », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 33, n° 4, p. 239–258.

Bresser, R. 1995. *Math and literature: Grades 4-6*. New York (NY), Math Solutions Publications.

Bresser, R. Février 2003. « Helping English-language learners develop computation fluency », *Teaching Children Mathematics*, vol. 9, n° 6, p. 294.

Burch, P. et J. P. Spillane. 2001. *Elementary school leadership strategies and subject matter: The cases of mathematics and literacy instruction*. Mémoire présenté aux réunions de l'American Educational Research Association, Seattle (WA).

Burns, M. 2001. *Lessons for introducing fractions*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications.

Burton, L. 2004. Mathematicians as enquirers: *Learning about learning mathematics*. New York (NY), Kluwer.

Carpenter, T. P., E. Ansell, M. L. Franke, E. Fennema et L. Weisbeck. 1993. « Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 24, n° 5, p. 428–441.

Carpenter, T., E. Fennema, M. L. Franke, L. Levi et S. Empson. 1999. *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth (NH), Heinemann.

Chapin, S., G. O'Connor et N. Anderson. 2003. *Classroom discussions: Using math talk to help students learn*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications.

Chazan, D. et D. Ball. 1999. « Beyond being told not to tell », *For the Learning of Mathematics*, vol. 19, n° 2, p. 2–10.

Clements, D. et S. McMillen. 2002. « Rethinking "concrete" manipulatives », dans D. Chambers, dir. *Putting research into practice in the elementary grades*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 252–263.

Clements, D. H. et J. Sarama. 2002. « The role of technology in early childhood learning », *Teaching Children Mathematics*, vol. 8, n° 6, p. 340–343.

Cobb, P., T. Wood, E. Yackel, J. Nicholls, G. Wheatley, B. Trigatti et coll. 1991. « Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 22, n° 1, p. 3–29.

Cohen, D. K. et H. C. Hill. 2001. *Learning policy: When state education reform works,* New Haven, Yale University Press.

Darling-Hammond, L. et D. Ball. 2000. *Teaching for high standards : What policymakers need to know and be able to do,* Philadelphia (PA), Consortium for Policy Research in Education. Document du CPRE, n° JRE-04.

diSessa, A. 2000. *Changing minds: Computers, learning and literacy*, Cambridge (MA), The MIT Press.

Erickson, T. 1989. *Get it together*, Berkeley (CA), EQUALS.

Flores, A. 2002. « How do children know that what they learn in mathematics is true? », *Teaching Children Mathematics*, vol. 5, p. 269–274.

Forman, A. A. 2003. « A socio-cultural approach to mathematics reform: Speaking, inscribing, and doing mathematics within communities of practice », dans J. Kilpatrick, dir., *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 333–352.

Fosnot, C. T. et M. Dolk. 2001a. *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals and percents*, Portsmouth (NH), Heinemann.

Fosnot, C. T. et M. Dolk. 2001b. *Young mathematicians at work: multiplication and division*, Portsmouth (NH), Heinemann.

Fullan, M. 2001. *The new meaning of educational change* (3e édition), New York (NY), Teachers College Press.

Fullan, M. et F. M. Connelly. 1987. *Teacher education in Ontario: Current practice and options for the future*, Monographie, Toronto (Ontario), ministère de l'Éducation.

Fulton Robert, M. 2002. « Problem solving and at-risk students: Making "Mathematics for All" a classroom reality », *Teaching Children Mathematics*, vol. 8, n° 5, p. 290–295.

Fuson, K. C. Février 2003. « Toward computational fluency in multidigit multiplication and division », *Teaching Children Mathematics*, vol. 9, n° 6, p. 300–305.

Gadanidis, G., C. Hoogland et B. Hill. Octobre 2002. *Critical experiences for elementary mathematics teachers*. Mémoire présenté au 26e congrès de la section nord-américaine de l'International Group for the Psychology of Mathematics Education, University of Georgia, p. 1612–1615.

Gadanidis, G. et C. Hoogland. 2003. « Mathematics as story », dans G. Gadanidis, C. Hoogland et K. Sedig, dir., *Proceedings of mathematics as story: A symposium on mathematics through the lenses of art and technology*, London (Ontario), University of Western Ontario, p. 128–135.

Gadanidis, G. Mars 2004. « The pleasure of attention and insight », *Mathematics Teaching*, vol. 186, n° 1, p. 10–13.

Gadanidis, G. et K. Schindler. The effect of learning objects on middle school students' mathematical thinking. Mémoire présenté au 26e congrès de la section nord-américaine de l'International Group for the Psychology of Mathematics Education, Université de Toronto. Sous presse.

Garet, M., A. Porter, L. Desimone, B. Birman et S. S. Yoon. 2001. « What makes professional development effective: Results from a national sample of teachers », American Educational Research Journal, vol. 38, n° 4, p. 915–945.

Ginsburg, H. 2002. *Little children, big mathematics: Learning and teaching in the pre-school*. Mémoire présenté au 26e congrès de la section nord-américaine de l'International Group for the Psychology of Mathematics Education, University of East Anglia, vol. 1, p. 3–14.

Glickman, C. D. 2002. *Leadership for learning: How to help teachers succeed*, Alexandria (VA), Association for Supervision and Curriculum Development.

Goos, M., P. Galbraith, P. Renshaw et V. Geiger. 2003. « Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms », *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 22, p. 73–89.

Hersh, R. 1997. *What is mathematics, really?*, Londres (R.-U.), Oxford University Press.

Hiebert, J., T. Carpenter, E. Fennema, K. Fuson, D. Wearne, H. Murray et coll. 1997. *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*, Portsmouth (NH), Heinemann.

Hiebert, J. 1999. « Relationships between research and the National Council of Teachers of Mathematics Standards », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 30, n° 1, p. 3–19.

Kamii, C. 1994. *Young children continue to reinvent arithmetic: 3rd Grade*, New York (NY), Teachers College Press.

Kamii, C. et K. Long. 2003. « The measurement of time: Transitivity, unit iteration, and conservation of speed », dans D. H. Clements et G. W. Bright, dir., *Learning and teaching measurement*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 169–180.

Kennedy, M. M. Avril 1998. *Form and substance in in-service teacher education*. Mémoire présenté au congrès annuel de l'American Educational Research Association, San Diego (CA).

Kilpatrick, J. 2003. « What research says about the NCTM standards », dans J. Kilpatrick, dir., *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 5–24.

Kilpatrick, J. Juillet 2004. Discussion lors d'une assemblée plénière. Consulté le 6 août 2004 sur le site http://www.icme-10.dk/.

Lajoie, G. 2003. *L'école au masculin*, Sainte-Foy (Québec), Septembre éditeur.

Lambdin, D. 1993. « The NCTM's evaluation: Recycled ideas whose time has come? », dans N. Webb, dir., *Assessment in the classroom*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 7–16.

Lambdin, D. 2003. « Benefits of teaching through problem solving », dans F. Lester, dir., *Teaching mathematics through problem solving*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 3–14.

Lester, J. 1996. « Establishing a community of mathematics learners », dans D. Schifter, dir., *What's happening in math class?*, New York (NY), Teachers College Press, p. 88–102.

Lo Cicero, A. M., Y. De La Cruz et C. K. Fuson. Mai 1999. « Teaching and learning creatively: Using children's narratives », *Teaching Children Mathematics*, p. 544–547.

Ma, L. 1999. *Knowing and teaching elementary mathematics*, Mahwah (NJ), Erlbaum.

Ma, L. Juin 2004. *Arithmetic as a subject for learning mathematics: Dimensions of its intellectual challenge*. Mémoire présenté au 10e congrès de l'International Congress of Mathematics Education, Copenhague (Danemark).

McGowen, M. A. et G. E. Davis. 2001. *What mathematics knowledge do pre-service elementary teachers value and remember?*, dans R. Speiser, C. A. Maher et C. N. Walter, dir., mémoire présenté au 26e congrès de la section nord-américaine de l'International Group for the Psychology of Mathematics Education, Snowbird (Utah), p. 875–884.

Merttens, R. 1999. « Family numeracy », dans I. Thompson, dir., *Issues in teaching numeracy in primary schools*, Buckingham (R.-U.), Open Press, p. 78–90.

Middleton, J. et P. Spanias. 1999. « Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 30, n° 1, p. 65–88.

Miller, S. et C. Mercer. 1997. « The educational aspects of mathematical disabilities », *Journal of Learning Disabilities*, vol. 30, n° 1, p. 47.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. 1997. *Le curriculum de l'Ontario, de la 1re à la 8e année – Mathématiques*. Toronto, le ministère.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. 2002. *Le curriculum de l'Ontario, de la 1re à la 8e année – Actualisation linguistique en français et Perfectionnement du français*. Toronto, le ministère.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. 2004. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3e année – Géométrie et sens de l'espace*. Toronto, le ministère.

Myller, R. 1990. *How big is a foot?* New York (NY), Bantam Doubleday Dell.

National Council of Supervisors of Mathematics. 1996. *Great Tasks and More: A Sourcebook of Camera-Ready Resources on Mathematics Assessment*, chez l'auteur.

National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and standards for school mathematics*, Reston (VA), chez l'auteur.

O'Brien, T. 1999. « Parrot math », *Phi Delta Kappan*, vol. 80, n° 6, p. 434–438.

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation. 2000. *Rapport provincial de l'Ontario sur le rendement, 1999–2000*. Consulté la 24 septembre 2004 sur le site Web de l'OQRE, à http.//www.egao.com/pdf_f/00/00p54f.pdf.

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation. 2000. *Troisième enquête internationale sur les mathématiques et les sciences – Reprise* (TEIMS–R), Rapport pour l'Ontario : Élèves de 8e année. Consulté le 6 août 2004 sur le site Web de l'OQRE, à http://www.eqao.com/pdf_f/01/01P002f.pdf.

Office de la qualité et de la responsabilité en éducation. 2003. *Résumé du rapport : Tests en lecture, écriture et mathématiques, 3e et 6e année*, 2002–2003. Consulté le 24 septembre 2004 sur le site Web de l'OQRE, à http://www.eqao.com/pdf_f/03/03P050f.pdf.

Payne, D. et T. Wolfson. 2000. « Teacher professional development: The principals' critical role », *National Association of Secondary School Principals Bulletin*, vol. 84, n° 618, p.13–21.

Radford, L. 2000. « Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis », *Educational Studies in Mathematics*, vol. 42, n° 3, p. 237–268.

Ravitch, D. 17 décembre 1998. « Girls are beneficiaries of gender gap », *The Wall Street Journal*, p. A22.

Reys, B. J. et F. Arbaugh. 2001. « Clearing up the confusion over calculator use in Grades K–8 », *Teaching Children Mathematics*, vol. 8, n° 2, p. 90–94.

Russell, S. J. 2000. « Developing computational fluency with whole numbers », *Teaching Children Mathematics*, vol. 7, n° 3, p. 154-159.

Ruthven, K. 1999. « The pedagogy of calculator use », dans I. Thompson, dir., *Issues in teaching numeracy in primary schools*, Philadelphie (PA), Open University Press, p. 195–206.

Sanders, J. et K. Peterson. 1999. « Close the gap for girls in math-related careers », *The Education Digest*, *65*(4), p. 47–49.

Schifter, D. et C. Fosnot. 1993. *Reconstructing mathematics education: Stories of teachers meeting the challenge of reform*, New York (NY), Teachers College Press.

Schwartz, D. M. 1999. *If you hopped like a frog*, New York (NY), Scholastic Press.

Silverman, F., K. Winograd et D. Strohauerer. 1992. « Student-generated story problems », *Arithmetic Teacher*, vol. 39, n° 8, p. 6–12.

Sinclair, M. 2004. *Reflections on complexity theory and technology: Experiences in three mathematics lab-classrooms*. Mémoire présenté à la First Conference on Complexity, Science and Educational Research, Edmonton (Alberta).

Sliva, J. 2004. *Teaching inclusive mathematics to special learners, K–6*, Thousand Oaks (CA), Corwin Press.

Stenmark, J., dir. 1991. *Mathematics assessment: Myths, models, good questions, and practical suggestions*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics.

Stenmark, J. et W. Bush, dir. 2001. *Mathematics assessment: A practical handbook for Grades 3–5*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics.

Stigler, J. 2002. « The use of verbal explanation in Japanese and American classrooms », dans D. Chambers, dir., *Putting research into practice in the elementary grades*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 55–58.

Stigler, J. et J. Hiebert. 1999. *The teaching gap*, New York (NY), Free Press.

Stipek, J. S., K. B. Givvin, J. M. Salmon et V. L. McGyvers. 2001. « Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction », *Teaching and Teacher Education*, vol. 17, n° 2, p. 213–226.

Table ronde des experts en mathématiques. 2003. *Stratégie de mathématiques au primaire – Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques*, Toronto (Ontario), ministère de l'Éducation.

Thompson, P. 2002. « Concrete materials and teaching for mathematical understanding », dans D. Chambers, dir., *Putting research into practice in the elementary grades*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 246–249.

Van De Walle, J. et S. Folk. 2005. *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally* (édition canadienne), New York (NY), Longman.

Vygotsky, L. 1986. *Thought and language*, dans A. Kozulin, dir., Cambridge (MA), The MIT Press (publié à l'origine en 1934).

Wertsch, J. V. 1985. *Vygotsky and the social formation of mind*, Cambridge (MA), Harvard University Press.

Wickett, M. et M. Burns. 2003. *Teaching arithmetic: Lessons for extending division*, Sausalito (CA), Math Solutions Publications.

Wilson, L. et P. A. Kenney. 2003. « Classroom and large scale assessment », dans J. Kilpatrick, dir., *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, p. 53–67.

Wolfe, R., R. Childs et S. Elgie. Mai 2004. « Defining the constructs and specifying the curriculum connections », dans le *Final report of the external evaluation of EQAO's assessment processes*, Toronto (Ontario), Office de la qualité et de la responsabilité en éducation. Consulté le 6 août 2004 sur le site Web de l'OQRE, à http://www.eqao.com/pdf_e/04/04p014e.pdf.

Wood, T., P. Cobb et E. Yackel. 1995. « Reflections on learning and teaching mathematics in elementary school », dans L. Steffe et J. Gale, dir., *Constructivism in education*, Mahwah (NJ), Earlbaum, p. 401–422.

Wood, T. et P. Sellers. 1997. « Deepening the analysis: Longitudinal assessment of a problem-centered mathematics program », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, n° 2, p.163–186.

Woodward, J. et M. Montague. 2002. « Meeting the challenge of mathematics reform for students with LD », *The Journal of Special Educatio*n, vol. 36, n° 2, p. 89–101.

Wright, R., J. Martland, A. Stafford et G. Stanger. 2002. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies*, Londres (R.-U.), Sage.

Young, S. L. et R. O'Leary. Mars 2002. « Creating numerical scales for measuring tools », *Teaching Children Mathematics*, vol. 8, n° 7, p. 400–405.

Imprimé sur du papier recyclé
04-071
ISBN 0-7794-7427-9
© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2004