Niveau 2, exemple 1

A

Activité 1

Pour faire cette activité, tu auras besoin des annexes suivantes :

Annexe A : Marché canadien de l'équipement de ski et de surf des neiges.

Annexes B à D : Consommation des principaux groupes d'aliments par personne.

1. a) Selon l'annexe A, l'argent dépensé pour les planches de surf des neiges a beaucoup augmenté de 1994 à 1999. Calcule le taux de variation annuel moyen de la somme d'argent dépensé pour **les planches** entre 1994 et 1999.

1994 = 49 100 $
1999 = 102 000 $

$\frac{v(1999)-v(1994)}{1999-1994} = \frac{102\,000-49\,100}{1999-1994} = \frac{52\,900}{5} = 10\,580$ $/ann.

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ pente de la sécante (TVM)

b) Sers-toi de la même annexe pour expliquer pourquoi le nombre obtenu n'est pas représentatif du taux de variation réel de la somme d'argent dépensé par année.

Le nombre obtenu n'est pas représentatif du taux de variation réel de la somme d'argent dépensé par année car le taux de variation moyenne c'est la pente de la première année et la dernière année, mais le taux de variation réel c'est de 1994 à 1999 (tous).

B

2. Pour être un bon surfeur ou une bonne surfeuse, il est nécessaire d'être en forme et d'avoir une bonne alimentation. Aux annexes B à D, tu trouveras des indices de consommation des principaux groupes d'aliments par les Canadiens et Canadiennes.

a) D'après l'annexe B, quel est le taux de variation annuel moyen de la quantité de **fruits frais** consommés par personne entre 1989 et 2000?

$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(2000)-V(1989)}{2000-1989} = \frac{64.1-58.5}{2000-1989} = \frac{5.6}{11} = 0,5091$ kg/année

b) D'après l'annexe C, quel est le taux de variation annuel moyen de la quantité de **légumes frais** consommés par personne entre 1989 et 2000?

$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(2000)-V(1989)}{2000-1989} = \frac{142.2-128.4}{2000-1989} = \frac{13.8}{11} = 1.2545$ Kg/année

c) D'après l'annexe D, quel est le taux de variation annuel moyen de la quantité de **volaille** consommée par personne entre 1989 et 2000?

$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(2000)-V(1989)}{2000-1989} = \frac{35.2-27.1}{2000-1989} = \frac{8.1}{11} = 0.7364$ kg/année

C

d) Crois-tu que l'alimentation des Canadiens et Canadiennes s'est améliorée depuis 1989? Justifie ton opinion à l'aide d'arguments fondés sur les taux de variation.

Oui, l'alimentation des Canadiens et Canadiennes s'est amélioré depuis 1989.

3. Penses-tu que le surf des neiges a pris plus de popularité que le ski alpin de 1994 à 1999? Sers-toi de l'annexe A et des taux de variation pour justifier ton opinion.

Oui, le surf des neiges a pris plus de popularité que le ski alpin de 1994 à 1999. car le surf de neiges a plus de ventes au détail en milliers de dollars que le ski alpin.

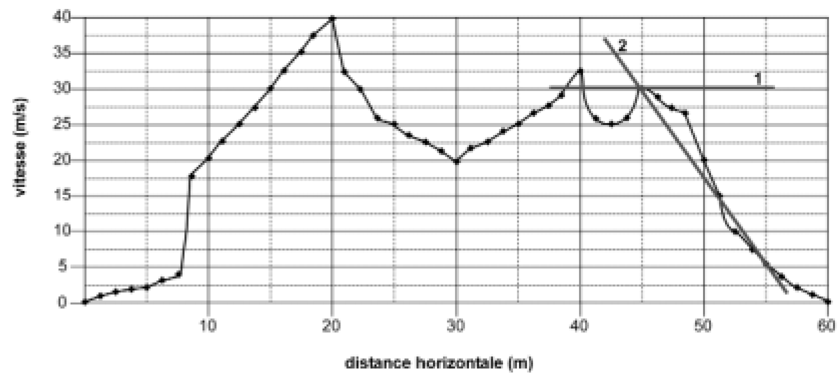
D

Activité 2 : Un surfeur au centre de ski

www.snowboarding.com
www.usskiteam.com/publishingfolder/98.htm

Voici le graphique à utiliser durant l'activité

Vitesse du surfeur en fonction de sa distance horizontale



La distance horizontale entre deux points successifs = 1,25 m
1 = droite tangente
2 = droite sécante

E

4. En te référant au graphique précédent, associe chaque élément de la colonne de gauche à un élément de la colonne de droite.

1) intervalle de croissance	a) (30, 20)
2) intervalle de décroissance	b)]41,25, 43,75[
3) extremum	c)]0, 20[
4) point d'inflexion	d)]40, 60[
5) intervalle de concavité vers le haut	e) (51,25, 15)
6) intervalle de concavité vers le bas	f) (25, 25)
	g)]45, 55[
	h)]0, 5[

5. Détermine trois taux de variation moyens de la vitesse du surfeur par rapport à sa distance horizontale parcourue à partir desquels tu pourras estimer le taux de variation instantané à 45 m. Ta réponse doit inclure :
   1. les intervalles de distance choisis et les taux de variation moyens correspondants;
   2. un estimé du taux de variation instantané à 45 m.

taux de variation instantané = la pente de la tangente

① (43, 35) et (44, 32.5) = TVM $\frac{32.5-35}{44-43} = \frac{-2.5}{1} = -2.5$

② (46, 27.5) et (47, 25) = $\frac{25-27.5}{47-46} = \frac{-2.5}{1} = -2.5$

③ (48.5, 22.5) et (50, 17.5) = $\frac{17.5-22.5}{50-48.5} = \frac{-5}{1.5} = -3.3$

1- en estimant le taux de variation moyen est égal à -3 m

2- le taux de variation instantané à 45 m = 0

F

6. Explique la différence entre les taux de variation moyens et le taux de variation instantané.

Le taux de variation moyens c'est la pente de la sécante, mais le taux de variation instantané c'est la pente de la tangente.

7. Détermine l'équation de la droite tangente à la courbe au point où la distance horizontale est égale à 45 m.

$y = mx + b$ pt : (45, 30)

$30 = 0(45) + b$

$30 = b$

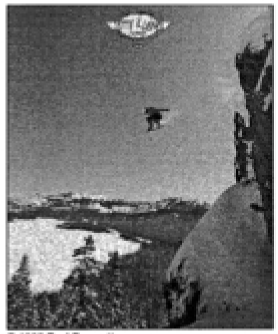
$y = 30$

l'équation de la droite tangente est $y = 30$

G

Activité 3

Réponds aux questions de l'activité 3 sans utiliser la calculatrice à affichage graphique.



© 1985 Bud Fawcett

Un surfeur participe à une compétition de saut en longueur. La distance horizontale *s*, en mètres, parcourue par le surfeur dans les airs pendant un temps *t*, en secondes, est donnée par l'équation

$$s(t) = -0{,}07t^3 + 9t$$

Lors de son saut, le surfeur demeure dans les airs pendant 6,5465 secondes avant d'atterrir.

8. Trouve sa vitesse horizontale moyenne pour les périodes suivantes :

   i) entre 0 s et 2,5 s   ii) entre 3 s et 5,5 s

i) $s(t) = -0{,}07t^3+9t$

$v(t), s'(t) = -0{,}21t^2+9$

$= -0{,}21(0)^2+9$ et $= -0{,}21(2.5)^2+9$

$= 9$ m/s $= -1{,}313+9$

$= 7.687$ m/s

$9 - 7.687 = 1.313$ m/s

ii) $s'(t) = -0{,}21t^2+9$

$= -0{,}21(3)^2+9$ et $= -0.21(5.5)^2+9$

$= 7.11$ $= -6{,}353+9$

$= 2.647$

$7.11 - 2.647 = 4.463$ m/s

H

9. À l'aide de ***la définition de base de la dérivée***, détermine une expression qui représente la vitesse horizontale instantanée du surfeur à n'importe quel moment.

$f'(x) = \lim_{h \to 0} = \frac{f'(x+h)+f'(x)}{h}$ $s'(t) = -0{,}21t^2+9$

$= \frac{0{,}21(x+h)^2+9 + (-0{,}21t^2+9)}{h}$

$= 0{,}21(x+h)(x+h)+9 - 0{,}21t^2+9$

$= 0{,}21(x^2+xh+xh+h^2)+9 - 0{,}21t^2+9$

$= 0{,}21(x^2+2xh+h^2)+9 - 0{,}21t^2+9$

$= 0{,}21(x^2+2xh+h^2) - 0{,}21t^2+18$

$=$

I

10. Explique pourquoi on se sert de la limite pour trouver la vitesse instantanée d'un objet en mouvement.

On se sert de la limite pour trouver la vitesse instantaneé d'un objet en mouvement pour démontrer qu'il y a plusieurs façons pour trouver la vitesse instantanée (TVI).

11. a) Quelle est la vitesse horizontale initiale du surfeur?

$$S'(t) = -0{,}21t^2+9$$
$$= -0{,}21(0)^2+9$$
$$= 9 \text{ m/s}$$

∴ 9 m/s est la vitesse horizontale initiale du surfeur.

J

11. b) Quelle est la vitesse horizontale du surfeur lorsqu'il atterrit? Arrondis ta réponse *au centième près*. Donne une explication plausible de ce qui est arrivé au surfeur à ce moment précis.

$v(t), S'(t) = -0{,}21t^2+9$ $\qquad S(t) = -0{,}07t^3+9t$

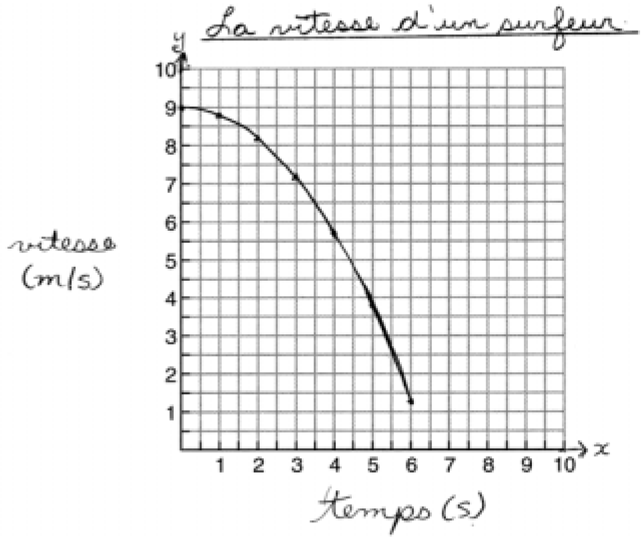
11. c) À quel moment est-ce que la vitesse horizontale instantanée du surfeur est exactement 6,7131 m/s?

$$S(t) = -0{,}07t^3+9t$$
$$v(t), S'(t) = -0{,}21t^2+9$$
$$6{,}7131 = -0{,}21t^2+9$$
$$6{,}7131-9 = -0{,}21t^2$$
$$\frac{-2{,}2869}{-0{,}21} = \frac{-0{,}21t^2}{-0{,}21}$$
$$10{,}89 = t^2$$
$$\sqrt{10{,}89} = t$$
$$3{,}3 \text{ s} = t$$

∴ quand la vitesse est égal à 6,7131 m/s la vitesse est égal à 3,3 s

K

12. À l'aide du plan cartésien ci-dessous, trace le graphique de la dérivée de la fonction pour l'intervalle $0\ s \le t \le 6{,}5465\ s$. Donne un titre approprié au graphique, ainsi qu'un titre à chacun des axes.



$0 \le t \le 6{,}3465\ s$

dérivée

$S(t) = -0{,}07t^3 + 9t$

$S'(t) = -0{,}21t^2 + 9$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	9	8,79	8,16	7,11	5,69	3,75	1,44

L

13. La distance horizontale dans les airs à dépasser pour gagner la médaille d'or est de 40 m. Le surfeur réussira-t-il à gagner la compétition avec ce saut? Justifie ta réponse à l'aide de calculs.

$S(t) = -0{,}07t^3 + 9t$

$= -0{,}07t^3 + 9t$

$= t(-0{,}07t^2 + 9)$

$40 = \underbrace{t}_{\to 0}(-0{,}07t^2 + 9)$

$40 = -0{,}07 + 2 + 9$

$40 - 9 = -0{,}07 + 2$

$\frac{31}{-0{,}07} = t^2$

$-442.9 = t^2$

$\sqrt{442.9} = t$

$21.045 = t$

Justification

Connaissance et compréhension

L’élève démontre une compréhension partielle des concepts et exécute des algorithmes avec une certaine exactitude.

Réflexion, recherche et résolution de problèmes

L’élève suit des raisonnements mathématiques d’une certaine complexité, avance des raisonnements simples et applique les étapes d’un processus de résolution de problèmes avec une certaine efficacité.

Communication

L’élève utilise souvent la langue, les aides visuelles, les conventions et les symboles appropriés avec efficacité, et communique avec clarté en donnant des explications substantielles.

Mise en application

L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes d’une certaine complexité dans des contextes familiers.

Commentaire

L’élève pose parfois les bonnes équations et effectue parfois les bons calculs, mais il ou elle ne peut en déduire des conclusions satisfaisantes (p. ex., question 2). Quelquefois, l’élève n’utilise pas les bonnes fonctions et commet des erreurs algébriques, mais son raisonnement lui permet de tirer des conclusions pertinentes (p. ex., questions 5 et 6). Dans l’ensemble, on constate que l’élève connaît assez bien les notions de base. Ainsi, il ou elle connaît le taux de variation moyen et le taux de variation instantané, et comprend le lien entre ces deux taux et leur aspect graphique. De plus, il ou elle peut identifier les caractéristiques d’une courbe et sait tracer le graphique de la dérivée d’une fonction. L’élève fait toutefois de nombreuses erreurs. Par exemple, l’élève se trompe à la lecture des données de l’annexe A (question 1a); ne reconnaît pas l’intervalle de concavité vers le haut sur la courbe (question 4); pose l’équation de la dérivée d’une fonction sans la démontrer et l’utilise pour trouver une vitesse moyenne au lieu d’utiliser l’équation du taux de variation moyen (questions 8 et 9); ne trace pas complètement la dérivée de la fonction puisqu’il ou elle omet d’inclure le point dans sa table des valeurs et sur le graphique (question 12). Dans les questions de réflexion, de résolution de problèmes et de mise en application, on relève aussi des erreurs. Soulignons, par exemple, qu’à la question 5 l’élève émet une bonne hypothèse de départ, suit un raisonnement logique, même si les intervalles choisis ne sont pas les plus appropriés, et en déduit la bonne réponse, mais il ou elle ne peut la démontrer algébriquement. Pour améliorer son rendement, l’élève devrait parfaire ses connaissances théoriques, surtout le concept de la dérivée, et exercer davantage ses compétences en résolution de problèmes et en mise en application.