

Niveau 1, exemple 1

A

Activité 1

Pour faire cette activité, tu auras besoin des annexes suivantes :

Annexe A : Marché canadien de l'équipement de ski et de surf des neiges.

Annexes B à D : Consommation des principaux groupes d'aliments par personne.

1. a) Selon l'annexe A, l'argent dépensé pour les planches de surf des neiges a beaucoup augmenté de 1994 à 1999. Calcule le taux de variation annuel moyen de la somme d'argent dépensé pour les planches entre 1994 et 1999.

$$\begin{aligned} TVM &= \frac{s(1999) - s(1994)}{1999 - 1994} \\ &= \frac{48\,000 - 29\,700}{5} \\ &= 3660 \end{aligned}$$

Le taux de variation annuel moyen de la somme d'argent dépensé pour les planches de surf entre 1994 et 1999 est de 3660.

- b) Sers-toi de la même annexe pour expliquer pourquoi le nombre obtenu n'est pas représentatif du taux de variation réel de la somme d'argent dépensé par année.

à cause que le nombre obtenu sert à désigner le taux de variation de la première année et la fin pendant les cinq années écoulés.

B

2. Pour être un bon surfeur ou une bonne surfeuse, il est nécessaire d'être en forme et d'avoir une bonne alimentation. Aux annexes B à D, tu trouveras des indices de consommation des principaux groupes d'aliments par les Canadiens et Canadiennes.

- a) D'après l'annexe B, quel est le taux de variation annuel moyen de la quantité de fruits frais consommés par personne entre 1989 et 2000?

$$\begin{aligned} TVM &= \frac{s(2000) - s(1989)}{2000 - 1989} \\ &= \frac{64,1 - 58,5}{6} \\ TVM &= 0,91 \end{aligned}$$

- b) D'après l'annexe C, quel est le taux de variation annuel moyen de la quantité de légumes frais consommés par personne entre 1989 et 2000?

$$\begin{aligned} &= \frac{s(2000) - s(1989)}{11} \\ &= \frac{142,2 - 128,4}{11} \\ TVM &= 1,3 \end{aligned}$$

- c) D'après l'annexe D, quel est le taux de variation annuel moyen de la quantité de volaille consommée par personne entre 1989 et 2000?

$$\begin{aligned} &= \frac{s(2000) - s(1989)}{11} \\ &= \frac{35,2 - 27,1}{11} \\ TVM &= 0,74 \end{aligned}$$

C

d) Crois-tu que l'alimentation des Canadiens et Canadiennes s'est améliorée depuis 1989? Justifie ton opinion à l'aide d'arguments fondés sur les taux de variation.

L'alimentation des Canadiens et Canadiennes s'est vraiment améliorée si nous observons les annexes, mais les taux de variation permettent de voir.

3. Penses-tu que le surf des neiges a pris plus de popularité que le ski alpin de 1994 à 1999? Sers-toi de l'annexe A et des taux de variation pour justifier ton opinion.

Oui, le surf des neiges a eu plus de ventes.

D

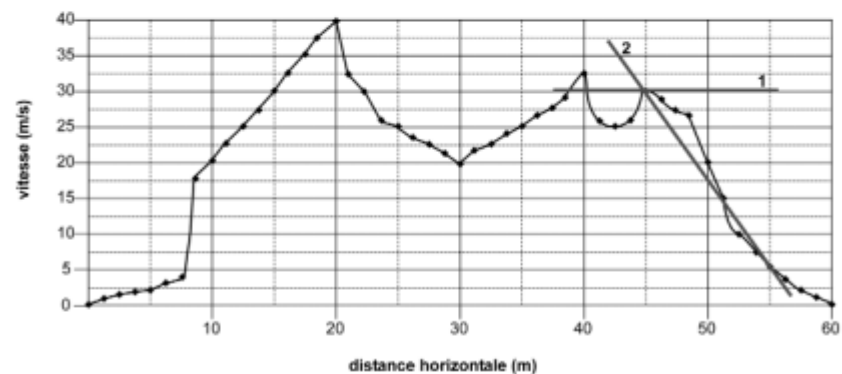
Activité 2 : Un surfeur au centre de ski



www.snowboarding.com
www.uskiteam.com/publishingfolder/98.htm

Voici le graphique à utiliser durant l'activité

Vitesse du surfeur en fonction de sa distance horizontale



La distance horizontale entre deux points successifs = 1,25 m
 1 = droite tangente
 2 = droite sécante

E

4. En te référant au graphique précédent, associe chaque élément de la colonne de gauche à un élément de la colonne de droite.

1) intervalle de croissance	a) (30, 20)
2) intervalle de décroissance	b)]41,25, 43,75[
3) extremum	c)]0, 20[
4) point d'inflexion	d)]40, 60[
5) intervalle de concavité vers le haut	e) (51,25, 15)
6) intervalle de concavité vers le bas	f) (25, 25)
	g)]45, 55[
	h)]0, 5[

5. Détermine trois taux de variation moyens de la vitesse du surfeur par rapport à sa distance horizontale parcourue à partir desquels tu pourras estimer le taux de variation instantané à 45 m. Ta réponse doit inclure :

- les intervalles de distance choisis et les taux de variation moyens correspondants;
- un estimé du taux de variation instantané à 45 m.

$$\textcircled{1} \text{TVM} = \frac{s(20) - s(10)}{10} = \frac{40 - 20}{10} = 2 \quad \text{Tvi} = \frac{s(55) - s(45)}{10} = \frac{5 - 30}{10} = -2$$

$$\textcircled{2} \text{TVM} = \frac{s(30) - s(20)}{10} = \frac{20 - 40}{10} = -2$$

$$\textcircled{3} \text{TVM} = \frac{s(60) - s(50)}{10} = \frac{0 - 20}{10} = -2$$

F

6. Explique la différence entre les taux de variation moyens et le taux de variation instantané.

Les taux de variation moyens désigne la pente de la sécante et le taux de variation instantané désigne la pente de la tangente.

7. Détermine l'équation de la droite tangente à la courbe au point où la distance horizontale est égale à 45 m.

la pente est nulle

$$y = 0(x) + b$$

$$y = b$$

$p^t (45, 30)$

$$30 = 0(45) + b$$

$$30 = b$$

$$y = 30$$

l'équation de la droite tangente

G

Activité 3

Réponds aux questions de l'activité 3 sans utiliser la calculatrice à affichage graphique.

Un surfeur participe à une compétition de saut en longueur. La distance horizontale s , en mètres, parcourue par le surfeur dans les airs pendant un temps t , en secondes, est donnée par l'équation

$$s(t) = -0,07t^3 + 9t$$

Lors de son saut, le surfeur demeure dans les airs pendant 6,5465 secondes avant d'atterrir.

8. Trouve sa vitesse horizontale moyenne pour les périodes suivantes :

i) entre 0 s et 2,5 s

ii) entre 3 s et 5,5 s



© 1985 Bud Fawcett

$$\begin{aligned} \text{i) } s'(t) &= -0,21t^2 + 9 \\ s'(0) &= 9 \text{ m/s} \\ s'(2,5) &= -0,21(2,5)^2 + 9 \\ &= 8,5 \text{ m/s} \\ v_{\text{moy}} &= \frac{s'(2,5) - s'(0)}{2,5 - 0} = \frac{8,5 - 9}{2,5} \\ &= -0,2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } s'(3) &= 7,11 \text{ m/s} \\ s'(5,5) &= 2,6 \text{ m/s} \\ v_{\text{moy}} &= \frac{s'(5,5) - s'(3)}{5,5 - 3} \\ &= \frac{2,6 - 7,11}{2,5} \\ &= -1,8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

H

9. À l'aide de la définition de base de la dérivée, détermine une expression qui représente la vitesse horizontale instantanée du surfeur à n'importe quel moment.

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) &= \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (-0,07t^3 + 9t) \\ &= \frac{-0,07(x + \Delta x)^3 + 9(x + \Delta x) - (-0,07x^3 + 9x)}{\Delta x} \\ &= \frac{-0,07(x^3 + x\Delta x + 2x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3) + 9x + 9\Delta x + 0,07x^3 + 9x}{\Delta x} \\ &= \frac{-0,07x^3 - 0,07x\Delta x - 0,14x^2\Delta x - 0,21x\Delta x^2 - 0,07\Delta x^3 + 9x + 9\Delta x + 0,07x^3 + 9x}{\Delta x} \\ &= \frac{-0,07x\Delta x - 0,14x^2\Delta x - 0,21x\Delta x^2 - 0,07\Delta x^3 + 9\Delta x}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta x(-0,07x - 0,14x^2 - 0,21x\Delta x - 0,07\Delta x^2 + 9)}{\Delta x} \\ \Delta x \rightarrow 0 &= (-0,07x - 0,14x^2 + 9) \end{aligned}$$

I

10. Explique pourquoi on se sert de la limite pour trouver la vitesse instantanée d'un objet en mouvement.

On se sert de la limite pour trouver la vitesse instantanée d'un objet à cause que la limite représente aussi la dérivée.

11. a) Quelle est la vitesse horizontale initiale du surfeur?

$$s'(0) = -0,21(0)^2 + 9 \\ = 9 \text{ m/s}$$

J

11. b) Quelle est la vitesse horizontale du surfeur lorsqu'il atterrit? Arrondis ta réponse au centième près. Donne une explication plausible de ce qui est arrivé au surfeur à ce moment précis.

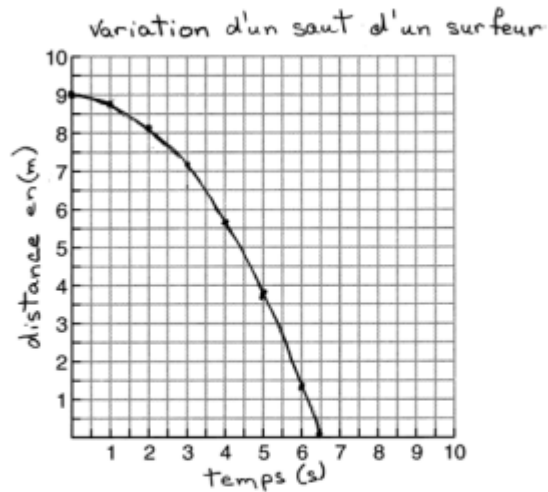
$$s'(t) = -0,21t^2 + 9 \\ \frac{0,21t^2}{0,21} = \frac{9}{0,21} \\ t^2 = \sqrt{42,9} \\ t = 6,5 \text{ s} \\ s'(6,5) = -0,21(6,5)^2 + 9 \\ = 0,1275 \\ = 0,13 \text{ m/s}$$

11. c) À quel moment est-ce que la vitesse horizontale instantanée du surfeur est exactement 6,7131 m/s?

$$s'(t) = -0,21t^2 + 9 \\ 6,7131 \text{ m/s} = -0,21t^2 + 9 \\ 6,7131 - 9 = -0,21t^2 \\ -2,3 = -0,21t^2 \\ \frac{-2,3}{-0,21} = \frac{-0,21t^2}{-0,21} \\ \sqrt{10,95} = t^2 \\ 3,3 = t \quad \leftarrow \text{à } 3,3 \text{ s la vitesse horizontale inst. du surfeur est égale à } 6,7131 \text{ m/s.}$$

K

12. À l'aide du plan cartésien ci-dessous, trace le graphique de la dérivée de la fonction pour l'intervalle $0 \leq t \leq 6,5465$ s. Donne un titre approprié au graphique, ainsi qu'un titre à chacun des axes.



$$s'(t) = -0,21t^2 + 9$$

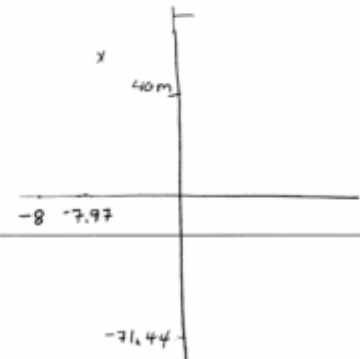
x	1	2	3	4	5	6	6,5465	0
y	8,79	8,16	7,11	5,64	3,75	1,44	0	9

L

13. La distance horizontale dans les airs à dépasser pour gagner la médaille d'or est de 40 m. Le surfeur réussira-t-il à gagner la compétition avec ce saut? Justifie ta réponse à l'aide de calculs.

$$\begin{aligned} \text{dist} &= 40 \text{ m} \\ \frac{40 \text{ m}}{9t} &= -0,07t^3 + \frac{9t}{9t} \\ \frac{4,4t}{t} &= \frac{-0,07t^3}{t} \\ \frac{4,4}{-0,07} &= \frac{-0,07t^2}{-0,07} \\ -\sqrt{63,49} &= t^2 \\ -7,97 &= t \end{aligned}$$

Le surfeur ne réussira pas à gagner la compétition à cause que lorsque son saut va atteindre 40m, son temps est négatif, donc ça veut dire qu'il est entraîné de descendre en décroissance vers le bas, donc ce n'est pas possible.



Justification**Connaissance et compréhension**

L'élève démontre une compréhension limitée des concepts et exécute uniquement des algorithmes simples.

Réflexion, recherche et résolution de problèmes

L'élève suit des raisonnements mathématiques simples et applique les étapes d'un processus de résolution de problèmes avec une efficacité limitée.

Communication

L'élève utilise parfois la langue, les aides visuelles, les conventions et les symboles appropriés avec efficacité, et communique avec une certaine clarté en donnant certaines explications.

Mise en application

L'élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes simples dans des contextes familiers.

Commentaire

À l'exception de deux réponses exactes (questions 7 et 11c), on constate des lacunes dans chacune des quatre compétences évaluées. Quelques réponses ou éléments de réponse révèlent une certaine compréhension des sujets à l'étude (p. ex., questions 2, 6, 7, 9, 11 ou 12). On constate que le travail fourni contient des erreurs de calcul et indique un manque de rigueur dans l'application des termes, des conventions et des autres symboles appropriés dans ce domaine. Cependant, l'élève connaît la différence entre le taux de variation moyen et le taux de variation instantané (question 6), mais en donne une définition incomplète. L'élève peut calculer ces taux de variation dans différentes situations (questions 1, 2 et 5), mais il ou elle omet de préciser les unités des résultats obtenus et choisit des intervalles inappropriés pour déterminer des taux de variation moyens. L'élève n'est pas en mesure de déduire complètement de ses résultats les conclusions appropriées. Ses insuffisances en compréhension, en résolution de problèmes et en communication ne lui permettent pas de rédiger des justifications logiques et convaincantes. L'élève possède une assez bonne connaissance des caractéristiques d'une courbe ou d'un graphique (questions 4 et 12), mais il ou elle n'identifie pas correctement les intervalles de concavité de la courbe et deux des trois titres du graphique, et il ou elle peut dans une certaine mesure faire des liens entre ces caractéristiques graphiques et le concept de la dérivée (questions 11 et 12). Cependant, ses lacunes l'empêchent de trouver les bons résultats (questions 8, 11b et 13) et les bonnes conclusions (questions 9 et 10). Pour améliorer son rendement, l'élève devrait revoir en profondeur les concepts de base, utiliser plus efficacement et plus rigoureusement les fonctions, et s'exercer à expliquer plus clairement son raisonnement et ses résultats.