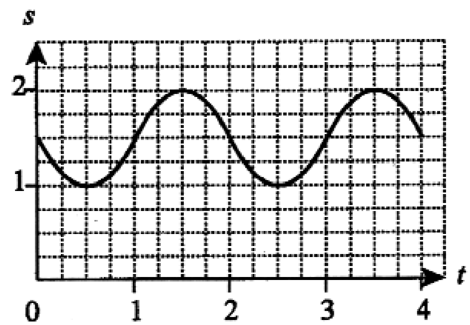
Niveau 2, exemple 2

A

Activité 1

Une classe réalise l'expérience du pendule et obtient le graphique suivant :

Distance (*s*) entre le pendule et la sonde en mètres
en fonction du temps (*t*) en secondes



$$s = \frac{1}{2}\sin \pi (t-1) + 1{,}5$$

1. À quels moments la distance entre le pendule et la sonde CBR est-elle de 2 mètres?

   $t = 1{,}5s,\ 3{,}5s \therefore\ t = 1{,}5 + 2k,\ k \in \mathbb{Z}$

2. Quelle distance sépare le pendule de la sonde CBR après 3 secondes?

   1,5 m

3. Quelle distance sépare la sonde CBR du pendule lorsqu'il est au repos?

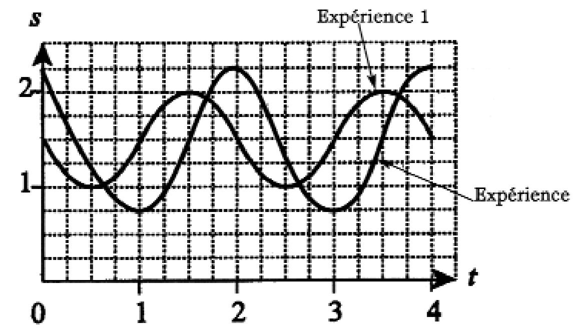
   1,5 m

B

4. Pendant les quatre premières secondes, à quels moments le pendule est-il le plus près de la sonde CBR?

   $t = 0{,}5s$ et $2{,}5s$

5. En réalisant l'expérience du pendule une deuxième fois, l'équipe obtient une courbe différente (expérience 2).



Pour quelles raisons les deux courbes obtenues sont-elles différentes? Justifie ta réponse en comparant les deux expériences.

Dans la 2e, l'amplitude est plus grande donc il y a eu plus de force appliqué. Aussi, l'exp. 2 n'a pas été débutée en position de repos, donc il y a eu translation horizontale.

C

Activité 2

Réponds aux questions de l'activité 2 sans utiliser la calculatrice à capacité graphique. Tu peux utiliser une calculatrice scientifique.

La classe de Caroline réalise l'expérience du pendule et obtient l'équation :

$s = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)t + 3$ où s représente la distance entre le pendule et la sonde en mètres après t secondes.

6. Indique l'amplitude, la période, le déphasage, la translation verticale et l'image de la courbe d'équation

$$s = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)t + 3$$

$\frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2\pi}$ $2\pi = \frac{K}{2\pi/3}$

amp : 1

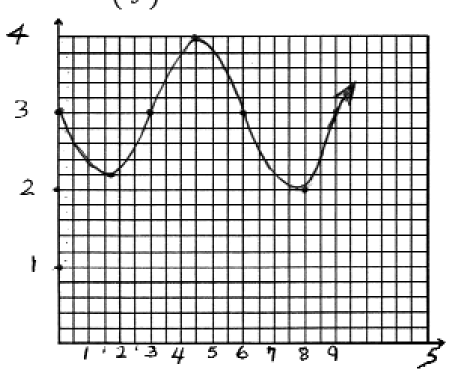
période : $\left(2\pi = \frac{K}{2\pi/3}\right)$: 3

déphasage : aucun.

image : $s \in [2,4]$

trans. vert. : +3

7. Trace le graphique de $s = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)t + 3$ dans l'intervalle $0 \le t \le 9$.



D

8. Quelle est la distance maximale entre la sonde CBR et le pendule?

4m

9. Détermine algébriquement la distance entre le pendule et la sonde CBR après quatre secondes.

$s = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)t + 3$

$s = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)4 + 3$

$s = -2 + 3$

$s = 1$

$\therefore$ 1 m

10. Détermine algébriquement à quels moments dans l'intervalle $0 \le t \le 5$ la distance entre le pendule et la sonde CBR est de trois mètres.

$s = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)t + 3$

$3 = \cos(2\pi/3)t + 3$

$3 = -0,5t + 3$

$0 = -0,5t$

$0 = t$

et t (où $s = 3$ m) $= 0 +$ période K, où $K \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ entre l'intervalle de $0 \le t \le 5$, les temps sont 0 s et 3 s

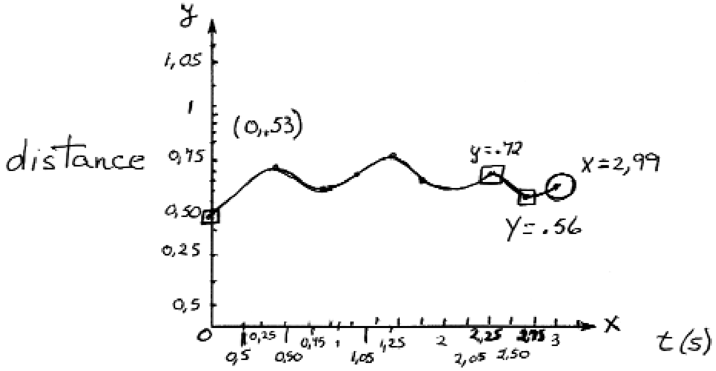
E

Activité 3

Les questions ci-dessous doivent être faites individuellement.

11. a) Trace le graphique obtenu au moyen de la calculatrice à capacité graphique. Le graphique que tu vas tracer représente la relation entre le temps et la hauteur du seau.

b) Sur le graphique, nomme les axes et indique les coordonnées des points qui permettent de déterminer l'équation de la courbe.



12. En te référant à l'expérience, explique ce que représente :

a) l'amplitude.

La limite de la distance que le seau a pu parcourir.

b) la période.

Le montant de temps que le seau prend pour effectuer un cycle complet.

F

13. En te servant des données de ton expérience et de la calculatrice à capacité graphique, détermine algébriquement l'équation de la forme $h = a \cos k (t + d) + c$ qui peut modéliser la relation entre le temps (t) et la hauteur (h) du seau. Vérifie tes calculs, au besoin à l'aide de la calculatrice à capacité graphique.

$A = \frac{max - min}{2}$ $\quad A = \frac{0.72 - 0.56}{2}$ $\quad A = 0,081$

$P = \frac{2\pi}{K}$ $\quad 2,99 = \frac{2\pi}{K}$ $\quad K = \frac{2\pi}{2,99}$ $\quad K = 2,10$

$h = a \cos k (t + d) + c$

$h = 0,08 \cos 2,10 (t + d) + c$

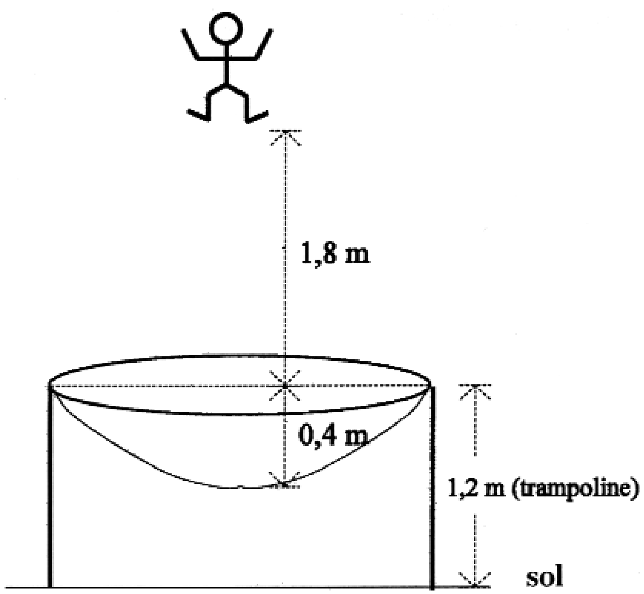
$h = 0,08 \cos 2,10 (t + d) + 0,53$

G

Activité 4

Émilio exécute un enchaînement de sauts sur un trampoline. Après quelques secondes, Émilio saute à un rythme régulier. À l'aide d'un chronomètre, un élève constate qu'Émilio fait un saut complet chaque période de cinq secondes. Voici un dessin qui illustre la situation.

Note : Le dessin n'est pas à l'échelle.



H

14. Détermine algébriquement une équation qui décrit la distance en mètres entre les pieds d'Émilio et le sol après t secondes, si, à $t = 0$, cette distance est minimale.

$(d) = -a \cos k(t-d) + c$

$a = 0,4$
$c = 1,2$
$k = \frac{2\pi}{5}$
$d = 0$

$d = -0,4 \cos \frac{2\pi}{5}(t) + 1,2$

$d = 1,076\ m$

N. B. : Le scénario de l'activité 4 ne représente pas exactement des fonctions trigonométriques (chaque saut représente plutôt une parabole). Toutefois, étant donné qu'il s'agit d'un mouvement périodique et compte tenu des connaissances des élèves, le scénario peut être modélisé par des fonctions trigonométriques.

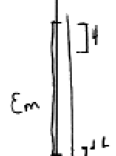
I

15. Lorsque Sagine saute sur le trampoline, l'équation pour trouver la distance entre ses pieds et le sol en mètres est $s = 0,8 \cos \frac{\pi}{2} t + 1,7$ tandis que l'équation pour trouver la distance entre le plafond et sa tête en mètres est $s = -0,8 \cos \frac{\pi}{2} t + 4,8$ où t est le temps en secondes. Détermine la taille de Sagine si le plafond se trouve à huit mètres du sol.

on pose $t = 0$ ∴ ① $d(\text{sol}) = 0,8 \cos \pi/2\, t + 1,7 = 2,5m$

② $d(\text{plafond}) = -0,8 \cos \pi/2\, t + 4,8 = 4m$

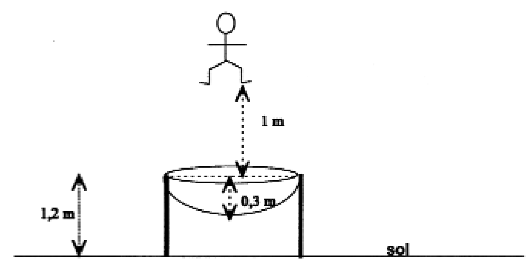
hauteur de Sagine : $8m - 4 - 2,5 = 1,5m$



J

16. Tristan saute sur un trampoline. Voici une équation qui décrit la distance (s) en mètres entre ses pieds et le sol après t secondes : $s = -0,65 \cos \frac{\pi}{2} t + 1,55$. En une minute, combien de temps les pieds de Tristan sont-ils en contact avec le trampoline?

Note : Le dessin n'est pas à l'échelle.



période $= \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/2} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$ secondes

si $p = 4$ secondes et il y a 60s. en 1 minute.

$60 \div 4 = 15$

Il touchera 15x après avoir sauté et 1 fois au début

∴ 16x, il aura contact avec la trampoline

Justification

Connaissance et compréhension

L'élève :

- démontre une compréhension générale des concepts;
- exécute des algorithmes par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude.

Réflexion, recherche et résolution de problèmes

L'élève :

- suit des raisonnements mathématiques d'une certaine complexité et avance des raisonnements simples;
- applique les étapes d'un processus d'enquête et de résolution de problèmes avec une certaine efficacité.

Communication

L'élève :

- utilise parfois la langue, les aides visuelles, les conventions et les symboles appropriés avec efficacité;
- communique avec une certaine clarté en donnant certaines explications.

Mise en application

L'élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes d'une certaine complexité dans des contextes familiers.

Commentaire

L'élève répond bien à la majorité des questions de connaissance et de compréhension. Cependant, il ou elle commet plusieurs erreurs algébriques, ce qui l'empêche de résoudre adéquatement les équations (questions 9 et 10). De plus, l'élève n'écrit pas toujours les formules lui servant à déterminer les paramètres des fonctions trigonométriques (questions 13 et 14) et il ou elle ne réussit pas à tracer correctement son graphique à la question 7. En résolution de problèmes, l'élève démontre un raisonnement logique, ce qui lui permet de réussir la question 15. Cependant, bien que le début de la solution à la question 16 soit bon, l'élève fait une erreur importante (en ajoutant un saut) et ne termine pas sa solution. L'élève donne des explications partielles et parfois erronées aux questions de réflexion 5 et 12. Par ailleurs, on constate que, lors de la mise en application, l'élève éprouve certaines difficultés à représenter correctement une relation à l'aide d'une équation, comme le démontrent ses réponses aux questions 13 et 14. Ainsi, à la question 13, il ou elle considère la période comme étant la durée totale de l'expérience au lieu d'un cycle. Sur le plan de la communication, l'élève ne justifie pas toujours son raisonnement, utilise rarement des phrases complètes et commet quelques erreurs en ce qui concerne les conventions mathématiques. Par contre, il ou elle identifie correctement les coordonnées des points sur son graphique (question 11). Pour améliorer son rendement, l'élève devrait renforcer ses connaissances des concepts reliés aux fonctions trigonométriques pour pouvoir les appliquer en situation, s'exercer à communiquer son raisonnement et ses conclusions en phrases complètes (on constate des lacunes importantes à cet égard aux questions 1, 2, 3, 4 et 8).